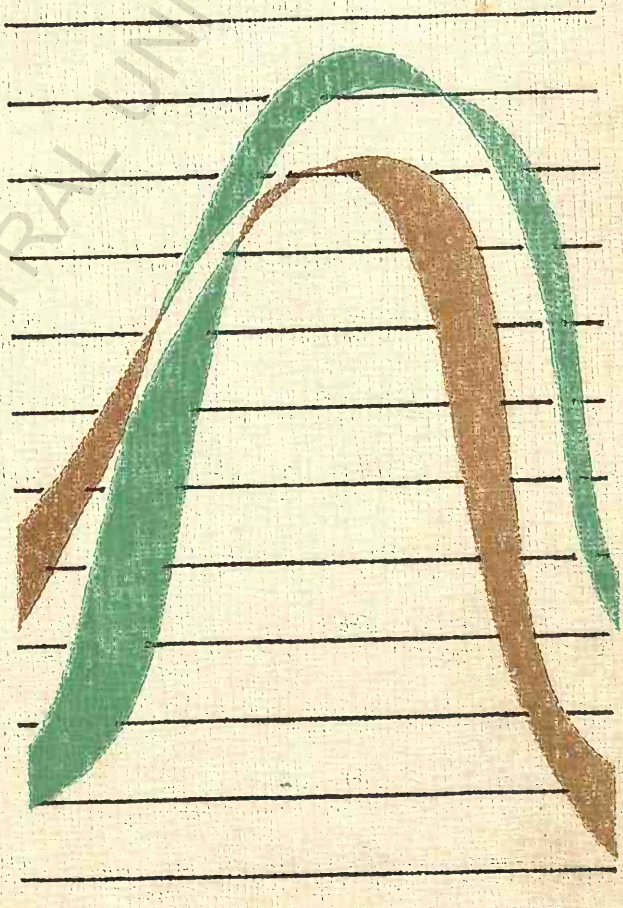
VOICU DOLOCAN

FIZICA DISPOZITIVELOR CU CORP SOLID



BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Conf. dr. VOICU DOLOCAN lucrează la Facultatea de fizică a Universității din București unde este titularul cursului de electronica stării solide și șeful laboratorului de fizica semiconductorilor și aplicații.

El este angajat în cercetări privind proprietățile electrice și optice ale materialelor și fizica dispozitivelor cu corp solid (straturi subțiri, joncțiuni *p—n*, celule solare, laseri).

I s-a acordat titlul de doctor în fizică în anul 1970 la Universitatea din București, teza sa de doctorat avînd ca temă recombinarea purtătorilor de sarcină în semiconductori și diode tunel.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

FIZICA
DISPOZITIVELOR
CU CORP SOLID

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

VOICU DOLOCAN

FIZICA DISPOZITIVELOR CU CORP SOLID

303283
B.C.U. IASI

EDITURA
ACADEMIEI
REPUBLICII
SOCIALISTE
ROMÂNIA
BUCUREȘTI, 1978

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

PHYSICS OF SOLID STATE DEVICES

ФИЗИКА ПРИБОРОВ ТВЕРДОГО ТЕЛА

I. 25.019
Univ. „Al. I. Cuza" Iaşi
Bibl. Facultăţii de fizică
T. III-5322

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMÂNIA
Bucureşti, Calea Victoriei nr. 125, sectorul 1, 71021

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

PREFAȚĂ

Progresele actuale ale fizicii corpului solid au stimulat dezvoltarea în paralel a dispozitivelor cu corp solid.

Invenția tranzistorului, a diodei Gunn, a joncțiunii Josephson, a celulei solare, a superrețelelor etc., a deschis un cîmp larg de cercetare ce a unit eforturile fizicienilor și inginerilor în scopul dezvoltării, perfecționării tehnologiei acestor dispozitive și a realizării unor dispozitive noi.

De aceea scrierea unor cărți care să prezinte prin prisma dispozitivelor cu corp solid proprietățile și fenomenele care au loc în materialele solide este necesară și utilă.

Cartea de față prezintă unitar și sistematic mecanismele de curgere a curentului electric în corpul solid cu aplicații la dispozitivele cu corp solid. Ea cuprinde atît cercetările autorului, cît și cercetările recente pe plan mondial în domeniul fizicii solidului și se adresează unui cerc larg de cititori.

Acesta este rezultatul activității didactice și de cercetare științifică bogată desfășurată de autor la Facultatea de fizică a Universității din București.

Lucrarea se adresează fizicienilor și inginerilor, studenților de la facultățile de fizică și de la institutele tehnice, profesorilor de fiziçă și tuturor celor interesați în aceste probleme.

Prin actualitatea problemelor tratate, dispozitivele cu corp solid care stau la baza electronicii și energeticii moderne, apariția acestui volum acoperă un gol din literatura noastră de specialitate.

Acad. prof. dr. docent
Th. V. Ionescu

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CUVÎNT ÎNAINTE

Afirmarea revoluției tehnico-științifice reprezintă factorul hotărîtor pentru desfășurarea cu succes a construcției societății socialiste multilateral dezvoltate în România și, prin aceasta, transpunerea în viață a Programului Partidului Comunist Român, a măreților obiective stabilite de Congresul al XI-lea.

Scrierea unor cărți care să prezinte concepții și metode proprii unor tehnologii avansate constituie un deziderat stringent în informarea și formarea cadrelor economiei noastre în plin avînt.

Această carte corespunde cerințelor actuale ale progresului fizicii și ingineriei tehnologice, prin aceea că prezintă metodele de preparare, principiile de funcționare și aplicațiile principalelor dispozitive care constituie baza electronicii și automaticii moderne. Ea constituie un instrument prețios la îndemîna specialiștilor în activitatea laborioasă de dezvoltare a unei producții autohtone de materiale și dispozitive cu semiconductoare și supraconductoare.

Datorită progresului foarte rapid al fizicii corpului solid în ultimele decenii, astăzi există sute de dispozitive cu corp solid diferite unele de altele.

Criteriul după care am selectat capitolele pentru această carte este mecanismul de curgere a curentului electric, în scopul de a da cititorului un model unitar și sistematic asupra acestei probleme. Primul capitol sistematizează cunoștințele noastre pînă în prezent asupra mecanismelor de curgere a curentului electric. Sînt tratați curenții de antrenare, curenții de difuzie, curenții de traversare a unei bariere de potențial, curenții de generare-recombinare (care se închid prin banda interzisă), curentul datorat gradientului fazei perechilor de electroni în supraconductoare etc.

Capitolele următoare prezintă dispozitive cu corp solid în care intervin unul sau mai multe mecanisme de curgere a curentului electric; ele justifică diversele noțiuni discutate în capitolul 1. Capitolul 2 prezintă cele mai recente rezultate din fizica și tehnologia corpului solid — supereţelele — care reprezintă, poate, baza electronicii viitorului. Capitolul 3 prezintă tehnologia recentă de preparare a joncțiunilor $p-n$, procesele de bază care au loc în joncțiunea $p-n$, și dioda $p-i-n$. Proprietățile tranzistoarelor (tranzistorul în regim de comutare, tranzistorul la înaltă frecvență, tranzistorul cu efect de cîmp, tranzistorul unijoncțiune) și tiristoarelor sînt discutate în capitolul 4.

În capitolul 5 se prezintă teoria curentului tunel în joncțiunea $p-n$ pentru diverse forme ale barierei de potențial în cazul tranzițiilor tunel directe și indirecte și aplicațiile diodei tunel. În capitolul 6 se face o prezentare detaliată a rezistenței negative (caracteristica $I-V$ de tip N și de tip S). Este discutată formarea, viteza și forma domeniilor Gunn,

realizarea experimentală a diodelor Gunn, influența circuitului extern asupra diodei Gunn și diversele moduri de funcționare ale oscilatorilor Gunn. În capitolul 7 sînt prezentate diodele cu avalanșă și timp de tranzit. Se insistă asupra tehnologiei de fabricație a acestor dispozitive, avîndu-se în vedere proiectarea lor în funcție de limitarea putere-frecvență, limitarea termică a puterii de ieșire și limitarea de către sarcina spațială. Este discutat în amănunțime modul de funcționare TRAPATT. Capitolul 8 prezintă realizarea experimentală a structurilor tunel metal-izolator-metal, caracteristica $I-V$ (datorată tunelării electronilor) a structurilor metal norma-izolator-supraconductor și supraconductor-izolator-supraconductor. Sînt analizate joncțiunea Josephson și alte legături slabe experimentale, precum și aplicațiile acestora.

Capitolul 9 este dedicat amplificării ultrasunetelor în corpul solid iar capitolul 10 este dedicat celulelor solare, dispozitive care convertesc energia solară în energie electrică.

Prin urmare, în carte sînt prezentate principalele dispozitive de microunde și celulele solare. Nu am prezentat amplificatorii și generatorii cuantici, considerînd că pentru o asemenea problemă este necesar un volum separat. De asemenea, un volum separat este necesar pentru a cuprinde majoritatea dispozitivelor optoelectronice. Aceste ultime categorii de dispozitive nu aduc nimic nou în modul de curgere a curentului electric, ci numai în modul de generare a purtătorilor de sarcină de neechilibru.

Sînt îndatorat colegilor de la Catedra de electricitate, corp solid și biofizică a Facultății de fizică din București pentru ajutorul ce mi l-au dat în elaborarea acestei cărți.

Exprim mulțumiri și recunoștința mea academicianului prof. dr. docent Th. V. Ionescu pentru sprijinul și încurajarea permanentă de care m-am bucurat din partea domniei sale.

Mulțumesc profesorului dr. docent Aretin Corciovei, membru corespondent al Academiei Republicii Socialiste România, și dr. Voicu Lupei, de la Centrul Național de Fizică, pentru citirea critică a manuscrisului.

Mulțumesc Editurii Academiei Republicii Socialiste România pentru sprijinul acordat apariției acestui volum, și totodată doresc să mulțumesc și pe această cale redactorului cărții, E. Marineanu, căruia îi datorez o colaborare prețioasă, întărită în timp, mult sprijin, înțelegere și o deosebită pricepere profesională.

Autorul

BCU IASI / CENTRU VECHI

CUPRINS

Capitolul I. **CURENTUL ELECTRIC** 13

1.1. Curentul electric de drift 13
1.2. Curentul electric și poziția nivelului Fermi. Curentul de difuzie 18
1.3. Curentul electric datorat antrenării fotonice 21
1.4. Curentul electric datorat antrenării acustice 26
1.5. Curentul termoelectric 29
1.6. Curentul de emisie termoelectronică 31
1.7. Curentul tunel 35
1.8. Ecuația de continuitate 37
1.9. Curentul electric limitat de recombinare 39
1.10. Curentul electric în supraconductoare 42
1.11. Ecuațiile lui Maxwell pentru un mediu omogen și izotrop 44
1.12. Curentul electric alternativ. Curentul de deplasare . . . 45
1.13. Curentul electric limitat de sarcina spațială 47
1.14. Conducția electrică prin salt 49
Bibliografie 52

Capitolul II. **SUPERREȚELE** 54

2.1. Introducere 54
2.2. Structura de benzi de energie a superrețelelor 54
2.3. Fenomene de transport în superrețele 58
2.4. Concluzii 66
Bibliografie 67

Capitolul III. **JONCȚIUNEA** $p-n$ 68

3.1. Prepararea joncțiunilor $p-n$ 68
3.2. Stratul de baraj și capacitatea stratului de baraj pentru joncțiunea $p-n$ abruptă 71
3.3. Stratul de baraj și capacitatea stratului de baraj pentru joncțiunea $p-n$ gradată liniar 75
3.4. Caracteristica $I-V$ a joncțiunii $p-n$. Cazul ideal . . . 78
3.5. Caracteristica $I-V$ a joncțiunii $p-n$ în cazul generării și recombinării purtătorilor de sarcină în stratul de baraj 85
3.6. Joncțiunea $p-n$ la nivel mare de injecție 86
3.7. Caracteristica $I-V$ în cazul dependenței spațiale a timpului de viață a purtătorilor de sarcină 91
3.8. Capacitatea de difuzie 92
3.9. Joncțiunea $p-n$ în regim tranzitoriu 95
3.10. Fenomene de străpungere în joncțiunea $p-n$ 99
3.11. Joncțiunea $p-n$ ca redresor 108
3.12. Dioda $p-i-n$ 109
3.13. Heterojoncțiuni 112
Bibliografie 115

Capitolul IV. **TRANZISTOARELE** 117

4.1. Principiile de funcționare a tranzistorului 117
4.2. Caracteristicile statice ale tranzistorului în conexiunea cu baza comună și cu emitorul comun 126

UNIV. „AL. I. CUZA" BIBL. DE FIZICĂ

4.3. Tranzistorul în regim de comutare 130
4.4. Funcționarea tranzistorului la înaltă frecvență 134
4.4.1. Timpul de întîrziere a semnalului de la emitor la colector, τ_{ec}, și frecvența maximă de oscilație. 134
4.4.2. Tranzistorul de drift 140
4.5. Amplificarea. Străpungerea a doua 145
4.6. Structuri $p-n-p-n$. Tiristorul 151
4.7. Tranzistorul cu efect de cîmp 154
4.8. Tranzistorul unijoncțiune 159
Bibliografie 161

Capitolul V. **DIODA TUNEL** 162

5.1. Caracteristica $I-V$ a diodei tunel 162
5.2. Tunelarea. Metoda WKB 164
5.3. Curentul tunel 173
5.4. Tranziții tunel indirecte 183
5.5. Curentul tunel exces 187
5.6. Circuitul echivalent al diodei tunel. Unele aplicații . . . 188
5.7. Diode inverse 191
Bibliografie 192

Capitolul VI. **DISPOZITIVE GUNN** 194

6.1. Rezistența negativă diferențială și timpul de relaxare dielectrică 194
6.2. Mecanismul Ridley-Watkins-Hilsum 199
6.3. Formarea domeniilor Gunn 204
6.4. Viteza și forma domeniilor Gunn 208
6.5. Realizarea experimentală a diodelor Gunn 211
6.6. Impedanța și circuitul echivalent al diodei Gunn. Amplificarea 212
6.7. Influența circuitului extern 218
6.8. Moduri de funcționare ale oscilatorilor Gunn 220
6.9. Rezultate experimentale 223
Bibliografie 225

Capitolul VII. **DIODE CU AVALANȘĂ ȘI TIMP DE TRANZIT** 226

7.1. Principiul de funcționare a diodelor IMPATT 226
7.2. Impedanța și circuitul echivalent al diodei IMPATT . . 231
7.3. Limitele puterii și eficienței diodelor IMPATT 237
7.4. Principiul modului de funcționare TRAPATT 242
7.5. Prepararea diodelor cu avalanșă și timp de tranzit . . . 247
7.6. Rezultate experimentale 249
Bibliografie 250

Capitolul VIII. **JONCȚIUNI TUNEL CU SUPRACONDUCTOARE. DISPOZITIVE JOSEPHSON** 252

8.1. Tunelarea uniparticulă 252
8.1.1. Tunelarea electronilor între un metal normal și un supraconductor 252
8.1.2. Tunelarea uniparticulă între două supraconductoare . . . 257
8.1.3. Realizarea experimentală a structurilor tunel 265
8.2. Tunelarea perechilor de electroni. Efectul Josephson . . 268
8.3. Teoria microscopică a efectului Josephson 271
8.4. Dispozitive experimentale de curent de perechi de electroni 276
8.5. Efectul Josephson în curent continuu 279
8.6. Efectul Josephson în curent alternativ 286
Bibliografie 289

Capitolul IX. ATENUAREA ȘI AMPLIFICAREA ULTRASUNETELOR ÎN CORPUL SOLID. AMPLIFICATOARE DE UNDE ACUSTICE 292

9.1. Principiile de funcționare 292
9.2. Cuplajul prin potențialul de deformație între unda acustică și electroni 296
9.3. Cuplajul piezoelectric între unda acustică și electroni . . 299
9.4. Determinarea experimentală a cîmpului acustoelectric și a coeficientului de amplificare a ultrasunetelor 303
9.5. Efectul cîmpului magnetic. Amplificarea undelor acustice în semimetale. Rezonanțe 308
9.6. Efecte neliniare 313
9.7. Concluzii 316
Bibliografie 317

Capitolul X. CELULE SOLARE 319

10.1. Energia solară. 319
10.2. Efecte fotovoltaice 319
10.3. Celula solară cu joncțiune $p-n$ 320
10.3.1. Caracteristica $I-V$ și circuitul echivalent 320
10.3.2. Puterea maximă și factorul de umplere 324
10.3.3. Curentul de scurtcircuit. Răspunsul spectral al celulei solare 325
10.3.4. Tensiunea la circuit deschis 329
10.3.5. Eficiența celulei solare 330
10.4. Celule solare cu barieră Schottky 334
10.5. Celule solare cu heterojoncțiuni 336
10.6. Rezultate experimentale. Alte tipuri de celule solare . . 339
Bibliografie 341

Anexa I. STAREA SUPRACONDUCTOARE 343

Anexa II. ELECTRONII ÎNTR-UN POTENȚIAL PERIODIC DE FORMĂ RECTANGULARĂ 346

Anexa III. CURENTUL ELECTRIC ÎN SUPERREȚELE 349

Anexa IV. SEMICONDUCTOARELE CU BANDĂ INTERZISĂ VARIABILĂ 352

PHYSICS OF SOLID STATE DEVICES (SUMMARY) 355
CONTENTS 356

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL I

CURENTUL ELECTRIC

1.1. CURENTUL ELECTRIC DE DRIFT

Dacă se aplică unui cristal un cîmp electric de intensitate $\mathcal{E}$ atunci prin el curge un curent electric a cărui densitate j este dată, într-un proces de conducţie normală, de legea lui Ohm

$$j = \sigma \mathcal{E}, \tag{1.1}$$

unde σ se numeşte conductivitate, iar inversul ei este rezistivitatea, $\rho = 1/\sigma$. Benzile de energie sînt reprezentate înclinat (fig. 1.1 *a*), astfel că energia sistemului scade în sensul deplasării electronului (către polul pozitiv al sursei de energie).

Potenţialul electrostatic V al electronului creşte către capătul pozitiv al cristalului în timp ce energia electrostatică $-qV$ scade. În aproximaţia

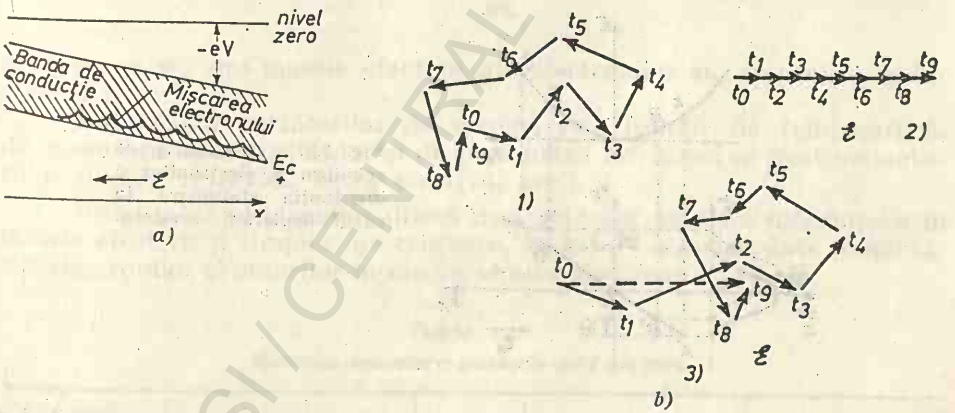


Fig. 1.1. — Mişcarea electronului în banda de conducţie (*a*); (*b*): *1* — mişcarea termică (haotică) a electronului; *2* — deplasarea electronului în cîmpul electric; *3* — suprapunerea mişcărilor *1* şi *2* unde se observă că deplasarea totală în timpul $t_0 - t_9$ (s-au considerat 9 intervale de timp) este egală cu deplasarea electronului în cîmpul electric.

benzilor înclinate nivelele energetice sînt modificate cu $-qV$, valoare care se adaugă la energia potenţială medie a cristalului. Sub influenţa cîmpului electric $\mathcal{E} = -\nabla V$ electronul este accelerat şi urcă pe nivelele superioare. Este dealtfel cunoscut că curentul electric atinge într-un timp foarte scurt o valoare staţionară (ec. (1.1.)) la aplicarea unui cîmp elec-

tric constant şi că la îndepărtarea cîmpului curentul revine la zero (excepţie fac supraconductoarele). Acest fapt arată că mişcarea electronului este limitată de unele procese prin care pierde energia pe care o cîştigă în cîmpul electric. Asemenea procese sînt procesele de împrăştiere (ciocnire) cu fononii (cuante de energie care se asociază vibraţiilor termice ale reţelei), cu impurităţile sau alte defecte cristaline, etc. În figura 1.1 *a* este arătată mişcarea electronului în banda de conducţie. Electronul nu se mişcă prea departe pînă suferă o ciocnire. Prin ciocnire energia lui cinetică este micşorată şi el coboară în diagrama nivelelor energetice către minimul benzii de conducţie, E_c, unde energia sa cinetică este zero. Rezultatul efectului cîmpului electric şi al proceselor de ciocnire este deplasarea uşoară a distribuţiei electronilor în banda de conducţie, mai sus de minimul ei şi prin cristal curge curentul electric. Procesul este posibil deoarece banda de conducţie are suficiente stări energetice libere. (În realitate mişcarea electronilor în cîmpul electric este mult mai complicată decît se vede pe figura 1.1 *a*, deoarece electronii posedă şi o viteză termică, care este mult mai mare decît viteza de drift, figura 1.1 *b*.)

Pentru a vedea ce înseamnă în spaţiul vectorului de undă al electronului curgerea curentului electric, să urmărim figura 1.2.

În partea de sus este reprezentată banda de conducţie în direcţia k_x. Considerăm că în bandă există puţini electroni în jurul stării $k = 0$ (unde banda este parabolică : $E = \hbar^2 k_x^2/2m_n$) şi că este aplicabilă distribuţia Boltzmann. În absenţa cîmpului electric electronii ocupă în banda de conducţie stări energetice simetrice de o parte şi de alta a centrului zonei Brillouin. Am notat cu A şi D ultimele stări ocupate cu electroni şi cu A' şi D' vitezele corespunzătoare. Sub influenţa cîmpului electric viteza fiecărui electron creşte cu v_d (fig. 1.2 partea de jos) şi vitezele elec-

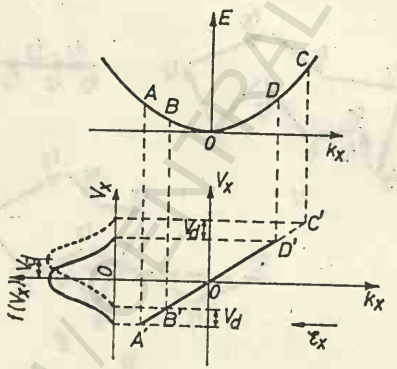


Fig. 1.2. — Distribuţia de echilibru a electronilor şi distribuţia staţionară în cazul deplasării acestora.

tronilor vor fi distribuite între B' şi C' ; în această situaţie electronii sînt distribuiţi între B şi C, nesimetric în zona Brillouin. Funcţia de distribuţie Boltzmann, $f(v_x)$ a electronilor după viteze se va deplasa cu v_d aşa cum este reprezentat pe figură cu linie întreruptă, devenind asimetrică în raport cu vitezele electronilor. (La echilibru termic funcţia de distribuţie este dată de curba plină existînd o distribuţie simetrică a electronilor după viteze ; densităţile de stări ocupate cu electroni care au viteze de semn contrar sînt egale şi curentul total este nul $j = -q\sum v_i = 0$. Acest rezultat se datorează mişcării haotice a electronilor la echilibru termic, fig. 1.1 *b*.)

În cîmpul electric fiecare electron capătă o viteză orientată (dirijată) în direcţia cîmpului, numită viteză de drift, v_d, care se suprapune peste viteza termică şi apare un curent electric a cărui densitate este dată de

$$j = -q\sum_i v_i = -qnv_d, \tag{1.2}$$

unde n este concentraţia electronilor iar q este valoarea absolută a sarcinii electronului. Valoarea vitezei v_d este determinată de cîmpul electric, de procesele de împrăştiere şi de masa efectivă a electronului [1 — 3].

Mişcarea electronului este caracterizată de timpul de relaxare, τ, care reprezintă practic timpul dintre două ciocniri consecutive. El depinde de natura proceselor de împrăştiere şi de energia electronului. Se înţelege că în rezultatele măsurătorilor asupra lui τ se obţine valoarea sa mediată după energiile electronilor $\langle\tau\rangle$. Valoarea medie a lui v_d este [1, 2]

$$v_d = -q\frac{\mathcal{E}\langle\tau\rangle}{m_n}. \tag{1.3}$$

În toate discuţiile de mai sus ne-am referit la această viteză de drift medie. Mărimea $\mu = |v_d|/|\mathcal{E}|$ se numeşte mobilitate şi rezultă din ecuaţia (1.3) pentru mobilitatea electronilor

$$\mu_n = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_n}, \tag{1.4}$$

iar pentru goluri se obţine

$$\mu_p = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_p}, \tag{1.5}$$

unde m_n şi m_p sînt masele efective ale electronilor şi, respectiv, golurilor [2].

Mobilitatea purtătorilor de sarcină este funcţie de temperatură, de concentraţia impurităţilor şi de parametrii intrinseci ai semiconductorului (bandă interzisă, masă efectivă, etc.).

Mobilitatea electronilor diferă de a golurilor datorită diferenţelor în masele efective şi timpilor de relaxare. În tabela 1.1 sînt date mobilităţile electronilor şi golurilor în cîteva semiconductoare la 300 K.

Tabela 1.1

Mobilităţile electronilor şi golurilor în $cm^2/V\,s$ la 309K

Semiconductor	C	Ge	Si	GaAs	InSb	GaSb	CdS
Electroni	1 800	3 500	1 900	8 500	78 000	4 000	300
Goluri	1 600	1 900	600	400	750	1 400	50

În funcţie de mobilitate, densitatea de curent de electroni (ec. (1.2)), se scrie

$$j_n = qn\mu_n\mathcal{E} = \sigma_n\mathcal{E}. \tag{1.6}$$

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITARĂ

În mod analog densitatea de curent de goluri

$$j_p = qp\mu_p\mathcal{E} = \sigma_p\mathcal{E}. \tag{1.7}$$

Într-un semiconductor densitatea curentului total este dată de suma dintre densitatea de curent de electroni și densitatea de curent de goluri

$$j = j_n + j_p = q(n\mu_n + p\mu_p)\mathcal{E} = \sigma\mathcal{E}. \tag{1.8}$$

În acord cu această relație, conductivitatea unui semiconductor este

$$\sigma = qn\mu_n + qp\mu_p = \sigma_n + \sigma_p. \tag{1.9}$$

În semiconductorul de tip n, $n \gg p$ și $\sigma \simeq \sigma_n$ iar în semiconductorul de tip p, $p \gg n$ și $\sigma \simeq \sigma_p$.

În semiconductoarele cu benzi energetice sferice masa efectivă este o mărime scalară și relația (1.8) are aceeași valoare pentru orice direcție a curentului și cîmpului electric în cristal; cu alte cuvinte σ este o mărime scalară. În semiconductoarele cu benzi energetice nesferice masa efectivă este un tensor.

Pentru o suprafață energetică elipsoidală mobilitățile în direcțiile axelor principale ale elipsoidului sînt $\mu_1 = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_1}$, $\mu_2 = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_2}$, $\mu_3 = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_3}$ și prin urmare curentul în cele trei direcții diferă. În mod uzual banda de conducție conține mai multe minime echivalente, în unii semiconductori, și toate aceste minime contribuie la conducția curentului electric. Așa cum se vede în figura 1.3 *a* și *b* Si are 6 minime echivalente

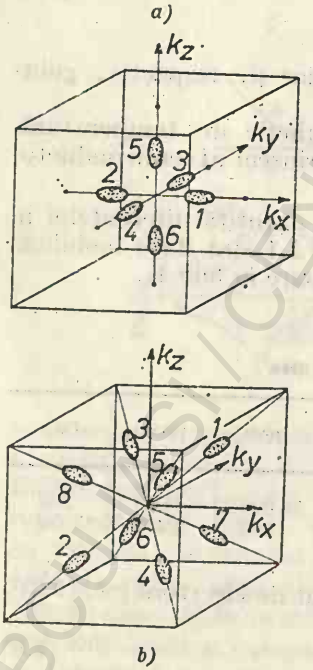


Fig. 1.3. — Suprafețele de energie constantă ale benzii de conducție în spațiul k: a — pentru siliciu; b — pentru germaniu;

$$T^{(1)} = T^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad T^{(1)} = T^{(2)} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix};$$

$$T^{(3)} = T^{(4)} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad T^{(3)} = T^{(4)} = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix};$$

$$T^{(5)} = T^{(6)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad T^{(5)} = T^{(6)} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 0 & -2/\sqrt{6} \end{pmatrix};$$

$$T^{(7)}\ T^{(8)} = = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ 1/\sqrt{3} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{3} & 0 & 2/\sqrt{6} \end{pmatrix}.$$

a) b)

în direcţia [100] şi Ge are 8 minime echivalente în direcţia [111] (de fapt în total 4).

Pentru unul din elipsoizi ν, cu axele principale în direcţia x, y, z, densitatea curentului electric în direcţia r, se scrie

$$j_r^{(\nu)} = \sum_s \sigma_{rs}^{(\nu)} \mathcal{E}_s \qquad (r, s = x', y', z'). \tag{1.10}$$

Tensorul conductivităţii are formă diagonală, adică

$$\begin{aligned} \sigma_{x'x'} &= nq\mu_1, \\ \sigma_{y'y'} &= nq\mu_2, \qquad \sigma_{x'y'} = \sigma_{y'z'} = \sigma_{z'x'} = 0. \\ \sigma_{z'z'} &= nq\mu_3. \end{aligned} \tag{1.11}$$

Dacă banda de conducţie are M minime echivalente atunci concentraţia electronilor $n^{(\nu)}$ în minimul ν este

$$n^{(\nu)} = n/M, \tag{1.12}$$

unde n este concentraţia totală a electronilor. Pentru fiecare minim în axele sale de coordonate tensorul conductivităţii este

$$\sigma_{rs}^{(\nu)} = \frac{q^2 n^{(\nu)}}{m_{rs}} \langle \tau \rangle. \tag{1.13}$$

Pentru a scrie curentul dat de contribuţia tuturor minimelor echivalente trebuie să trecem de la sistemul de coordonate x, y, z al fiecărui elipsoid (minim) la sistemul de coordonate al cristalului. Conductivitatea unui minim în sistemul de coordonate al cristalului se scrie

$$\sigma_{ik}^{(\nu)} = \sum_{r,s} T_{ir}^{(\nu)} T_{ks}^{(\nu)} \sigma_{rs}^{(\nu)} \quad (i, k = x, y, z\,;\ r, s = x', y', z'), \tag{1.14}$$

unde matricile de rotaţie $T^{(\nu)}$ din sistemul de coordonate ale unui elipsoid în sistemul de coordonate al cristalului sînt date în figura 1.3 pentru Si şi Ge [4]. Densitatea de curent scrisă în axele de coordonate ale cristalului este

$$j_i^{(\nu)} = \sum_k \sigma_{ik}^{(\nu)} \mathcal{E}_k, \tag{1.15}$$

iar densitatea curentului total este dată de contribuţia tuturor văilor (minimelor echivalente)

$$j_i = \sum_{\nu=1}^{M} j_i^{(\nu)} = \sigma \mathcal{E}. \tag{1.16}$$

Se obţine, atît pentru Ge cît şi pentru Si

$$\sigma = \frac{1}{3} nq(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) = nq\mu_n, \tag{1.17}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

iar mobilitatea electronilor este dată de expresia

$$\mu_n = \frac{q\langle\tau\rangle}{3}\left(\frac{2}{m_t}+\frac{1}{m_l}\right), \tag{1.18}$$

unde s-a luat în considerare că suprafeţele izoenergetice sînt elipsoizi de rotaţie şi s-a introdus masa longitudinală $m_l = m_3$ şi masa transversală $m_t = m_2 = m_1$. Vom scrie ecuaţia (1.18) sub forma

$$\mu_n = \frac{q\langle\tau\rangle}{m_\sigma}, \tag{1.19}$$

unde m_σ se numeşte masă efectivă de conducţie

$$m_\sigma^{-1} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{m_l}+\frac{2}{m_t}\right). \tag{1.20}$$

În general, masa efectivă de conducţie diferă de masa efectivă a densităţilor de stări [1]; pentru benzi energetice sferice ele sînt egale. Media timpului de relaxare $\langle\tau\rangle$ fiind o mărime scalară nu este sensibilă la operaţiile de rotaţie; de aceea operaţiile de mai sus asupra conductivităţii se datorează de fapt masei efective care este un tensor (ec. (1.13)). Deşi conductivitatea dată de fiecare minim este anizotropă (ec. (1.11)), conductivitatea totală ec. (1.17)) este izotropă (mărime scalară) datorită distribuţiei simetrice a minimelor echivalente în zona Brillouin. Acest rezultat este acelaşi pentru cristalele cu simetrie cubică. Însă, în cîmp, magnetic şi în aceste cristale conductivitatea devine anizotropă. Expresia (1.16) înseamnă

$$\begin{aligned} j_x &= qn\mu_n\mathcal{E}_x, \\ j_y &= qn\mu_n\mathcal{E}_y, \\ j_z &= qn\mu_n\mathcal{E}_z, \end{aligned} \tag{1.21}$$

unde μ_n este dat de relaţia (1.18). Pentru cîmpul electric în direcţia x componentele j_y şi j_z sînt nule. Rezultatul este independent de felul cum alegem sistemul de axe de coordonate al cristalului deoarece mobilitatea are aceeaşi valoare în orice direcţie. În cîmpuri electrice intense s-au observat abateri de la legea lui Ohm; aceste abateri indică existenţa unei dependenţe a conductivităţii, σ, de cîmpul electric aplicat [6—11].

1.2. CURENTUL ELECTRIC ŞI POZIŢIA NIVELULUI FERMI. CURENTUL DE DIFUZIE

Entropia S a unui sistem la echilibru termodinamic este funcţie de un număr finit de variabile extensive cum ar fi volumul $\mathcal{V}$, energia internă U, numărul de particule N şi cantitatea de sarcină electrică Q, astfel că

$$S = S(U, \mathcal{V}, N, Q),$$

sau

$$U = U(S, \mathcal{V}, N, Q).$$

Considerăm sistemul în contact cu un termostat de temperatură constantă T și cu un rezervor de particule situat într-un cîmp electric determinat de gradientul potențialului electrostatic Ψ.

Pentru un proces reversibil.

$$dU = \left.\frac{\partial U}{\partial S}\right|_{\mathcal{V},N,Q} dS + \left.\frac{\partial U}{\partial \mathcal{V}}\right|_{S,N,Q} d\mathcal{V} + \left.\frac{\partial U}{\partial N}\right|_{S,\mathcal{V},Q} dN + \left.\frac{\partial U}{\partial Q}\right|_{S,\mathcal{V},N} dQ,$$

sau

$$dU = TdS - Pd\mathcal{V} + \mu dN + \Psi dQ. \tag{1.22}$$

Comparînd ultimele două relații și identificînd derivatele parțiale respectiv cu temperatura T, presiunea P (cu semnul minus), potențialul chimic μ, și potențialul electrostatic Ψ.

Dacă particulele sînt electroni, notînd sarcina electronului cu q, $dQ = -qdN$. Combinăm ultimii doi termeni din relația (1.22) și notăm suma lor cu FdN, unde

$$F = \mu - q\Psi, \tag{1.23}$$

se numește potențial electrochimic. Potențialul electrochimic reprezintă energia pe care trebuie s-o cheltuim pentru a mări numărul de electroni

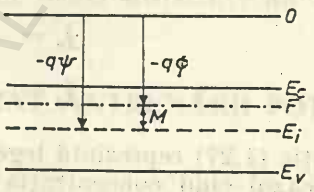


Fig. 1.4. — Diagrama energetică a unui semiconductor omogen la echilibru termic.

din sistem cu unu. La echilibru termodinamic potențialul electrochimic are aceeași valoare în întreg sistemul considerat.

Considerăm un semiconductor omogen de tip n, nedegenerat situat la echilibru termic; diagrama sa de benzi energetice arată ca în figura 1.4.

Concentrațiile electronilor și golurilor pot fi scrise [3]

$$\begin{aligned} n &= n_i\, e^{(F-E_i)/kT}, \\ p &= n_i\, e^{(E_i-F)/kT}, \end{aligned} \tag{1.24}$$

unde nivelul intrinsec este definit prin $E = E_c - \frac{E_g}{2} + kT \ln(N_v/N_c)$.

Este convenabil să identificăm poziția nivelului intrinsec cu energia $-q\Psi$ corespunzătoare potențialului electrostatic Ψ, $E_i = -q\Psi$. Potențialul electrochimic F din termodinamică se poate identifica cu nivelul Fermi din mecanica statistică, astfel că diferența dintre nivelul Fermi și

nivelul intrinsec măsoară potențialul chimic al materialului [12]. Nivelului Fermi i se atașează potențialul $\Phi = -F/q$ și din (1.24) rezultă

$$\Phi = \Psi - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) = \Psi + \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{p}{n_i}\right). \tag{1.25}$$

Dacă se aplică semiconductorului un cîmp electric $\mathcal{E} = -\nabla\Psi$, densitățile de curent se scriu (ec. (1.1))

$$\begin{aligned} j_n &= -qn\mu_n\nabla\Psi, \\ j_p &= -qp\mu_p\nabla\Psi. \end{aligned} \tag{1.26}$$

Diagrama energetică arată în acest caz ca în figura 1.5; potențialul chimic μ păstrează o valoare constantă deoarece concentrația purtătorilor este constantă în întreg materialul.

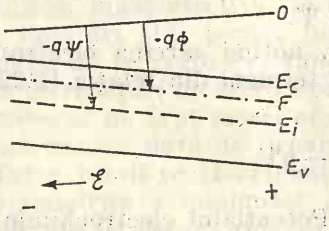


Fig. 1.5. — Diagrama energetică a semiconductorului în prezența cîmpului electric.

Nivelul Fermi are aceeași înclinare ca și nivelul intrinsec. În această situație ecuațiile (1.26) pot fi scrise

$$\begin{aligned} j_n &= -qn\mu_n\nabla\Phi, \\ j_p &= -qp\mu_p\nabla\Phi. \end{aligned} \tag{1.27}$$

Ecuația (1.27) reprezintă legea lui Ohm generalizată. Ele sînt valabile și în cazul cînd concentrația purtătorilor de sarcină variază de-a lungul cristalului (de exemplu se injectează purtători la un capăt al cristalului).

În cazul cînd există și purtători de neechilibru, $\Phi_n \neq \Phi_p$, deoarece nivelele Fermi pentru electroni și pentru goluri sînt diferite [3]. Dacă nu se aplică cîmp electric (Ψ = const.) și dacă există un gradient al concentrației purtătorilor, rezultă din relațiile (1.27).

$$\begin{aligned} j_n &= qD_n\nabla n, \\ j_p &= qD_p\nabla p, \end{aligned} \tag{1.28}$$

unde D_n și D_p sînt coeficienții de difuzie ai electronilor și, respectiv, golurilor și sînt legați de mobilități prin relația lui Einstein

$$D_n = \frac{kT}{q}\mu_n, \quad D_p = \frac{kT}{q}\mu_p. \tag{1.29}$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Relaţiile (1.27) sînt valabile pentru un semiconductor cu orice grad de degenerare. În cazul aplicabilităţii statisticii Fermi-Dirac, coeficientul de difuzie este legat de mobilitate prin relaţia lui Einstein generalizată [2]

$$D_i = (E_{di}/q)\mu_i, \tag{1.30}$$

E_{di} se numeşte energie de difuzie [13]

$$\begin{aligned} E_{dn} &= n/[\partial n/\partial(F - E_c)], \\ E_{dp} &= p/[\partial p/\partial(E_v - F)], \end{aligned} \tag{1.31}$$

unde E_{dn} şi E_{dp} sînt energiile de difuzie a electronilor şi, respectiv, golurilor. De exemplu, pentru E_{dn} se obţine

$$E_{dn} = 2kT\,\mathcal{F}_{1/2}\left(\frac{F - E_c}{kT}\right)\Big/\mathcal{F}_{-1/2}\left(\frac{F - E_c}{kT}\right) \tag{1.32}$$

unde $\mathcal{F}_{1/2}$ şi $\mathcal{F}_{-1/2}$ sînt integralele Fermi [14].

În cazul general, cînd există şi curent de drift şi curent de difuzie avem

$$\begin{aligned} \boldsymbol{j}_n &= -qn\mu_n\nabla\Phi_n = qn\mu_n\mathcal{E} + qD_n\nabla n, \\ \boldsymbol{j}_p &= -qp\mu_p\nabla\Phi_p = qp\mu_p\mathcal{E} - qD_p\nabla p. \end{aligned} \tag{1.33}$$

Relaţiile (1.33) sînt foarte utile în teoria dispozitivelor cu corp solid.

1.3. CURENTUL ELECTRIC DATORAT ANTRENĂRII FOTONICE (OPTOELECTRIC)

Cînd printr-un mediu conductor se propagă unde electromagnetice, în acesta apare un curent electric continuu. Fenomenul a fost descris pentru prima dată de Barlow [15] şi a fost interpretat ca un efect Hall datorat cîmpului electric şi cîmpului magnetic al undei.

Prin interacţia electronilor cu fotonii, electronul, pe lîngă că absoarbe energia fotonului, primeşte şi un impuls de la acesta, $\hbar\chi$, ceea ce în principiu trebuie să ducă la apariţia unei mişcări ordonate a purtătorilor de sarcină în raport cu reţeaua cristalină, în direcţia de propagare a luminii [16].

Mărimea curentului care apare trebuie să depindă atît de structura energetică concretă a solidului cît şi de mecanismul de interacţie a luminii cu purtătorii de sarcină. Procesul de interacţie a luminii cu electronii într-un solid este însoţit întotdeauna de o interacţie cu reţeaua, adică impulsul transferat de unda electromagnetică cristalului este repartizat sistemului electronic şi reţelei.

Absorbţia luminii se poate face direct sau indirect (adică cu participarea unui al treilea corp) şi, corespunzător, sînt două cazuri în care apare

curentul de antrenare fotonică : (a) cazul tranziţiilor directe între subbenzi în care reţeaua participă indirect şi (b), cazul tranziţiilor intrabandă (în aceeaşi bandă) indirecte, cu participarea directă a reţelei (fononi sau impurităţi). Relativ la primul caz vom urmări cum apare curentul de goluri datorită absorbţiei între subbenzile de valenţă de exemplu în Ge—p unde a fost observat acest efect. În figura 1.6 se arată structura benzii

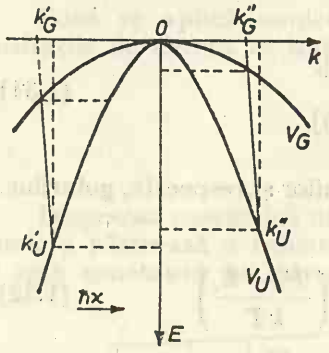


Fig. 1.6. — Tranziţiile optice între subbenzile V_G— V_U în Ge de tip p.

de valenţă a Ge, unde am prezentat cele două subbenzi degenerate la $k = 0$: banda V_G în care există goluri grele şi banda V_U în care există goluri uşoare. Prin absorbţia fotonilor golurile trec din banda V_G în banda V_U.

În procesul de tranziţie a golurilor trebuie să fie satisfăcute legile de conservare a energiei şi impulsului. Pentru energia fotonului $\hbar\omega$ dată aceste legi determină în planul considerat (fig. 1.6) tranziţia a numai două goluri de impuls iniţial $-\hbar k'_G$ şi $\hbar k''_G$ astfel că

$$\frac{\hbar^2(k'_G)^2}{2m_G} + \hbar\omega = \frac{\hbar^2(k'_U)^2}{2m_U}; \quad \frac{\hbar^2(k''_G)^2}{2m_G} + \hbar\omega = \frac{\hbar^2(k''_U)^2}{2m_U};$$
$$-k'_G + \chi = -k'_U; \qquad k''_G + \chi = k''_U, \tag{1.34}$$

unde $-k'_U$ şi k''_U sînt vectorii de undă ai golurilor transferate în banda V_U iar m_G şi m_U sînt masele efective ale golurilor grele şi, respectiv, uşoare ; χ este vectorul de undă al fotonului.

Datorită tranziţiei golurilor în banda V_U va exista o asimetrie a purtătorilor de sarcină în banda V_G după impulsuri, deoarece $|k'_G| \neq |k''_G|$. Din aceleaşi motive va exista o asimetrie a golurilor în banda V_U. În momentul tranziţiei vor exista două ansambluri de goluri (grele şi uşoare) cu impulsuri contrare

$$k_G = \frac{2\chi}{1 - m_U/m_G}; \quad k_G = -\frac{2\chi(m_U/m_G)}{1 - m_U/m_G}. \tag{1.35}$$

Aceste valori sînt mediate pe cele două ansambluri de goluri. Dacă notăm cu Δp_G şi Δp_U concentraţiile golurilor cu impuls ordonat din subbanda V_G şi respectiv, V_U, atunci densitatea de curent de antrenare fotonică este

$$j = j_G + j_U = -q(\Delta p_G v_G + \Delta p_U v_U) = -q\alpha I_0(\tau_G v_G + \tau_U v_U), \tag{1.36}$$

unde cu I_0 am notat intensitatea luminii, cu α coeficientul de absorbție a luminii în cristal; τ_G și τ_U sînt timpii de relaxare după impulsuri (de viață) în cele două subbenzi, determinați de împrăștierea pe fotoni. v_G și v_U sînt vitezele de antrenare a purtătorilor de sarcină (golurilor)

$$v_G = \frac{\hbar k_G}{m_G} = \frac{2\hbar\chi}{m_G - m_U}; \quad v_U = \frac{\hbar k_U}{m_U} = -\frac{2\hbar\chi}{m_G - m_U}. \tag{1.37}$$

Aceste viteze mediate pe cele două ansambluri de goluri sînt analoge vitezei de drift din cazul cîmpului electric.

Curentul electric (ec. (1.36)) apare datorită apariției unei asimetrii în distribuția golurilor după viteze la fel ca și curentul datorat cîmpului electric (ec. (1.2)). Numai că în acest caz nu participă toate golurile la curentul electric ci numai cele care execută tranziții din V_G în V_U care în condiții staționare au concentrațiile $\Delta p_G = g\tau_G = \alpha I_0 \tau_G$, $\Delta p_U = g\tau_U = \alpha I_0 \tau_U$; ele se numesc goluri de neechilibru. Din ecuațiile (1.36) și (1.37) rezultă că efectul există numai dacă timpii de relaxare după impulsuri în cele două subbenzi sînt diferiți, ceea ce se întîmplă în realitate deoarece timpul de relaxare depinde de impuls. În afară de diferențe între timpii de relaxare un rol esențial îl joacă asimetria în ratele de tranziție la stînga și la dreapta (față de $k = 0$) fapt ce nu este luat în considerare în ecuația (1.36), Și această asimetrie are loc deoarece, pentru sensul de propagare a luminii considerat în figura 1.6 există următoarea situație: *1* — numărul de stări din stînga din care au loc tranzițiile este mai mare decît cel din dreapta (lui $k = 0$); *2*— probabilitatea de tranziție a golurilor din stînga este mai mare decît pentru cele din dreapta deoarece primele au impuls mai mare; *3* — energia golurilor care execută tranziția din stînga este mai mare decît a celor din dreapta și probabilitatea de ocupare a stărilor corespunzătoare este mai mică în stînga decît în dreapta; ca atare există o diferență între concentrația golurilor de neechilibru la stînga și la dreapta. Din aceleași motive există inegalitate în concentrația golurilor la stînga și la dreapta și în subbanda V_U.

Avînd în vedere această situație este mai util să scriem în locul relației (1.36) relația [17]

$$j = j_G + j_U = -\frac{qh}{m_G}\sum_i k_{Gi}\tau_G(k_{Gi})P_i f_G(k_{Gi})\{1 - f_U(k_{Ui})\} + \\ + \frac{qh}{m_U}\sum_i k_{Ui}\tau_U(k_{Ui})P_i f_U(k_{Ui})\{1 - f_G(k_{Gi})\}, \tag{1.38}$$

unde P_i este probabilitatea de tranziție care include elementul de matrice al tranziției și densitatea de stări, iar f_G și f_U sînt funcțiile de distribuție a golurilor în banda de masă grea și, respectiv, ușoară. Expresia curentului scrisă sub această formă indică două lucruri.

Întîi, deoarece elementul de matrice pentru absorbția fotonilor depinde de vectorul de undă k, efectul de antrenare fotonică va prezenta anizotropie pentru că valoarea lui k din care golurile din banda de masă grea execută tranziții în banda de masă ușoară diferă după axele de orientare ale cristalului.

În al doilea rînd, datorită variației cu temperatura a funcției de distribuție a golurilor curentul j depinde de temperatură și poate chiar să-și schimbe semnul cu variația temperaturii (atît j_G cît și j_U), datorită variației semnului inegalității dintre concentrația golurilor la stînga și la dreapta cu variația temperaturii. O asemenea situație s-a observat în Ge—p. Proba folosită în asemenea experiențe are forma din figura 1.7. În figura 1.8 este reprezentat un rezultat experimental obținut cu o probă de Ge—p cu concentrația golurilor la temperatura camerei $p = 6\ 10^{14}$ cm^{-3}.

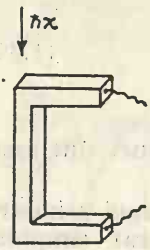


Fig. 1.7. — Geometria probei folosită în experiențe.

Curba *1* este obținută pentru o probă orientată de-a lungul axei [100] și curba *2* pentru probă orientată de-a lungul axei [111], [18].

Experiențele pe Te—p nu au arătat o schimbare a semnului curentului cu temperatura, însă semnalul obținut este mult mai mare decît în Ge—p [19]. În toate cazurile s-a folosit ca sursă de lumină un laser de CO_2 care emite radiație de 10,6 μ. După cum am amintit la începutul acestui paragraf curentul de antrenare fotonică poate apare și în cazul tranzițiilor indirecte în aceeași bandă. Absorbția luminii are loc în acest caz cu participarea simultană a trei particule : electron, foton și fonon (sau centru de impuritate). În figura 1.9 este ilustrat calitativ procesul de

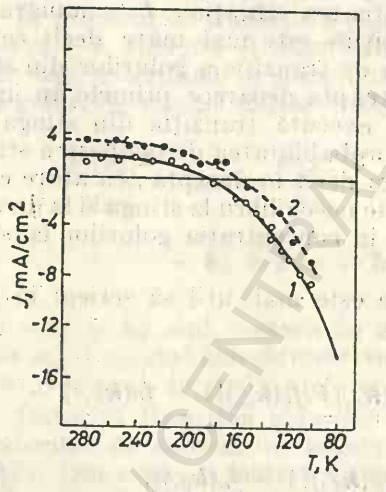


Fig. 1.8. — Dependența de temperatură a curentului de antrenare fotonică în Ge—p.

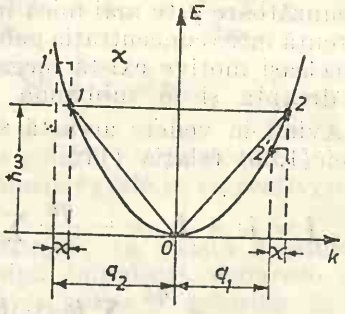


Fig. 1.9. — Tranziții optice în Ge—n : *1'*, *2'* — stări intermediare ; *1*, *2* — stări finale.

tranziție optică a unui electron localizat în starea $k = 0$ într-un minim al benzii de conducție, cu absorbția unui foton. Un electron absorbind un fonon cu impuls q pozitiv sau negativ trece într-o stare intermediară *1'* sau *2'* cu o energie mai mică sau mai mare decît aceea a stării finale *1* sau *2* (energia fononului acustic poate fi neglijată) depinzînd de faptul dacă impulsul fononului și fotonului sînt de același semn sau de semn contrar. Fotonul are impulsul $\hbar x$ și energia $\hbar\omega$. Deoarece starea de energie inter-

mediară din dreapta lui $k = 0$ este mai mică decît cea din stînga, timpul de viață al unui electron excitat în această stare (2') potrivit relației de incertitudine ($\Delta E \cdot \tau \gg \hbar$) este mai mare și, prin urmare, probabilitatea ca electronul să fie transferat în starea finală din dreapta (2) ca rezultat al interacției sale cu fotonul și fononul este și ea mai mare decît pentru tranziția din stînga.

Rezultă că concentrația electronilor care execută tranziții în dreapta este mai mare decît în stînga, ceea ce duce la o asimetrie a distribuției electronilor după viteze și deci la apariția unui curent electric macroscopic. Menționăm că procesul duce și la o asimetrie a fononilor după impulsuri ($|q_2| > q_1|$).

Un rezultat experimental în Ge—n de diferite concentrații este arătat pe figura 1.10 unde cu θ este notată temperatura corespunzătoare energiei fononilor optici ($E_p = k\theta = 0{,}037$ eV) [20].

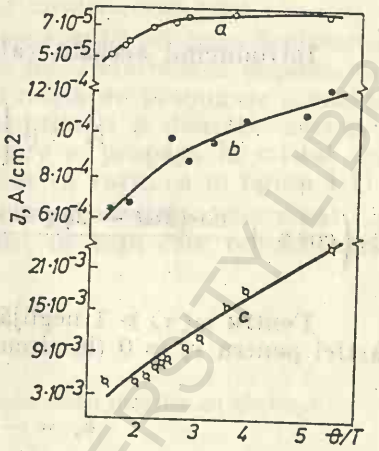


Fig. 1.10. — Dependența de temperatură a curentului de antrenare fotonică în Ge—n: a — $n = 6 \cdot 10^{14}$ cm^3; b — $n = 7 \cdot 10^{15}$ cm^{-3}; c — $n = 7 \cdot 10^{16}$cm^{-3}.

Menționăm că în studiul acestui efect se folosește o radiație de o asemenea energie încît să nu fie posibilă generarea de purtători liberi. Pe de altă parte descrierea de mai sus corespunde limitei cuantice $\hbar\omega \gg kT$, adică pentru unde electromagnetice din domeniul optic. În cazul $\hbar\omega \ll kT$ fenomenul poate fi tratat clasic ca un efect Hall la înaltă frecvență, așa cum se face în [15].

Prezentăm în continuare această tratare clasică considerînd o undă electromagnetică transversală polarizată în direcția z și care se propagă în direcția y

$$\mathcal{E}_z = \mathcal{E}_0 \cos(\omega t - \chi y); \quad B_x = B_0 \cos(\omega t - \chi y + \varphi),$$

unde χ este valoarea absolută a vectorului de undă în direcția y. Sub influența acestei unde electromagnetice mișcarea unui purtător de sarcină (pozitivă) este descrisă de ecuațiile:

$$\frac{dv_z}{dt} + \frac{v_z}{\langle\tau\rangle} = \frac{q}{m}(\mathcal{E}_z - v_y B_x), \tag{1.39}$$

$$\frac{dv_y}{dt} + \frac{v_y}{\langle\tau\rangle} = \frac{q}{m}(\mathcal{E}_y + v_z B_x), \tag{1.40}$$

unde $\mathcal{E}_y$ este cîmpul continuu optoelectric (de antrenare fotonică).

În ecuațiile de mai sus am neglijat, pentru simplitate, difuzia și recombinarea. Mobilitatea purtătorilor de sarcină se scrie $\mu = q\langle\tau\rangle/m$ iar $v_y B_x$ și $v_z B_x$ sînt termeni neliniari.

Dacă neglijăm în prima ecuaţie termenul $v_y B_x$, obţinem

$$v_z = \mu \mathcal{E}_0 \frac{\cos(\omega t - \chi y) + \omega\langle\tau\rangle \sin(\omega\langle\tau\rangle - \chi y)}{1 + \omega^2\langle\tau\rangle^2}. \quad (1.41)$$

Introducînd această valoare în (1.40) rezultă

$$v_y = \mu \left\{ \mathcal{E}_y + \frac{\mu B_0 \mathcal{E}_0}{2(1+\omega^2\langle\tau^2\rangle)} \times \right.$$

$$\left. \times \left(\cos\varphi + \frac{\cos(2\omega t - 2qy + \varphi) + 2\omega\langle\tau\rangle \sin(2\omega t - 2qy + \varphi)}{1 + \omega^2\langle\tau\rangle} \right) \right\}. \quad (1.42)$$

Pentru $\omega\langle\tau\rangle \gg 1$ neglijăm 1 la numitor şi termenii în $2\omega t$, obţinem astfel pentru $v_y = 0$ (la circuit deschis)

$$\mathcal{E}_y = -\frac{1}{2}\mu \mathcal{E}_0 B_0 \cos\varphi / \omega^2\langle\tau\rangle^2. \quad (1.43)$$

Avînd în vedere că intensitatea medie a luminii este dată de expresia $I = [\mathcal{E} \cdot \boldsymbol{H}] = \frac{1}{2\mu_0} \mathcal{E}_0 B_0 \cos\varphi$, putem scrie $|\mathcal{E}_y| = \mu\mu_0 I / \omega^2\langle\tau^2\rangle$.

Intensitatea luminii I depinde de y datorită absorbţiei luminii şi integrînd cîmpul optoelectronic pe direcţia y se obţine tensiunea optoelectrică

$$V_y = \frac{\mu\mu_0}{\omega^2\langle\tau^2\rangle} \frac{I_0}{\alpha} \frac{(1-R)\{1 - \exp(-\alpha d)\}}{1 + R\exp(-\alpha d)}, \quad (1.44)$$

unde I_0 este intensitatea luminii incidente, α este coeficientul de absorbţie, iar R este coeficientul de reflexie a luminii. Dacă folosim ca sursă de lumină un laser cu CO_2 care emite radiaţie pe 10,6 μm cu intensitatea $I_0 = 10^5 \mathrm{W/cm^2}$ pe o probă în care $\omega^2\langle\tau^2\rangle \simeq 10^3\ \mathrm{cm^2/V \cdot s}$, $\alpha = 1\ \mathrm{cm^{-1}}$, $R \simeq 30\%$ şi lungimea probei $d \gg 1/\alpha$, se găseşte $V_y \simeq 10^{-3}$ V. Tensiuni de asemenea ordin de mărime au fost obţinute în Ge, InSb GaAs etc.

Efectul a fost explicat şi pe baza unui fenomen similar efectului Seebeck: purtătorii sînt încălziţi de unda electromagnetică pe faţa de incidenţă mai mult decît pe faţa opusă, unde amplitudinea undei electromagnetice (care iese) este mai mică.

1.4. CURENTUL ELECTRIC DATORAT ANTRENĂRII ACUSTICE. (CURENTUL ACUSTOELECTRIC)

Cînd o undă acustică se deplasează printr-un mediu care conţine purtători de sarcină liberi, în acesta apare un curent electric continuu, de-a lungul direcţiei de propagare a undei, numit curent acustoelectric [21]. Acesta este un caz particular al fenomenului general de antrenare

undă-particulă. Un caz asemănător am studiat în capitolul anterior. Fenomenul constă în transmiterea unui impuls de către undă particulei și prin urmare, în atenuarea undei, deoarece energia și impulsul acesteia sînt strîns legate între ele. Pe de altă parte, fononii termici sau impuritățile împrăștie, în medie, purtătorii de sarcină în direcție opusă antrenării, ceea ce duce la stabilirea unui curent electric staționar.

Propagarea undei acustice printr-un corp solid produce deplasarea ionilor din nodurile rețelei, deci deformarea lui. Deformarea implică variația energiei potențiale a electronilor în direcția de propagare a undei. Deoarece propagarea undei se face prin comprimări și dilatări succesive în cristal, atunci pentru o undă acustică care se propagă în cristal în direcția x, energia potențială U, a electronilor va varia ca în figura 1.11.

Pe aceeași figură este reprezentat și cîmpul electric determinat de gradientul energiei potențiale creat de undă; de fapt este reprezentată

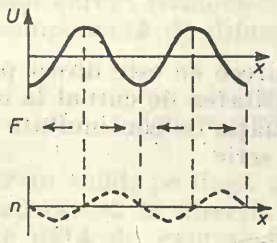


Fig. 1.11. — Interacția undei acustice cu electronii.

forța care acționează asupra electronului, $F = -q\mathcal{E} = -\partial U/\partial x$. Sensul cîmpului variază după direcția pantei undei acustice astfel încît electronii tind să se acumuleze în minimul energiei potențiale. Dar, deoarece unda este progresivă (în continuă mișcare) și pentru relaxarea electronilor (revenirea lor la echilibru) este necesar un timp finit, electronii nu pot atinge chiar poziția de echilibru (minimul energiei) și rămîn în urmă față de undă. De aceea electronii se acumulează în regiunea de pantă negativă a undei, adică acolo unde cîmpul îi antrenează în direcția de propagare a undei (fig. 1.11) [22]; tocmai de aceea apare un curent electric continuu. Dacă ne imaginăm cum un corp ușor plutind pe valurile mării este împins către mal (în direcția de deplasare a valurilor), înțelegem ce este curentul acustoelectric. În general, în cazurile experimentale, timpul de relaxare a electronilor τ_e este mult mai mic decît perioada undei ($\omega\tau_e \ll 1$) și prin urmare drumul liber mijlociu al lor este mult mai mic decît lungimea undei acustice. În acest caz mișcarea electronilor poate fi descrisă de ecuațiile clasice de mișcare, deoarece electronii urmăresc deplasarea ionilor rețelei datorată propagării undei cu o viteză (rată) care pote fi descrisă de coeficienții macroscopici cum ar fi conductivitatea electrică, conductivitatea termică, sistemul de electroni aflîndu-se practic într-un echilibru termodinamic local. Notînd cu δn partea variabilă a concentrației electronilor în prezența undei, concentrația totală se scrie

$$n = n_0 + \delta n, \tag{1.45}$$

iar conductivitatea

$$\sigma = qn_0\mu_n + q\delta n\mu_n, \tag{1.46}$$

unde n_0 este concentrația medie a electronilor (de echilibru).

Notînd cu $\mathcal{E}$ cîmpul local datorat undei, curentul acustoelectric este dat de relaţia

$$j_{ac} = \langle \sigma \mathcal{E} \rangle = q\mu_n \langle \delta n \cdot \mathcal{E} \rangle, \tag{1.47}$$

unde $\langle\ \rangle$ indică media pe un domeniu spaţial mult mai mare decît lungimea de undă acustică şi pe un interval de timp mult mai mare decît perioada ei. Dacă v_s este viteza de propagare a undei şi k este vectorul ei de undă, atunci

$$\delta n = (\delta n)_1 \, e^{ik(x - v_s t)}, \tag{1.48}$$

şi din ecuaţia undelor rezultă

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} = \frac{\partial \delta n}{\partial x} \cdot v_s. \tag{1.49}$$

Scrierea ecuaţiei (1.49) este posibilă deoarece δn este direct proporţional cu amplitudinea undei. Notînd cu j densitatea de curent la un moment dat într-un anumit punct din spaţiu, ecuaţia de continuitate (paragraful 1.9) pentru electronii de conducţie se scrie

$$-q \frac{\partial \delta n}{\partial t} + \frac{\partial j}{\partial x} = 0, \tag{1.50}$$

şi folosind (1.49) avem

$$\delta n = \frac{j}{q v_s} + \text{const.},$$

de unde obţinem pentru densitatea curentului acustoelectric expresia

$$j_{ac} = \frac{\mu}{v_s} \langle j \mathcal{E} \rangle, \tag{1.51}$$

$\langle j\mathcal{E} \rangle$ reprezintă puterea disipată de unda acustică în unitatea de volum în regim staţionar, care prin definiţie este

$$\left\langle \frac{\partial P}{\partial x} \right\rangle = \alpha \langle P \rangle, \tag{1.52}$$

unde α se numeşte constantă de atenuare a undei acustice. Din ultimele două relaţii se obţine pentru densitatea curentului relaţia lui Weinreich [22a]

$$j_{ac} = \frac{\mu_n \alpha \langle P \rangle}{v_s}, \tag{1.53}$$

unde $\langle P \rangle$ este puterea medie disipată pe unitatea de suprafaţă. Intervin şi procese de difuzie a purtătorilor, care trebuie luate în considerare în

expresia curentului acustoelectric. Difuzia, ca și repulsia electrostatică, duce la micșorarea lui δn. Pentru δn mare, sarcina spațială poate să anuleze cîmpul electric local. De aceea în semiconductoarele simple și în metale curentul acustoelectric este neglijabil. Curentul acustoelectric este mare în semiconductoarele multivăi și în piezoelectrici [22, 23].

Dacă concomitent cu propagarea undei se aplică și un cîmp electric continuu se poate obține o situație de amplificare a ultrasunetelor. Aceste probleme le vom studia în capitolul IX [24, 25].

1.5. CURENTUL TERMOELECTRIC

Dacă într-un corp care conține purtători de sarcină liberi există un gradient de temperatură atunci prin el va circula un curent electric, numit curent termoelectric. Curentul termoelectric are două componente: o componentă de difuzie și o componentă de antrenare fononică. Dacă

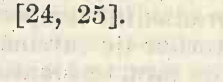


Fig. 1.12. — Proba în care s-a realizat un gradient de temperatură.

într-un solid, pe lîngă un cîmp electric aplicat, există și un gradient de temperatură în direcția x (fig. 1.12) atunci densitatea totală de curent este dată de expresia

$$j = \sigma\left(\frac{1}{q}\frac{\partial F}{\partial x} - \alpha\frac{\partial T}{\partial x}\right), \tag{1.54}$$

unde σ este conductivitatea electrică, F — nivelul Fermi și α — tensiunea termoelectromotoare diferențială care este compusă din doi termeni $\alpha = \alpha_d + \alpha_a$.

α_d este componenta de difuzie și pentru semiconductori nedegenerați este dată de expresia

$$\alpha_d = -\frac{k}{q}\left\{\frac{\left[\frac{5}{2} - r + \ln\left(\frac{N_c}{n}\right)\right] n\mu_n - \left[\frac{5}{2} - r - \ln\left(\frac{N_v}{p}\right)\right] p\mu_p}{n\mu_n + p\mu_p}\right\}, \tag{1.55}$$

unde N_c și N_v sînt densitățile efective de stări din banda de conducție și, respectiv, de valență, k este constanta lui Boltzmann și r este factorul de împrăștiere care intervine în dependența de energie a timpului de relaxare a purtătorilor de sarcină $\tau \sim E^{-r}$ (în cazul împrăștierii pe fononi acustici $r = 1/2$ și în cazul împrăștierii pe impurități ionizate $r = -3/2$). Se observă că α_d este pozitiv în semiconductorul de tip p și negativ în semiconductorul de tip n.

Componenta de difuzie apare datorită difuziei purtătorilor din regiunile cu temperatură mai mare spre regiunile cu temperatură mai mică. Și aceasta se întîmplă deoarece gradientul de temperatură conduce la o dependență spațială a funcției de distribuție a purtătorilor de sarcină. Dependența spațială a funcției de distribuție apare datorită creșterii energiei medii a purtătorilor cu creșterea temperaturii. În consecință purtătorii se vor deplasa în direcție inversă gradientului temperaturii

(adică spre capătul T_1 pe fig. 1.12). Curentul termoelectric datorat acestei difuzii este $j = -\alpha d\partial T/\partial x$. Trebuie observat că în cazul semiconductorului slab dopat (nedegenerat) datorită creşterii concentraţiei purtătorilor cu temperatura apare şi un curent de difuzie, datorat gradientului concentraţiei purtătorilor (ec. (1.28)). Acest curent este inclus în primul termen din paranteza ecuaţiei (1.54). Tensiunea termoelectromotoare de difuzie α_d (ec. (1.55)) este factorul de proporţionalitate al curentului de difuzie cu gradientul temperaturii datorat numai gradientului energiei medii a purtătorilor de sarcină (determinat de gradientul temperaturii). Ea reprezintă de fapt tensiunea la circuit deschis împărţită prin diferenţa de temperatură pe probă. Din ecuaţia (1.54), pentru $j = 0$ (condiţia la circuit deschis) rezultă

$$\alpha_d = \frac{1}{q}\frac{\partial F}{\partial x}\Big/\frac{\partial T}{\partial x}. \tag{1.56}$$

În semiconductoare α_d este de ordinul 1mV/grad în timp ce în metale este mult mai mică, de ordinul 1 μV/grad.

Trecem acum să discutăm contribuţia antrenării fononice. La echilibru termic, electronii (golurile) emit şi absorb fononi în mod egal. Atît sistemul electronic cît şi cel fononic se află în echilibru. În prezenţa gradientului de temperatură se strică echilibrul atît al sistemului electronic (cum am văzut mai sus) cît şi al sistemului fononic. Funcţia de distribuţie a fononilor este dată de formula lui Planck

$$f(E) = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT} - 1}, \tag{1.57}$$

unde $\hbar\omega$ este energia fononului. Numărul de fononi este mai mare acolo unde temperatura este mai mare şi în prezenţa gradientului de temperatură apare o abatere de la echilibru a distribuţiei fononilor; în consecinţă apare un flux net de fononi de la capătul cald la capătul rece al probei. Ca urmare a acestui fapt electronii vor absorbi cu probabilitate mai mare fononi care se mişcă de la dreapta la stînga decît de la stînga la dreapta, adică vor primi un impuls în direcţia de curgere a fluxului de fononi (fig. 1.12).

Apare astfel un curent electric de antrenare fononică.

Efectul de antrenare fononică este mare la temperaturi joase unde distribuţia fononilor tinde mai încet spre echilibru prin ciocnirea fonon-fonon [26]. În cazul împrăştierii pe fononi acustici tensiunea termoelectrică diferenţială de antrenare, α_a, este dată, la temperaturi mai mici decît temperatura Debye, de expresia [27]

$$\alpha_a = -\frac{8}{9\sqrt{\pi}}\frac{v_s^2\tau_{0f}}{T\mu}\cdot\begin{cases}\dfrac{4}{\sqrt{\pi}}, & n=0,\\ 2\beta^{1/2}, & n=1,\\ \dfrac{\beta}{\sqrt{\pi}}, & n=2,\end{cases} \tag{1.58}$$

unde v_s este viteza sunetului, $\tau_f = \tau_{0f}\cdot q^{-n}$ — timpul de relaxare a fononilor, μ — mobilitatea purtătorilor de sarcină, $\beta = \hbar^2/2mkT$.

Pentru goluri, expresia (1.58) are semnul plus. Amintim că deoarece viteza de grup a fononilor optici este mică în comparaţie cu viteza fononilor acustici, contribuţia fononilor optici la efectul de antrenare este în general mică în comparaţie cu a fononilor acustici. Totuşi, s-a arătat [27, 28] că în semiconductorii polari şi în cei cu un procent însemnat de legătură polară, contribuţia fononilor optici la efectul de antrenare este apreciabilă la temperaturi înalte. Trebuie făcută menţiunea că s-a observat experimental că α_a nu tinde la infinit cu scăderea temperaturii aşa cum rezultă din ecuaţia (1.58) ci are un maxim la o temperatură care depinde de puritatea şi dimensiunile probei. Dependenţa lui α_a de dimensiunile probei la temperaturi joase se explică prin faptul că în semiconductoare contribuţia la efectul considerat o aduc fononii acustici longitudinali de unde lungi (în semiconductoare electronii cu vector de undă k pot suferi împrăştiere numai pe fononii cu vector de undă $q \leqslant 2k$ [29]) şi cu scăderea temperaturii principalul mecanism de disipare a căldurii devine împrăştierea acestor fononi de marginile probei. Ca atare, τ_f nu mai depinde de temperatură (este valabilă relaţia (1.58) pentru $n = 0$) şi α_a depinde de temperatură ca $(\mu T)^{-1}$. Pe de altă parte, cu scăderea temperaturii creşte împrăştierea purtătorilor pe impurităţi ionizate şi aceştia pot să-şi împrăştie impulsul obţinut de la fluxul de fononi pe aceşti centri de împrăştiere.

1.6. CURENTUL DE EMISIE TERMOELECTRONICĂ (CURENT DE ESCALADARE A UNEI BARIERE DE POTENŢIAL)

Este cunoscut faptul că pentru a extrage un electron dintr-un corp solid este necesar să cheltuim o energie, numită lucru de ieşire sau de extracţie. În solid se consideră că electronii se mişcă liber în banda de

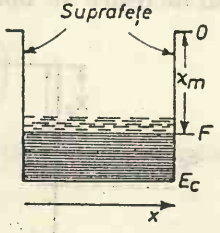


Fig. 1.13. — Electronii în metal se află într-o groapă de potenţial.

conducţie în întreg corpul pînă la suprafaţa acestuia unde există o barieră de potenţial. Cu alte cuvinte, electronul în solid se află într-o groapă de potenţial, aşa cum se vede pe figura 1.13, pentru un metal, a cărei înălţime se măsoară de la marginea inferioară (minimul) a benzii de conducţie, E_c, pînă la nivelul zero (nivelul vidului).

Electronul care se află la marginea inferioară a benzii de conducţie are energia cinetică egală cu zero şi energia sa totală este dată numai de energia potenţială, care are valoare negativă. În metale, ca şi în semiconductori, lucrul de ieşire se măsoară de la nivelul Fermi.

Dacă din metal scoatem electroni de pe nivelele energetice situate sub nivelul Fermi, atunci pentru restabilirea echilibrului electroni de pe nivele superioare vor trece pe nivele inferioare rămase libere şi ca rezultat ei vor ceda energie reţelei ceea ce duce la încălzirea metalului. Dacă,

dimpotrivă, scoatem electroni de pe nivele situate deasupra nivelului Fermi, atunci, în procesul de restabilire a echilibrului electroni de pe nivele inferioare vor trece pe nivele superioare ceea ce se face prin absorbție de energie de la rețea și ca rezultat metalul se răcește. În aceste condiții lucrul mecanic cheltuit pentru a scoate electronii din metal nu este lucrul de ieșire termodinamic. Echilibrul termodinamic al sistemului nu se schimbă dacă scoatem electroni de la nivelul Fermi; de aceea lucrul de ieșire se măsoară de la nivelul Fermi. Dacă nu am accepta această definiție nu am putea introduce o altă mărime legată de scoaterea electronilor din metal în vid deoarece la o temperatură dată aceasta ar varia pe aproape toată lărgimea energetică a benzii de conducție. Se poate înțelege ușor de ce lucrul de ieșire termodinamic se măsoară de la nivelul Fermi dacă ne amintim că nivelul Fermi este nivelul energetic pentru care probabilitatea de ocupare cu electroni este egală cu 1/2 (adică ori că este ocupat ori că nu este ocupat acest nivel, starea de echilibru a sistemului nu se schimbă).

Se pot înțelege și mai bine lucrurile dacă asemănăm gazul electronic din metal cu un sistem lichid-vapori saturanți aflat într-o incintă închisă, unde suprafața de separare lichid-vapori saturanți corespunde nivelului Fermi iar moleculele de substanță din incintă corespund electronilor.

Într-un semiconductor lucrurile stau la fel ca într-un metal. Dacă scoatem electroni de deasupra nivelului Fermi corpul se răcește iar dacă scoatem electroni de sub nivelul Fermi corpul se încălzește. Numai în cazul cînd scoatem electroni de deasupra și de sub nivelul Fermi în asemenea proporție încît energia lor medie să fie egală cu energia de la nivelul Fermi temperatura corpului rămîne neschimbată. Și în semiconductoare lucrul de ieșire termodinamic se măsoară tot de la nivelul Fermi cu toate că acest nivel se găsește în general în banda interzisă unde, dacă nu coincide cu un nivel creat de impurități, nu este ocupat cu electroni. La metale lucrul de ieșire se notează cu χ_m (fig. 1.13) iar la semiconductori

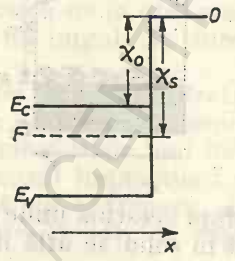


Fig. 1.14.—Lucrul de ieșire în semiconductor.

se notează cu χ_s (fig. 1.14). Mărimea χ_0 măsurată de la minimul benzii de conducție se numește afinitate electronică.

Datorită variației poziției nivelului Fermi cu temperatura și cu gradul de dopare cu impurități și lucrul de ieșire din semiconductor variază; lucrul de ieșire este mai mare în semiconductorul de tip p decît în semiconductorul de tip n. Lucrul de ieșire variază de la corp la corp fiind cuprins între 1 și 6 eV. În cazul emisiei termoelectronice energia necesară pentru ca electronul să iasă din cristal în afara lui este luată de la cristal, mai precis de la energia cinetică de agitație termică a electronilor și atomilor lui. Deci emisia electronilor este cu atît mai mare cu cît temperatura

este mai ridicată. Energia electronilor în banda de conducție funcție de viteză se scrie

$$E = E_c + \frac{m_n v^2}{2} = E_c + \frac{m_n}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2).$$

Concentrația electronilor dintr-un cm^3, care au vitezele cuprinse în intervalul v_x, $v_x + \mathrm{d}v_x$; v_y, $v_y + \mathrm{d}v_y$; v_z, $v_z + \mathrm{d}v_z$ adică din spațiul energetic $\mathrm{d}E$, este dată de relația $\mathrm{d}n = g_c(E) f(E)\ \mathrm{d}E$ care în spațiul vitezelor se scrie

$$\mathrm{d}n(v_x, v_y, v_z) = \frac{2m_n^3}{(2\pi\hbar)^3} \exp\left(\frac{-\frac{m_n}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) - (E_c - F)}{kT}\right) \mathrm{d}v_x \mathrm{d}v_y \mathrm{d}v_z. \tag{1.59}$$

Am presupus că este aplicabilă statistica Boltzmann. Un electron care are viteza v_x parcurge în timpul t distanța $v_x t$ în direcția x. Toți electronii care se află la o distanță mai mică decît $v_x t$ de suprafața corpului și se deplasează spre aceasta vor ajunge la ea în timpul t. Notînd cu A aria suprafeței, numărul acestor electroni este $Av_x t\mathrm{d}n$, adică numărul de electroni din volumul $Av_x t$, care au sarcina $-qAv_x t\mathrm{d}n = -\mathrm{d}Q$. Densitatea de curent electric $-\mathrm{d}j(= (1/A)\ \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$ este

$$\mathrm{d}j = -qv_x \mathrm{d}n(v_x, v_y, v_z). \tag{1.60}$$

Densitatea totală de curent se obține integrînd această expresie pe toate vitezele.

Nu toți electronii care se mișcă în direcția x cu viteza v_x vor ieși din semiconductor în vid ci numai cei care au energia cinetică $m_n v_n^2/2 > \chi_0$ adică viteza

$$v_x > v_0 = \left(\frac{2\chi_0}{m_n}\right)^{1/2}. \tag{1.61}$$

Așadar densitatea de curent electric care iese din semiconductor în vid în direcția x se scrie

$$j_x = -q\int_{v_0}^{\infty} \mathrm{d}v_x \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}v_y \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}v_z v_x \mathrm{d}n\ (v_x, v_y, v_z). \tag{1.62}$$

Rezultă legea lui Richardson

$$j = AT^2 \mathrm{e}^{-\chi_s/kT}, \quad A = \frac{4\pi q m_n k^2}{h^3}. \tag{1.63}$$

Menționăm că totuși nu toți electronii cu energie mai mare decît χ pot ieși din corp deoarece, în acord cu mecanica cuantică, există și un coeficient de reflexie a electronilor la suprafață. Pentru metale, în ecuația (1.63), se înlocuiește χ_s cu χ_m.

Din studiul variației curentului de emisie termoelectronică cu temperatura se determină lucrul de ieșire al materialului și constanta A,

care se numește constanta lui Richardson. În tabela 1.2 sînt date valorile lucrului de ieșire și a constantei A pentru cîteva metale [30]

Tabela 1.2

Lucrul de ieșire și constanta lui Richardson pentru cîteva metale

Metalul	χ, eV	A(Acm^{-2}·grad^{-2})	Metalul	χ, eV	A(Acm^{-2}·grad^{-2})
Platina	5,3	32	Wolfram toriat	2,6	3
Molibden	4,4	115	Cesiu	1,8	160
Wolfram	4,5	72	Bariu	2,5	25
Tantal	4,1	37	Wolfram cesiat	1,4	3
Calciu	3,2	60			

Am presupus în cele de mai sus că bariera pentru electroni este abruptă la suprafața metalului și are înălțimea $U = \chi_m + F$ (fig. 1.13). Totuși, cînd electronul care iese se depărtează la o distanță x, de cîțiva

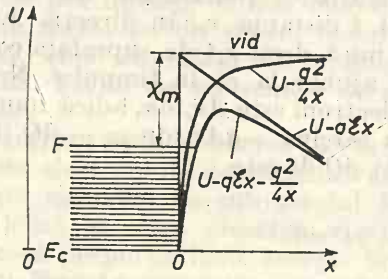


Fig. 1.15.—Energia potențială a electronului în apropierea suprafeței metalului în prezența unui cîmp extern.

Ångstromi de suprafață, este atras de forța imagine $F_{im} = -q^2/4x^2$ (dată de o sarcină pozitivă care se găsește la distanța x în interiorul metalului, astfel că distanța dintre electron și imaginea lui este $2x$) și bariera se modifică devenind

$$U_1 = U - \frac{q^2}{4x}, \text{ pentru } x \text{ mare}, \tag{1.64}$$

așa cum se vede pe figura 1.15.

Presupunem că la suprafața metalului se aplică un cîmp electric E_x care acționează asupra electronului în direcția x. În această situație bariera capătă forma

$$U(x) = (\chi_m + F) - \frac{q^2}{4x} - qx\mathcal{E}. \tag{1.65}$$

Diferențiind relația (1.65) obținem că la $x_{max} = (q/4\mathcal{E})^{1/2}$, bariera are valoarea maximă

$$U_{max} = (\chi_m + F) - (q^3\mathcal{E})^{1/2}. \tag{1.66}$$

În prezența cîmpului curentul de emisie (ec. (1.163)) se modifică și este dat de formula lui Schottky

$$j = AT^2 e^{-\chi/kT} e^{-(1/kT)\sqrt{q^3\mathcal{E}}}. \tag{1.67}$$

Emisia electronilor în prezența cîmpului electric se numește emisie Schottky. S-a observat că dacă pe suprafața unui material cu lucru de ieșire mare se depune un strat dintr-un material cu lucru de ieșire mic (de exemplu cesiu) lucrul de ieșire a electronilor se micșorează. În ultimul timp s-au obținut structuri cu lucrul de ieșire sub 1eV prin depunerea pe suprafața siliciului sau a compușilor $A_{III}B_V$ a unor straturi de dipol Cs/0 sau Rb/0[31], [32]. Stratul de dipol se formează prin depunerea pe suprafața foarte curată a semiconductorului a unui strat subțire (monoatomic) dintr-un element electropozitiv (de exemplu cesiu sau rubidiu) și apoi a unui strat subțire (monoatomic) dintr-un element electronegativ (oxigen) [33]. Cele mai bune rezultate au fost obținute prin depunerea de Rb și 0 pe suprafața (100) a Si—p [33]. Ionii de Rb și de 0 formează stratul de dipol care reduce nivelul vidului sub valoarea minimului benzii de conducție din volumul materialului (Si—p), așa cum se vede pe figura 1.19, și afinitatea pentru electroni, χ_0, devine negativă iar lucrul de ieșire χ_s devine mai mic decît 1eV. Micșorarea lucrului de ieșire se bazează pe fenomenul studiat în figura 1.15 iar curbarea benzilor din semiconductor se bazează pe apariția unui strat de acumulare de electroni datorat cîmpului de dipol [1].

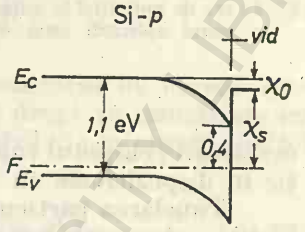


Fig. 1.16. — Diagrama energetică a Si cu suprafața (100) activată. χ_0 est în jur de 0,1 eV.

Electronii pot fi extrași din corp și prin efect fotoelectric extern prin iluminarea suprafeței corpului cu o radiație care are $h\nu \geqslant \chi_s$. Pe figura 1.17 este reprezentată dependența eficienței cuantice (raportul dintre numărul de electroni ieșiți și numărul de fotoni incidenți) de lungimea de undă a luminii incidente, pentru două probe de Si—p, una activată cu Cs/0 și alta cu Rb/0 [32].

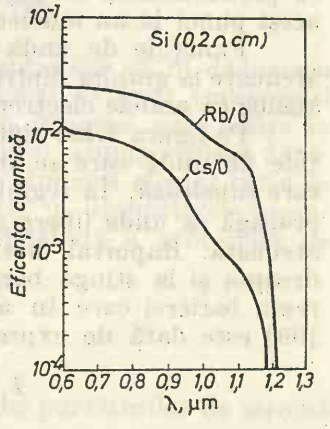


Fig. 1.17. — Eficiența cuantică a efectului fotoelectric extern în Si—p.

Eficiența cuantică η este dată de expresia

$$\eta = B\alpha L \quad \text{(fotoelectroni / fotoni absorbiți)},$$

unde α^{-1} este adîncimea de absorbție a luminii, L este lungimea de difuzie a electronilor și B este probabilitatea de ieșire a electronilor de pe suprafață [34]. Pentru Si—p, $B = 0{,}05$, $L = 8\mu$m iar α^{-1} este dat în [35].

1.7. CURENTUL TUNEL (CURENT DE TRECERE PRIN BARIERA DE POTENȚIAL)

Curentul tunel este tot un curent de traversare a unei bariere de potențial, ca cel studiat anterior, cu deosebirea că electronii nu trec peste bariera de potențial ci prin ea. Un curent tunel apare la emisia

electronilor din metale (emisie autoelectronică) cînd cîmpul electric aplicat atinge cîteva mii de V/cm. În acest caz bariera de potențial la suprafața metalului arată ca în figura 1.19: grosimea barierei la suprafață devine atît de îngustă (și în regiunea de sub nivelul Fermi) încît electronii pot trece prin barieră prin efect tunel. După cum vom vedea în capitolele

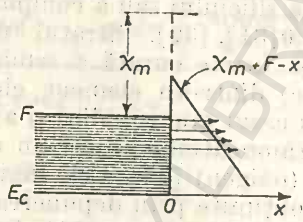


Fig. 1.18. — Tunelarea electronilor prin bariera de potențial la suprafața unui metal în cazul aplicării unui cîmp electric intens.

următoare, curentul tunel este unul din mecanismele principale de conducție în dispozitivele cu corp solid.

Tunelarea particulelor printr-o barieră de potențial este un fenomen cuantic, deoarece numai astfel putem să ne imaginăm că o particulă care se află în regiunea I, cu energia cinetică E mai mică decît înălțimea barierei U_0, poate să treacă dincolo de barieră, adică în regiunea III (fig. 1.19*a*).

În mecanica cuantică unei particule i se asociază o funcție de undă Ψ astfel că pătratul amplitudinii funcției de undă normate, într-un punct din spațiu se interpretează ca probabilitatea ca particula să se afle în acest punct la un moment dat.

Funcțiile de undă pot fi reflectate și atenuate la granița dintre două medii în mod analog ca undele electromagnetice.

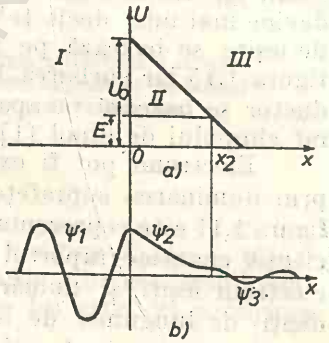


Fig. 1.19. — Tunelarea electronilor prin bariera de potențial.

Pe figura 1.19*b* sînt reprezentate funcțiile de undă care se atașează electronului care tunelează. În regiunile I și III ele se propagă ca unde libere iar în regiunea barierei funcția de undă este atenuată. Raportul dintre pătratul amplitudinilor funcției de undă la dreapta și la stînga barierei dă probabilitatea de tunelare sau transparența barierei care în aproximația WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) [36] este dată de expresia

$$T_t \simeq \exp\left[-2\int_0^{x_2} |k(x)|\, dx\right], \tag{1.68}$$

unde $x = 0$ și x_2 sînt punctele clasice de întoarcere și $k(x)$ este valoarea absolută a vectorului de undă al electronului în barieră

$$k(x) = \sqrt{\frac{2m_n}{\hbar^2}\,[U(x) - E]}, \tag{1.69}$$

unde $U(x)$ este înălțimea barierei de potențial și E este energia cinetică a electronului. Pentru bariera de potențial din figura 1.20*a*

$$U(x) - E = U_0 - q\mathcal{E}x.$$

Se obține

$$x = 0, \quad V_0 - q\mathcal{E}x = U_0,$$
$$x = x_2, \quad U_0 - q\mathcal{E}x = 0. \tag{1.70}$$

În această situație ecuația (1.68) devine

$$T_t \simeq \exp\left(-\frac{4\sqrt{2m_n}U_0^{3/2}}{3q\hbar\mathcal{E}}\right). \tag{1.71}$$

În cazul emisiei autoelectronice $U_0 = \chi_m$ densitatea de curent este dată de ecuația (1.60) cu deosebirea că membrul drept se înmulțește cu T_t, deoarece numai electronii care tunelează contribuie la curent, astfel că integrînd avem

$$j = \frac{2q}{h^3}\int_{p_z=-\infty}^{\infty} dp_z \int_{p_y=-\infty}^{\infty} dp_y \int_{p_x=0}^{\infty} f(E)v_x T_t dp_x, \tag{1.72}$$

unde $f(E)$ este funcția de distribuție Fermi-Dirac și $v_x = (p_x/m)$ este viteza electronilor în direcția de tunelare; $h^3/2$ este volumul unei stări și $dp_x dp_y dp_z/(h^3/2)$ este densitatea de stări energetice în spațiul impulsurilor. Se obține formula lui Fowler și Nordheim

$$j = A\mathcal{E}^2 \exp\left(-\frac{B}{\mathcal{E}}\right); \quad B = \frac{4\sqrt{2m_n}\chi_m^{3/2}}{3q\hbar}, \tag{1.73}$$

unde A este o constantă care depinde de χ_m. Menționăm că în deducerea expresiei (1.71) nu s-a luat în considerare vectorul de undă transversal (adică s-a considerat egal cu zero) și nici forța imagine, care apare în cazul emisiei autoelectronice. Un studiu amănunțit asupra emisiei autoelectronice se găsește în [38]. În capitolul V se studiază efectul tunel în dispozitivele semiconductoare iar în capitolul VIII în dispozitivele supraconductoare, unde cititorul va găsi o tratare detaliată a proceselor de tunelare.

1.8. ECUAȚIA DE CONTINUITATE

Variația în timp și cu poziția a concentrației purtătorilor de sarcină este descrisă de ecuația de continuitate.

Considerăm întîi un caz unidimensional (fig. 1.20) în care curentul curge în direcția x. Fie acesta un curent de electroni.

Variația numărului de electroni într-un strat din semiconductor de grosime dx și arie 1 cm² în timpul dt este

$$[n(x,t+dt) - n(x,t)] = \frac{\partial n}{\partial t}\, dt\, dx, \tag{1.74}$$

unde $n(x, t)$ este concentrația electronilor la timpul t și $n(x,t+dt)$ la timpul $t + dt$. Variația concentrației electronilor în elementul de volum

considerat se poate datora la trei cauze: (1) — generarea purtătorilor de sarcină. Notînd cu g rata de generare (de exemplu prin iluminare) în timpul dt se generează $gdxdt$ electroni; (2) — recombinarea purtătorilor de sarcină. Rata netă de recombinare $r = (n - n_0)/\tau$ duce la dispariția a $rdxdt$ electroni; (3) curgerea curentului electric. Notînd cu $j_n(x)$ densi-

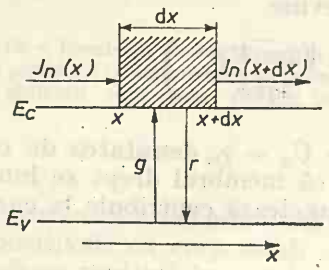


Fig. 1.20 — Schema pentru stabilirea ecuației de continuitate.

tatea de curent care intră prin granița x și cu $j_n(x + dx)$ densitatea de curent care iese prin granița $x + dx$, variația numărului de electroni datorită curgerii curentului electric este

$$-\frac{1}{q}[j_n(x) - j_n(x + dx)]\,dt = \frac{1}{q}\frac{\partial j_n}{\partial x}dxdt, \tag{1.75}$$

sau

$$\frac{\partial n}{\partial t}dtdx = \left(\frac{1}{q}\frac{\partial j_n}{\partial x} + g - r\right)dtdx, \tag{1.76}$$

adică, obținem ecuația de continuitatea pentru electroni

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial j_n}{\partial x} + g - \frac{n - n_0}{\tau}.$$

În cazul general, cînd n depinde de cele trei coordonate

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\operatorname{div} j_n + g - \frac{n - n_0}{\tau}. \tag{1.77}$$

În mod analog, pentru goluri

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\operatorname{div} j_p + g - \frac{p - p_0}{\tau}. \tag{1.78}$$

Termenul de recombinare este nul dacă nu există purtători de neechilibru, adică $n = n_0$ și $p = p_0$. Existența purtătorilor de neechilibru face ca curentul electric să fie limitat de recombinare. Apare în acest caz un lucru specific semiconductorilor și izolatorilor: curentul electric se închide și prin banda interzisă.

Dacă $g = 0$, folosind expresiile (1.33) pentru curenți în relațiile de mai sus, obținem în cazul unidimensional

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x}(\mu_p p \mathcal{E}) - \frac{p - p_0}{\tau},$$
$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x}(\mu_n n \mathcal{E}) - \frac{n - n_0}{\tau}. \tag{1.79}$$

La aceste ecuații adăugăm ecuația lui Poisson

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0} = \frac{q(p_1 - n_1)}{\varepsilon \varepsilon_0}, \tag{1.80}$$

unde s-au notat concentrațiile purtătorilor de neechilibru, $n_1 = n - n_0$, $p_1 = p - p_0$.

1.9. CURENTUL ELECTRIC LIMITAT DE RECOMBINARE

La echilibru, rata de generare termică este egală cu rata de recombinare. Cu creșterea temperaturii crește rata de generare și în aceeași măsură crește și rata de recombinare. Rezultatul mediu este că există permanent o concentrație de purtători liberi de echilibru și că această concentrație crește cu creșterea temperaturii. Noi pentru a înțelege un asemenea lucru ne referim totdeauna la un lichid care ocupă parțial o incintă închisă, pentru că este mai aproape de intuiția noastră. Cu creșterea temperaturii crește concentrația de vapori saturanți care se află în echilibru cu concentrația moleculelor de lichid. Și permanent la o temperatură dată putem vorbi de o concentrație a vaporilor saturanți care în cazul nostru ar corespunde concentrației de echilibru a electronilor liberi. Considerăm că la o temperatură dată există în incintă N_1 molecule de vapori saturanți și N_2 molecule de lichid. Să ne imaginăm că într-un anumit mod introducem n_1 molecule de vapori și, pentru a conserva numărul total de molecule scoatem n_1 molecule de lichid din incintă. Concentrația vaporilor a devenit $N_1 + n_1$ și a moleculelor de lichid $N_2 - n_1$. Revenirea sistemului la echilibru se face prin trecerea celor n_1 molecule de vapori în starea lichidă astfel încît în final sistemul va ajunge la situația inițială din nou, N_1 molecule de vapori și N_2 molecule de lichid. Observăm că în timpul procesului de revenire la echilibru numărul de molecule care trec din starea de vapori în stare lichidă este mai mare decît numărul celor care trec în sens invers. (La echilibru cele două numere sînt egale). Presupunem că avem o mașină în exteriorul incintei care nu poate injecta decît n_1 molecule de vapori și nu poate extrage decît n_1 molecule de lichid (fig. 1.21).

Această mașină are proprietatea de a transforma în vapori cele n_1 molecule de lichid pe care le primește și a injecta n_1 molecule de vapori în incintă, prin urmare de a realiza un flux de molecule în incintă astfel încît numărul total de molecule în incintă se conservă. Cînd mașina este

cuplată la incintă (printr-un vas comunicant care nu schimbă proprietățile incintei), în primul moment extrage n_1 molecule de lichid și injectează n_1 molecule de vapori. Dacă trecerea vaporilor injectați în stare lichidă s-ar face instantaneu, atunci debitul de molecule care curg prin circuit ar fi egal cu cel inițial. Însă, această trecere nu este instantanee și în continuare mașina nu poate injecta decît o cantitate de vapori egală cu a celor care au trecut în starea lichidă, deoarece ea nu poate menține în permanență decît n_1 vapori injectați și nu mai mulți. De reținut este că

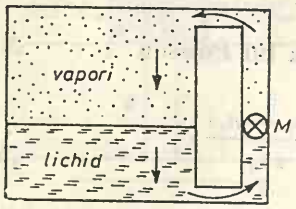


Fig. 1.21. – Schema mecanic analog limitării curentului de către recombinare: M – mașina de conversie a lichidului în vapori.

debitul de molecule prin circuit este reglat de procesul de trecere a vaporilor în stare lichidă în sistemul din incintă. Pe o porțiune de circuit fluxul este menținut de curgerea vaporilor iar pe altă porțiune de curgerea lichidului. Dacă facem analogia vapori-electroni liberi și lichid-electroni legați (din banda de valență), iar mașina M din figura 1.21 este sursa de energie electrică, putem înțelege mai ușor ce înseamnă curentul electric limitat de recombinare. Recombinarea electron-gol este analogul trecerii vaporilor în stare lichidă; curentul electric datorat recombinării electron-gol se închide prin banda interzisă. Scriem ecuația de continuitate pentru electroni (ec. (1.79)) în cazul staționar, $\partial n/\partial t = 0$, și în presupunerea că condiția de neutralitate este îndeplinită, adică $p_1 - n_1 = 0$ ceea ce din relația (1.80) dă $\dfrac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = 0$

$$\frac{\mathrm{d}^2 n_1}{\mathrm{d}x^2} - \frac{\mu \mathcal{E}}{D_n}\frac{\mathrm{d}n_1}{\mathrm{d}x} - \frac{n_1}{D_n \tau} = 0. \tag{1.81}$$

Deoarece în cele mai multe cazuri de aplicații practice concentrația de echilibru n_0 este independentă de distanța x, în expresia (1.81) am luat în considerare numai concentrația de neechilibru n_1.

Considerînd o probă infinit lungă și că injecția are loc în planul $x = 0$ unde concentrația electronilor injectați este $n_1(0)$, variația concentrației electronilor de neechilibru cu distanța este dată de legea

$$n_1(x) = n_1(0)\ \mathrm{e}^{-x/L}, \tag{1.82}$$

care se obține din rezolvarea ecuației (1.81). Concentrația electronilor exces scade exponențial cu distanța. Distanța l pe care concentrația scade de e ori se numește lungime de dispariție sau de recombinare

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{L_D}\left(\sqrt{1 + \frac{l_E^2}{4L_D^2}} - \frac{l_E}{2L_D}\right);\quad L_D = \sqrt{D\tau};\ l_E = \mu \mathcal{E} \tau, \tag{1.83}$$

L_D se numește lungime de difuzie; ea este lungimea pe care concentrația purtătorilor injectați scade de e ori, în absența cîmpului electric ($\mathcal{E} = 0$). În acest caz

$$n_1(x) = n_1(0)\, e^{-x/L_D}, \tag{1.84}$$

și curentul este un curent de difuzie

$$j_{nD} = -qD_n \frac{dn}{dx} = qL_D \frac{n_1}{\tau} = qL_D r, \tag{1.85}$$

unde $r = n_1/\tau$ este rata de recombinare. Prin urmare, curentul de difuzie este limitat de recombinare; el este cu atît mai mare cu cît rata de recombinare este mai mare și se închide prin banda interzisă.

Relațiile (1.84), (1.85) sînt adevărate și pentru $\mathcal{E} \neq 0$ dacă $l_E \ll L_D$ (l_E este lungimea de drift); ea este distanța pe care o parcurg purtătorii în timpul de viață $\tau (l_E = \mu \mathcal{E} \tau = v_d \tau)$ sub acțiunea cîmpului electric. În cîmpuri electrice intense, $l_E \gg L_D$ și $l = l_E$ iar concentrația purtătorilor variază după legea

$$n_1(x) = n_1(0)\ e^{-x/\mu \mathcal{E} \tau}. \tag{1.86}$$

Considerînd relația generală (1.82) avem următoarele situații. Dacă $\mathcal{E} < 0$, adică cîmpul electric antrenează electronii în direcția difuziei, atunci crește concentrația în volumul semiconductorului în comparație cu cazul $\mathcal{E} = 0$. Dacă $\mathcal{E} > 0$, concentrația electronilor în volumul semiconductorului scade în comparație cu cazul $\mathcal{E} = 0$ (fig. 1.22). Dacă $n_1(0) < 0$, situația este inversă. În figura 1.22 am notat cu n_0 concentrația purtătorilor de echilibru.

Pentru $\mathcal{E} < 0$, cazul $n_1(0) > 0$ se numește injecție a purtătorilor de neechilibru și cazul $n_1(0) < 0$ se numește extracție. Pentru $\mathcal{E} > 0$, cazul $n_1(0) > 0$ se numește acumulare iar cazul $n_1(0) < 0$ se numește sără-

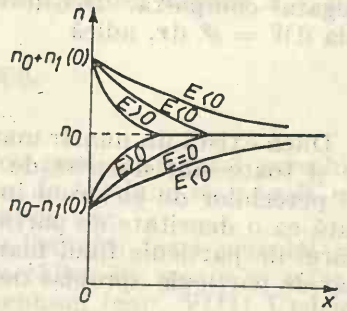


Fig. 1.22. — Distribuția concentrației de neechilibru a electronilor în cazul injecției, acumulării și extracției.

cire. Situația se referă la concentrația purtătorilor din volumul semiconductorului. Pentru goluri, cazul $\mathcal{E} > 0$ corespunde cazului $\mathcal{E} < 0$ pentru electroni și invers [3]. Fenomenul de injecție este mai general el constînd în fond în creșterea concentrației purtătorilor de sarcină ca rezultat al acțiunii unui agent exterior.

În discuțiile de mai sus noi am presupus că concentrațiile de neechilibru ale electronilor și golurilor variază în același fel; adică div $\mathcal{E} = 0$.

Această condiție poate să nu fie îndeplinită, în special, în cazul injecției la contact în dielectrici.

Din cele prezentate pînă aici rezultă că curentul electric în cazul existenței purtătorilor de neechilibru este limitat de recombinare și prin urmare el se închide prin banda interzisă. După cum vom vedea în alte capitole poate fi limitat de recombinare și curentul de traversare a unei bariere de potențial, atît cel prin escaladare (curentul de generare-recombinare în regiunea barierei de potențial a unei joncțiuni $p-n$) cît și curentul tunel; ne referim la limitarea acestor curenți de recombinarea în regiunea barierei de potențial.

1.10. CURENTUL ELECTRIC ÎN SUPRACONDUCTOARE (CURENT DATORAT GRADIENTULUI FAZEI PERECHILOR DE ELECTRONI)

Într-un supraconductor toate perechile de electroni pot fi considerate că sînt condensate în aceeași stare cuantică pe care o scriem

$$\Psi(\boldsymbol{r},t) = \sqrt{\rho(\boldsymbol{r},t)}\, e^{i\theta(\boldsymbol{r},t)}, \tag{1.87}$$

unde ρ și θ sînt funcții reale de $\boldsymbol{r}$, Ψ este funcția de undă a unei perechi (Anexa I) și $\rho = |\Psi\Psi^*|$ este densitatea perechilor Cooper. Este util să facem aici unele observații asupra interpretării funcției de undă Ψ, dată inițial de Born [39].

Dacă o particulă este descrisă de o funcție de undă Ψ probabilitatea dW de a găsi această particulă în elementul de volum $d\boldsymbol{r} = dxdydz$ în punctul $\boldsymbol{r}$, este

$$dW(\boldsymbol{r},t) = |\Psi|^2 d\boldsymbol{r} = \Psi\Psi^* d\boldsymbol{r}. \tag{1.88}$$

Deoarece în general Ψ este o funcție complexă, asteriscul indică conjugata complexă. Densitatea de probabilitate $\mathscr{P}$ este definită de relația $dW = \mathscr{P}\, d\boldsymbol{r}$, adică

$$\mathscr{P} = \Psi\Psi^*. \tag{1.89}$$

Dacă există un număr mare de particule care se află toate în aceeași stare și toate sînt descrise de aceeași funcție de undă Ψ, așa cum este cazul perechilor de electroni în supraconductor, atunci $\mathscr{P}$ poate fi interpretată ca o densitate de particule, $\mathscr{P} = \rho$. Aceasta se întîmplă deoarece numărul de particule fiind foarte mare în orice volum $dxdydz$ găsim un număr de particule apropiat de $\Psi\Psi^* dxdydz$ și numărul total N de particule din sistem este dat de relația $\int |\Psi|^2 d\boldsymbol{r} = N$. În general este convenabil să se folosească o funcție de undă normată $\Psi_1 = \Psi_1/\sqrt{N}$ astfel că $\int \Psi_1\Psi_1^* \cdot d\boldsymbol{r} = 1$. Dacă fiecare particulă are sarcina q atunci $q\rho$ reprezintă chiar densitatea de sarcină. Unii autori includ pe q în $\Psi\Psi^*$ incluzînd în funcția de undă o constantă adecvată, astfel că în asemenea caz $\Psi\Psi^*$ reprezintă chiar densitatea de sarcină. Ecuația Schrödinger pentru o particulă de sarcină q care se mișcă într-un cîmp electromagnetic ce derivă dintr-un

potențial vectorial $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)$ și dintr-un potențial scalar $\varphi(\boldsymbol{r},t)$ este dată de expresia [36].

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi(\boldsymbol{r},t) = \left[\frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar\nabla}{i} - q\boldsymbol{A}\right)^2 + q\Phi\right]\Psi(\boldsymbol{r},t), \tag{1.90}$$

unde $i = \sqrt{-1}$. Derivînd în raport cu timpul relația (1.89), avem

$$\frac{\partial \mathscr{P}}{\partial t} = \Psi\frac{\partial \Psi^*}{\partial t} + \Psi^*\frac{\partial \Psi}{\partial t}, \tag{1.91}$$

unde $\partial\Psi/\partial t$ este dat de expresia (1.90), iar $\partial\Psi^*/\partial t$ este conjugata ei, adică fiecare i din ecuația (1.90) se înlocuiește cu $-i$. Se obține

$$\frac{\partial \mathscr{P}}{\partial t} = -\nabla\frac{1}{2m}\left\{\Psi^*\left(\frac{\hbar}{i} - \nabla\, q\boldsymbol{A}\right)\Psi + \Psi\left(-\frac{\hbar}{i}\nabla - q\boldsymbol{A}\right)\Psi^*\right\}; \tag{1.92}$$

Notînd cu J densitatea de curent de particule, ecuația de continuitate se scrie

$$\frac{\partial \mathscr{P}}{\partial t} = -\frac{1}{q}\nabla \boldsymbol{J}. \tag{1.93}$$

Folosind ecuațiile (1.93), (1.92) și funcția de undă (1.87) a perechilor de electroni, obținem

$$\boldsymbol{J} = \frac{\hbar}{m}q\left(\nabla\theta - \frac{q}{\hbar}\boldsymbol{A}\right)\rho. \tag{1.94}$$

În relația (1.94) ρ reprezintă densitatea de perechi Cooper, q este sarcina perechii (egală cu de două ori sarcina electronului)și m este masa efectivă egală cu de două ori masa electronului. Se observă că curentul electric conține două componente: o componentă datorată gradientului fazei și o componentă datorată potențialului vector. Pentru $\boldsymbol{A} = 0$

$$\boldsymbol{J} = \frac{\hbar}{m}q\rho\nabla\theta, \tag{1.95}$$

adică curentul electric este proporțional cu gradientul fazei perechilor de electroni. Într-un supraconductor căderea de tensiune este egală cu zero și prin urmare și cîmpul electric este egal cu zero.

Curentul electric se datorează gradientului fazei perechii; acesta este rezultatul natural al deplasării perechilor în spațiu și este foarte important pentru a înțelege efectul Josephson (cap. VIII). Undele perechilor nu suferă împrăștiere cînd se propagă prin supraconductor așa cum suferă undele electronilor neîmperechiați și curentul electric în supraconductor curge indefinit (la nesfîrșit). Pentru $\nabla\theta = 0$ din relația (1.94) se obține ecuația lui London [40]

$$\boldsymbol{J} = -\frac{q\rho^2}{m}\boldsymbol{A}. \tag{1.96}$$

Ea explică efectul Meissner [41] (Această ecuație este scrisă în condiția ca potențialul vector să satisfacă relațiile : $\mathrm{div}\boldsymbol{A} = 0$ și $A_n = 0$, unde n indică componenta normală la suprafața supraconductorului. Aceste relații corespund condițiilor $\mathrm{div}\boldsymbol{j} = 0$ și $j_n = 0$. Ultima condiție spune că la suprafața vid-supraconductor nu trebuie să curgă curent electric).

Densitatea de curent electric o putem scrie în forma generală

$$\boldsymbol{J} = q\rho\boldsymbol{v}, \tag{1.97}$$

unde $\boldsymbol{v}$ este viteza perechilor de electroni

$$\boldsymbol{v} = \frac{1}{m}(\boldsymbol{p} - q\boldsymbol{A}). \tag{1.98}$$

Comparînd ecuația (1.98) cu (1.94) rezultă impulsul $\boldsymbol{p} = \hbar\nabla\theta$, relație cunoscută în mecanica cuantică.

1.11. ECUAȚIILE LUI MAXWELL PENTRU UN MEDIU OMOGEN ȘI IZOTROP

Ecuațiile lui Maxwell sînt :

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{j}_{\mathrm{cond}} = \boldsymbol{j}_{\mathrm{tot}}, \tag{1.99}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{\mathcal{E}} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial}, \tag{1.100}$$

$$\nabla\boldsymbol{D} = \rho(x, y, z), \tag{1.101}$$

$$\nabla\boldsymbol{B} = 0, \tag{1.102}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0\boldsymbol{\mathcal{E}} + \boldsymbol{P} = \varepsilon\boldsymbol{\mathcal{E}}, \tag{1.103}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}, \tag{1.104}$$

unde $\boldsymbol{H}$ este intensitatea cîmpului magnetic, $\boldsymbol{B}$ — inducția magnetică, $\boldsymbol{\mathcal{E}}$ — cîmpul electric, $\boldsymbol{D}$ — deplasarea electrică, ε_0 și ε sînt permitivitățile vidului și, respectiv, mediului considerat, μ este permeabilitatea, $\rho(x,y,z)$ — sarcina electrică totală, $\boldsymbol{P}$ — polarizația

$$\boldsymbol{P} = \chi\boldsymbol{\mathcal{E}}, \tag{1.105}$$

unde χ este susceptibilitatea electrică, $\boldsymbol{j}_{\mathrm{cond}}$ — densitatea de curent de conducție și $\boldsymbol{j}_{\mathrm{tot}}$ — densitatea totală de curent, $\nabla\boldsymbol{j}_{\mathrm{tot}} = 0$ (a se vedea critica scrierii ecuațiilor lui Maxwell în această formă în [42]). Ecuația (1.101) este ecuația lui Poisson care este foarte utilă în studiul regiunilor de sarcină spațială din corpul solid și dispozitivele cu corp solid. Ecua-

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

ţiile lui Maxwell alături de ecuaţiile de continuitate (1.77), (1.78) şi ecuaţiile densităţilor de curent sînt fundamentale în studiul dispozitivelor cu corp solid.

1.12. CURENTUL ELECTRIC ALTERNATIV. CURENTUL DE DEPLASARE

S-a arătat în paragraful 1.1 că sub influenţa cîmpului electric purtătorii de sarcină sînt antrenaţi în direcţia cîmpului (golurile în sensul cîmpului şi electronii în sens contrar) iar viteza medie fiind egală cu viteza de drift

$$\langle \boldsymbol{v} \rangle_n = \boldsymbol{v}_{dn} = -\mu_n \mathcal{E} = -\frac{q\mathcal{E}}{m_n}\tau,$$
$$\langle \boldsymbol{v} \rangle_p = \boldsymbol{v}_{dp} = \mu_p \mathcal{E} = \frac{q\mathcal{E}}{m_p}\tau. \tag{1.106}$$

Scriem următoarele ecuaţii de mişcare pentru viteza de drift a purtătorilor de sarcină liberi

$$\frac{\mathrm{d}\langle \boldsymbol{v} \rangle}{\mathrm{d}t} = -\frac{\langle \boldsymbol{v} \rangle}{\tau} + \frac{\boldsymbol{F}}{m^*}, \tag{1.107}$$

unde τ este timpul de relaxare mediu, m^* — masa purtătorului de sarcină şi $\boldsymbol{F}$ — forţa care acţionează asupra lui ; $\boldsymbol{F} = q\,\mathcal{E}$ pentru goluri şi $\boldsymbol{F} = -q\mathcal{E}$ pentru electroni. În cazul staţionar $\mathrm{d}\langle \boldsymbol{v} \rangle/\mathrm{d}t = 0$ şi rezultă relaţiile (1.106). În cele ce urmează ne vom referi la goluri. Presupunem că aplicăm un cîmp electric variabil de forma

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}, \tag{1.108}$$

şi

$$\frac{\mathrm{d}\langle \boldsymbol{v} \rangle}{\mathrm{d}t} = -\frac{\langle \boldsymbol{v} \rangle}{\tau} + \frac{q\mathcal{E}_0}{m_p}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}. \tag{1.109}$$

Pentru $t \gg \tau$ este natural să presupunem că mişcarea purtătorilor urmează variaţia cîmpului electric, adică

$$\langle \boldsymbol{v} \rangle = \langle \boldsymbol{v} \rangle_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}. \tag{1.110}$$

Introducînd această relaţie în (1.109) obţinem

$$\langle \boldsymbol{v} \rangle_0 = \frac{q\mathcal{E}_0}{m_p\left(\mathrm{i}\omega + \dfrac{1}{\tau}\right)} = \mu_p \frac{1 - \mathrm{i}\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}\mathcal{E}_0, \tag{1.111}$$

şi

$$\langle \boldsymbol{v} \rangle = \frac{\mu_p}{1 + \omega^2\tau^2}[1 - \mathrm{i}\omega\tau]\,\mathcal{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} = \frac{\mu_p}{1 + \omega^2\tau^2}\left[\mathcal{E} - \tau\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}\right]. \tag{1.112}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Densitatea de curent electric, $\boldsymbol{j} = pq\langle \boldsymbol{v} \rangle$, este

$$\boldsymbol{j} = \frac{q^2 p \tau}{m_p(1 + \omega^2\tau^2)}\left[\mathcal{E} - \tau\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}\right], \tag{1.113}$$

și are două componente: o componentă ohmică (de conducție)

$$\boldsymbol{j}_{\mathcal{E}} = \frac{q^2 p \tau}{m_p(1 + \omega^2\tau^2)}\,\mathcal{E}(t) = \sigma(\omega)\;\mathcal{E}(t) = \sigma(\omega)\,\mathcal{E}_0\,e^{i\omega t},$$

$$\sigma(\omega) = \frac{q^2 p \tau}{m_p}\,\frac{1}{1 + \omega^2\tau^2} = \frac{\sigma_0}{1 + \omega^2\tau^2}, \tag{1.114}$$

și o componentă de polarizare [3]

$$\boldsymbol{j}_{\text{pol}} = -\sigma\tau\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \frac{\partial(\chi \mathcal{E})}{\partial t} = \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial t}, \tag{1.115}$$

$$\chi = -\sigma\tau = -\frac{q^2 p \tau^2}{m_p(1 + \omega^2\tau^2)}, \tag{1.116}$$

unde σ_0 este conductivitatea electrică în cîmp electric constant, $\boldsymbol{P}$ — polarizația și χ — susceptibilitatea electrică.

Dacă ne referim la ecuațiile (1.99) și (1.103)

$$\boldsymbol{j}_{\text{tot}} = \boldsymbol{j}_{\text{cond}} + \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon_0 \mathcal{E})}{\partial t}, \tag{1.117}$$

expresia curentului (ec. (1.113)) nu conține decît primele două componente ale curentului din relația (1.117) · $\boldsymbol{j}_{\text{cond}}$ în cazul de față reprezintă curentul ohmic (ec.(1.114)) și $\partial \boldsymbol{P}/\partial t$ reprezintă curentul de polarizare (ec. (1.115)). Expresia generală a curentului electric în cîmp electric alternativ este dată de ecuația (1.117) care se scrie

$$\boldsymbol{j}_{\text{tot}} = \boldsymbol{j}_{\text{cond}} + \boldsymbol{j}_d\,. \tag{1.118}$$

Curentul de conducție $\boldsymbol{j}_{\text{cond}}$ este legat de transportul (curgerea) purtătorilor de sarcină. El poate avea o dependență liniară din intensitatea curentului electric (ca în cazul curentului ohmic), sau o altă dependență așa cum am văzut în paragrafele anterioare.

$$\boldsymbol{j}_d = \frac{\partial \boldsymbol{P}}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon_0 \mathcal{E})}{\partial t} = \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}, \tag{1.119}$$

se numește curent de deplasare. Acest curent nu este legat de curgerea purtătorilor de sarcină liberi, în general de transport de sarcină; el există chiar și în vid ($\boldsymbol{P} = 0$).

BUCUREȘTI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În dispozitivele care lucrează la înaltă frecvență (microunde), cum ar fi diodele IMPATT și Gunn, expresia densității curentului electric este

$$j = qnv(\mathcal{E}) - q\frac{\partial(D_n n)}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}, \tag{1.120}$$

și prin urmare la expresia (1.118) a curentului se adaugă și componenta de deplasare $\varepsilon\partial\mathcal{E}/\partial t$.

Cititorul este familiarizat cu noțiunea de curent de deplasare de la trecerea curentului alternativ prin condensatori; curentul alternativ care trece printr-un condensator este un curent de deplasare. Amintim, de asemenea, că în general $\tau \sim 10^{-12} - 10^{-13}$s astfel că $\omega\tau$ se apropie de unitate la frecvențe din domeniul microundelor, la frecvențe mai mici fiind neglijabil în raport cu unitatea.

1.13. CURENTUL ELECTRIC LIMITAT DE SARCINA SPAȚIALĂ

În paragrafele precedente am discutat despre curgerea curentului electric în condițiile respectării condiției de neutralitate. Cînd această condiție nu este respectată, ceea ce se întîmplă în materialele de rezistivitate mare (dielectrici sau semiconductoare de rezistivitate mare), curentul este limitat de sarcina spațială care apare în vecinătatea contactului injector de purtători liberi (ec. (1.10)) [34]. Situația este analogă diodei cu vid, unde curentul electric este de asemenea limitat de sarcina spațială și ascultă de legea lui Child, avînd o dependență neliniară de tensiune

$$j = 2{,}3 \cdot 10^{-3}\frac{V^{3/2}}{L^2},\ \text{A/cm}^2,$$

unde L este distanța dintre electrozi.

Ca să înțelegem cum apare curentul electric limitat de sarcina spațială în materialul de rezistivitate mare, să considerăm o plăcuță de dielectric prevăzută cu două contacte metalice dintre care cel puțin unul este injector. Să admitem că acest contact (catodul) injectează electroni în dielectric, atunci cînd se aplică o tensiune V între cele două contacte. Injecția de electroni duce la apariția unei sarcini spațiale negative în imediata vecinătate a catodului.

Dacă în dielectric ar exista o concentrație de electroni de echilibru comparabilă cu concentrația electronilor injectați, atunci sarcina spațială (creată de purtătorii injectați) ar dispare foarte rapid (prin scoaterea aproape instantanee de electroni de la anod).

Acest fenomen de dispariție a sarcinii spațiale se numește relaxare dielectrică. Se definește un timp de relaxare dielectrică τ_d, care este timpul după care sarcina spațială scade de e ori din valoarea ei inițială. Pentru a găsi valoarea lui τ_d considerăm ecuația Poisson (1.80) și ecuația de continuitate (1.77) în care neglijăm termenii de generare și de recombinare; notînd $n = \rho/q$ avem în cazul unidimensional

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0};\quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial j}{\partial x}. \tag{1.121}$$

Dacă în primă aproximație considerăm curentul electric a fi un curent de drift, $j = \sigma_0 \mathcal{E}$, atunci eliminînd pe j și pe $\mathcal{E}$ din ecuațiile de mai sus, rezultă pentru variația în timp a sarcinii spațiale expresia

$$\rho = \rho(0)\, e^{-t/\tau_d}\ ;\ \tau_d = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\sigma_0}. \tag{1.122}$$

Se vede că timpul de relaxare dielectrică este cu atît mai mare cu cît conductivitatea materialului este mai mică, adică cu cît rezistivitatea acestuia este mai mare. Cu cît timpul de relaxare dielectrică este mai mare cu atît sarcina spațială dispare într-un timp mai îndelungat. Prin urmare, dacă timpul t, de tranzit (zbor) al purtătorilor de la un electrod la altul

$$t = \frac{L}{v} = \frac{L}{\mu\mathcal{E}} = \frac{L}{\mu(V/L)} = \frac{L^2}{\mu V}, \tag{1.123}$$

este mai mic decît timpul de relaxare dielectrică τ_d, curentul electric este limitat de sarcina spațială. Din egalarea celor doi timpi se obține tensiunea V_i de la care curentul electric limitat de sarcina spațială depășește curentul ohmic

$$V_i = \frac{L^2 n_0 q}{\varepsilon\varepsilon_0}. \tag{1.124}$$

Aceasta este de fapt tensiunea de la care concentrația electronilor injectați, n, devine comparabilă cu concentrația electronilor de echilibru termic n_0.

Să deducem dependența de tensiune a curentului electric limitat de sarcina spațială într-un izolator în care $j = nq\mathcal{E}$ și $(\varepsilon\varepsilon_0/q)\ (\mathrm{d}\mathcal{E}/\mathrm{d}x) = n$. Din aceste două relații se obține

$$\mathcal{E}(\mathrm{d}\mathcal{E}/\mathrm{d}x) = j/\varepsilon\varepsilon_0\mu.$$

Această ecuație se rezolvă cu condiția la margine (lîngă catod)

$$\mathcal{E}(0) = 0,$$

și se obține

$$\mathcal{E}(x) = (2j/\varepsilon\varepsilon_0\mu)\, x^{1/2},$$

și

$$V(x) = \int_0^x \mathcal{E}(x)\mathrm{d}x = (8j/9\varepsilon\varepsilon_0\mu)x^{3/2}.$$

Luînd $x = L$ și $V = V(L)$ se obține relația dintre densitatea de curent și tensiune

$$j_{LS} = (9/8)\ \varepsilon\varepsilon_0\mu(V^2/L^3).$$

Această relație reprezintă dependența de tensiune a curentului limitat de sarcina spațială într-un cristal. Se observă că această dependență este pătratică. Relația este mai complicată în cazul cînd se ia în considerare și curentul de difuzie și influența capcanelor asupra purtătorilor de sarcină [1, 44].

1.14. CONDUCȚIA ELECTRICĂ PRIN SALT (HOPPING)

Conducția electrică prin salt a fost studiată experimental și fundamentată teoretic pentru prima dată în anul 1961 de către Mott și Twose [45].

Acest tip de conducție poate apare atît în materialele cristaline cît și în cele necristaline (amorfe) [46].

În conducția electrică prin salt electronul nu se mișcă cvasiliber ca în banda de conducție, ci se deplasează prin salt de la o stare localizată la alta, pentru fiecare salt fiind necesară o energie de activare, deoarece stările localizate au energiile cuantificate distribuite pe un anumit domeniu de energie.

Cel mai cunoscut exemplu este conducția de impurități prin salt în semiconductoare dopate și compensate, din germaniu și siliciu. Compensarea este condiția necesară pentru conducția de impurități prin salt. La compensare puternică conducția prin salt apare nu numai în semiconductoare slab dopate ci și în semiconductoare puternic dopate.

Considerăm pentru simplitate cazul semiconductoarelor slab dopate [47]. Semiconductorul se numește slab dopat dacă concentrația impurităților în el este astfel încît distanța medie între impurități $N^{-1/3}$ depășește raza Bohr, a, a impurității, adică $Na^3 \ll 1$.

Conducția electrică în asemenea semiconductoare este determinată de două mecanisme. La temperaturi suficient de înalte la conducție participă purtătorii care au trecut de pe nivelele donoare în banda de conducție (ne referim la un semiconductor de tip n) și se mișcă cvasiliber în această bandă. Cu scăderea temperaturii concentrația electronilor în banda de conducție scade și rolul principal la conducție îl joacă saltul electronilor de la donor la donor, adică conducția prin salt; donori ionizați, adică fără electroni pe ei, se găsesc datorită compensației de către acceptori.

Prin urmare, la temperaturi suficient de joase, conductivitatea σ, într-un semiconductor slab dopat se pote scrie

$$\sigma = \rho_1^{-1} e^{-\varepsilon_1/kT} + \rho_3^{-1} e^{-\varepsilon_3/kT},$$

unde primul termen reprezintă contribuția benzii de conducție iar al doilea reprezintă contribuția conducției prin salt.

În cazul gradului intermediar de dopare (în germaniu la concentrații ale donorilor $10^{16} < N_d < 10^{17}$ cm^{-3}) și la compensare slabă la conducție apare încă un termen $\rho_2^{-1} e^{-\varepsilon_2/kT} (\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3)$, a cărui proveniență nu se cunoaște îndeajuns pînă în momentul de față. Din acest motiv termenul de conducție prin salt se notează în mod tradițional cu indicele 3. Noi ne situăm la asemenea concentrații ale impurităților în care termenul $\rho_2^{-1} e^{-\varepsilon_2/kT}$ lipsește.

Considerăm un semiconductor în care concentrația donorilor este N_d și concentrația acceptorilor este N_a, astfel că $N_d > N_a$.

La temperaturi joase cei N_a acceptori captează electroni și se încarcă negativ, iar N_a donori se golesc, adică se încarcă pozitiv (fiecare acceptor obține un electron de la un donor). Distribuția haotică a potențialului impurităților ionizate conduce la aceea că nivelele energetice ale diverșilor donori diferă întrucîtva între ele și pentru saltul electronului de la donor la donor este necesară absorbția fononilor. Aceasta este și cauza dependenței cu energie de activare (ε_0) a conductivității prin salt de temperatură. Atît la compensare slabă cît și la compensare puternică se arată că ε_3 este egală practic cu diferența dintre nivelul donor și nivelul Fermi [47]; ε_3 depinde de N_d și N_a. Menționăm că, în relația de mai sus, ε_1 este energia de ionizare a donorilor în semiconductor (diferența dintre minimul benzii de conducție și nivelul donor).

ρ_3 crește exponențial cu scăderea lui N_d și de aceea în general se scrie sub forma $\rho_3 = \rho_0 e^{f(N_d)}$. Prin variația lui N_d de 30 ori ρ_3 variază de 10^7 ori [45]. Dependența exponențială a lui ρ_3 de N_d este determinată de faptul că probabilitatea W_{ij} de tranziție a electronului de pe donorul i, din punctul r_i, pe donorul j, situat în punctul r_j, este proporțională cu pătratul modulului integralei de suprapunere a funcțiilor de undă a stărilor de bază ale electronului pe fiecare din cei doi donori

$$W_{ij} \sim \left| \int \Psi_i(r) \Psi_j(r) dr \right|^2 .$$

Dacă presupunem că mișcarea electronului în jurul donorului are formă hidrogenoidă și scade la distanțe mari după legea $\Psi_i \sim \exp\left(-\frac{|r - r_i|}{a}\right)$, unde $a = \hbar/\sqrt{2m^* E}$ este raza Bohr a stării, E — energia de ionizare a donorului și m^* — masa efectivă a electronului, atunci

$$W_{ij} \sim e^{-2r_{ij}/a},$$

unde $r_{ij} = |r_i - r_j|$ este distanța dintre donorii i și j. La concentrații mici (semiconductor slab dopat) distanța medie dintre donori $N_d^{-1/3}$ este mare, și de aceea probabilitatea de tranziție a electronilor între donorii vecini este mică, ceea ce determină o valoare mare pentru ρ_3. Am amintit mai înainte că la compensare puternică conducția electrică prin salt are loc și în semiconductoare puternic dopate unde $Na \gg 1$. În asemenea semiconductoare, în absența compensării, electronii formează un gaz Fermi aproape ideal și conductivitatea electrică are caracter metalic, adică este foarte mare și este aproape independentă de temperatură. Dacă în semiconductorul puternic dopat introducem impurități de compensare (adică dacă de exemplu semiconductorul este dopat cu donori introducem acceptori) în cantitate apropiată de cea a impurităților de bază, atunci dispare caracterul metalic al conductivității. Electronii existenți în banda de conducție se grupează în insule separate unele de altele prin bariere de potențial, așa cum se vede figura 1.23 unde linia sinuoasă reprezintă minimul benzii de conducție, iar porțiunile hașurate de sub nivelul Fermi (linia dreaptă) reprezintă insulele de electroni. Dacă ne închipuim că în absența compensației electronii alcătuiesc o mare, în

prezența compensației această mare seacă și în locul ei rămîn niște lacuri rare care nu au comunicație între ele. Conducția poate avea loc prin activare (escaladare) sau tunelare. La temperaturi foarte joase conducția are loc în principal prin tunelarea electronilor dintr-o groapă de potențial în alta groapă de potențial; aceasta este tot o conducție electrică prin salt. Deosebirea față de conducția prin salt în cazul semiconductoarelor slab dopate constă în faptul că stările electronice înainte și după salt de data aceasta nu aparțin unei impurități ci fluctuației locale a concentrației de impurități (În semiconductoarele slab dopate stările localizate între care are loc saltul electronilor sînt cauzate de fluctuațiile cîmpului impurităților ionizate, pe cînd în semiconductoarele puternic dopate sînt cauzate de fluctuațiile spațiale ale concentrației impurităților). La temperaturi suficient de joase probabilitatea de salt prin tunelare este mai mare decît probabilitatea de salt prin activare (escaladare); energia de activare a saltului scade momoton cu scăderea temperaturii ceea ce se observă experimental.

Pentru $T \to 0$ se obține legea lui Mott [48]

$$\sigma \sim \sigma_0 \exp\left[-\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/4}\right].$$

Un mod caracteristic de a pune în evidență conducția prin salt este măsurarea conductivității în curent alternativ. Conductivitatea prin salt în curent alternativ crește cu creșterea frecvenței. De exemplu s-a găsit experimental pentru siliciu de tip n, la frecvențe între 10^2 și 10^5 Hz, în domeniul de temperatură între 1 și 20 K, că conductivitatea prin salt crește cu frecvența după legea $\omega^{0.74} \ldots \omega^{0.79}$.

Procesul de conducție prin salt este un proces statistic și probabilitatea ca acest proces să aibă loc se poate scrie sub forma $G(\tau)\exp(-t/\tau)\mathrm{d}\tau$, unde τ este timpul mediu între două salturi și $G(\tau)$ un factor de pondere. Dependența conductivității de frecvență se obține printr-o transformare Laplace

$$\mathrm{Re}(\sigma) \sim \int_0^\infty G(\tau)\frac{\omega^2\tau^2}{1+\omega^2\tau^2}\,\mathrm{d}\tau,$$

Dacă $G(\tau)$ se ia maxim pentru $\tau \ll 1/\omega$, se obține o dependență proporțională cu ω^2; pentru $\tau \gg 1/\omega$ nu se obține dependență de frecvență. Astfel, printr-o alegere convenabilă a lui $G(\tau)$ poate fi formal explicată orice dependență de ω, pentru exponentul lui ω între 0 și 2.

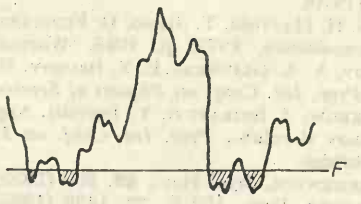


Fig. 1.23. — Banda de conducție a semiconductorului puternic dopat și compensat.

Pentru ca cititorul să înțeleagă aceste ultime observații, menționăm că problema este echivalentă cu un circuit care este compus dintr-un condensator în serie cu un rezistor. Dacă aplicăm pe acest circuit o tensiune continuă, curentul crește după $1 - \exp(-t/\tau)$ unde $\tau = RC$.

Impedanța circuitului în curent alternativ este $R + i/\omega C$ iar partea reală a conductanței este $R^{-1}\omega^2\tau^2/(1 + \omega^2\tau^2)$.

În afară de modul de conducție prin salt menționat pînă aici și particularizat la conducția de impurități, există și un alt mod de conducție prin salt care se întîlnește în oxizii metalelor de tranziție și alte materiale, unde interacția dintre electronii și fononii optici este puternică. S-a presupus că dacă această interacție este suficient de puternică se formează „polaroni" și la temperaturi suficient de mari, polaronii se deplasează prin salt și au mobilitatea de forma $\exp(-W/kT)$, unde W este energia de activare. În TiO_2 s-a pus în evidență conducția polaronică prin salt cu $W \simeq 0{,}13$ eV[46].

Amintim că un electron într-o rețea cristalină interacționează prin intermediul sarcinii sale electrice cu ionii sau atomii rețelei și crează o deformație locală a rețelei. Deformația tinde să urmeze electronul cînd el se deplasează prin rețea. Combinația dintre electron și cîmpul său de deformație (adică dintre electron și fonon) se numește polaron [49].

Este natural să aibă loc, prin umare, conducția prin salt a polaronului (ca și a electronului singular). În multe cazuri concură ambele moduri de conducție prin salt.

BIBLIOGRAFIE

1 M. Drăgănescu, *Electronica corpului solid*, Edit. tehnică, București, 1972.
2. R. A. Smith, *Semiconductors*, Cambridge University, 1959.
3. P. S. Kireev, *Fizica semiconductorilor*, Moscova, 1969.
4. A. C. Smith, J. F. Janac, R. B. Adler, *Electronic conduction in solids*, McGraw Hill, New York, 1967; M. Huberman, G. V. Chester, Adv. Phys., **24**, 489 (1975)
5. J. B. Gunn, J. Electronics, **2**, 87 (1956).
6. J. B. Gunn, *Progress in Semiconductors*, vol. 2, John Wiley, New York, 1957.
7. J. Ruch, G. Kho, Appl. Phys. Letters, **10**, 40 (1967).
8. W. Shockley, Solid-State Electronics, **2**, 35 (1961).
9. P. A. Wolff, Phys. Rev., **95**, 1415 (1954).
10. G. A. Baraff, Phys. Rev., **128**, 2507 (1962).
11. S. M. Sze, G. Gibbons, Appl. Phys. Letters, **8**, 111 (1966).
12. A. Nusbaum, Solid-State Electronics, **12**, 177 (1969).
13. F. Stern, Phys. Rev., **148**, 186 (1966).
14. J. S. Blakemore, *Semiconductor Statistics*, Pergamon Press, New York, 1962; A. H. Marshak, K. M, van Vliet, Phys. Stat. Sol. (a), **42**, 279 (1977).
15. H. M. Barlow, Proc. I.R.E., **46**, 1411 (1958).
16. A. M. Danisevskii, A. A. Kastalskii, S. M. Ryvkin, I. D. Iarosetzkii, J.E.T.F., **58**, 544 (1970).
17. M. Umeno, H. Hattori, T. Jimbo, O. Fujitani, S. Miki, *Proc. Int. Conf. on Physics of Semiconductors*, 1972, p. 1065, Warszawa.
18. P.M. Valov, A. A. Grinberg, E. Z. Imamov, B. S. Ryvkin, S. M. Ryvkin, I.D. Yarosetsky, *Proc. Int. Conf. on Physics of Semiconductors*, 1972, p. 1057 Warszawa.
19. S. Panyakeow, J. Shirafuji, Y. Inuishi, Appl. Phys. Letters, **21**, 314 (1972).
20. P. M. Valov și colab., *Proc. Int. Conf. on Physics of Semiconductors*, 1970, p. 683, Cambridge.
21. R. H. Parmenter, Phys. Rev., **89**, 990 (1955).
22. M. Pomerantz, Proc. IEEE, **53**, 1438 (1965).
22a. G. Weinreich, Phys. Rev., **107**, 317 (1957).
23. S. G. Kalashnikov, A. I. Morozov, V. I. Fedosov, *Pron, Int. Conf. on Physics of Semiconductors*, 1972, p. 1227, Warszawa; S. Tamura, T. Sacuma, Solid-State Comm., **21**, 819 (1977).
24. V. Dolocan, St. cerc. fiz., **21**, 73 (1969).
25. L. Vescan, în *Probleme actuale ale fizicii semiconductorilor*, Edit. Academiei R.S.R., București, 1970.

26. C. Herring, Phys. Rev., **96**, 1163 (1954).
27. C. N. Plăviţu, Phys. Stat. Sol., **12**, 265 (1965); **16**, 69 (1966).
28. C. N. Plăviţu, Teză de doctorat, Bucureşti, 1971.
29. F. J. Blatt, *Physics of Electronic Conduction in Solids*, McGraw Hill, New York, 1968.
30. C. Herring, M. H. Nichols, Rev. Mod. Phys., **21**, 185 (1949).
31. J. R. Horwath, R. Holtom, A. L. Hormer, E. W. Travny, Appl. Phys. Letters, **21**, 316 (1972), W. E. Spicer, Appl. Phys., **12**, 115 (1977).
32. R.V. Marinelli, J. Appl. Phs., **42**, 2566 (1973).
33. J. D. Levine, Surf. Science, **34**, 90 (1973).
34. R. V. Martinelli, Appl. Phys. Letters, **16**, 261 (1970).
35. W. C. Dash, R. Newman, Phys. Rev., **99**, 1151 (1955).
36. A. Messiah, *Mecanica cuantică*, Edit. ştiinţifică, Bucureşti, 1973.
37. R. H. Fowler, L. Nordheim, Proc. Roy. Soc., **A119**, 173 (1968).
38. R. Fisher, H. Neuman, Avtoelektronnaia emissia v poluprovodnikah, Moscova, 1971
39. R. Feynman, *Fizica modernă*, vol. 3 Edit. tehnică, Bucureşti, 1970.
40. F. London, H. London, Proc. Roy. Soc., **A149**, 72 (1935).
41. W. Meissner, R. Ochsenfeld, Naturwiss., **21**, 787 (1933).
42. R. Feynmann, *Fizica Modernă*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1970.
43. N. F. Mott, R. W. Gurney, *Electronic Processes in Ionic Crystals*, Clarendon Press, Oxford, 1940.
44. D. Dascălu, *Injecţia unipolară în dispozitive electronice semiconductoare*, Edit. Academiei R.S.R., Bucureşti, 1972;
M. Sessler, J. E. Wets, D. A. Berkley, G. Morgenstern, Phys. Rev.Lett., **38**, 368 (1977).
45. N. F. Mott, W. D. Twose, Advan. Phys., **10**, 107 (1961).
46. I. G. Austin, N. F. Mott, Advan. Phys., **18**, 41 (1969).
47. B. I. Shklovsky, Fiz. Tekh. Poluprov., **6**, 197 (1972).
48. N. F. Mott, Phyl. Mag., **19**, 835 (1969).
49. Ch. Kittel, *Introducere în Fizica corpului solid*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1972.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL II

SUPERREȚELE

2.1. INTRODUCERE

Esaki și Tsu [1] au propus o structură monocristalină semiconductoare cu variație periodică unidimensională, pe care au numit-o superrețea.

În condiții adecvate o superrețea prezintă proprietăți de transport interesante și neobișnuite. În particular, dacă perioada de variație a potențialului este mai mică decît drumul liber mijlociu al electronului, structura electronică se modifică, în sensul că apar o serie de benzi înguste permise și interzise și o divizare a zonei Brillouin în minizone. Ca rezultat caracteristica curent-tensiune a unei superrețele prezintă rezistență diferențială negativă și are formă de tip *N*. Realizarea practică a superrețelelor a fost comunicată în anul 1972 de către Esaki și colaboratorii [2].

Autorii au folosit în acest scop tehnica creșterii epitaxiale cu fascicule moleculare, controlată cu ajutorul mașinilor de calcul electronic. Apariția rezistenței negative în superrețele nu prezintă numai interes pur științific ci și aplicativ întrucît în acest caz limita superioară a frecvenței de funcționare poate fi mai mare decît în orice alt dispozitiv cu semiconductoare cunoscut.

2.2. STRUCTURA DE BENZI DE ENERGIE A SUPERREȚELELOR

Există mai multe căi de a forma o structură superrețea, dintre care amintim două: (1) variația periodică a impurităților donoare și acceptoare, alternativ, într-un semiconductor și (2) variația periodică a compoziției în compușii semiconductori ternari, realizată în timpul creșterii cristalului. Distribuția potențialului în cazul unui sistem în care alternează concentrația impurităților este reprezentată în figura 2.1*a*, iar în cazul în care alternează compoziția într-un compus semiconductor este reprezentată în figura 2.1*b*. În ambele cazuri se consideră două funcții de potențial: una sinusoidală și alta rectangulară. În cazul alternării concentrației impurităților amplitudinea potențialului periodic poate fi aleasă în principiu de orice valoare pînă la valoarea în jurul benzii interzise. E_g, în timp ce în sistemul în care alternează compoziția valoarea este limitată la aproximativ jumătate din diferența dintre benzile interzise ale celor două materiale implicate. Tehnologic este mai ușor de rea-

lizat o structură cu o distribuție abruptă a potențialului, prin variația compoziției unui compus semiconductor ternar decît prin alternanța impurităților donoare și acceptoare, deoarece este mai rapidă difuzia termică a impurităților într-un semiconductor în comparație cu a elementelor componente ale unui compus ; în primul caz nu se poate controla cu precizie

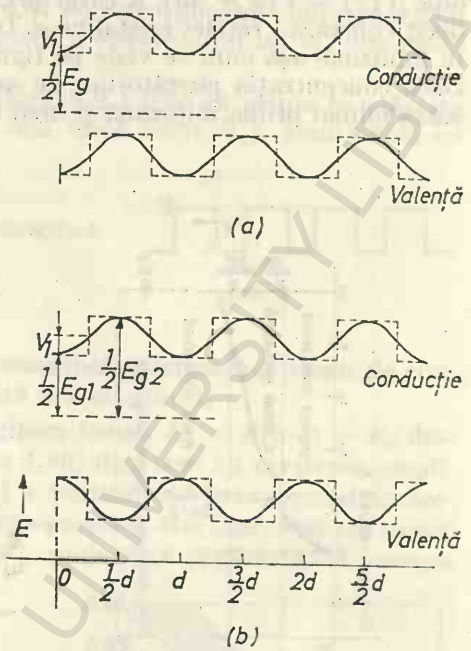


Fig. 2.1. — Energia electronului în banda de conducție și în banda de valență în funcție de distanță în direcția superrețelei pentru: *a* — alternanța impurităților donoare și acceptoare ; *b* — variația periodică a compoziției unui compus ternar (linia plină reprezintă potențialul sinusoidal iar linia întreruptă reprezintă potențialul periodic rectangular).

profilul potențialului dorit (pot exista fluctuații mari). Au fost realizate superrețele cu o structură periodică unidimensională rectangulară, prin depunere epitaxială cu fascicole moleculare a structurilor succesive de GaAs și $Al_xGa_{1-x}As$, cu perioada în jur de 100 Å [3].

Profilul compoziției unei asemenea structuri s-a cercetat prin spectroscopie electronică Auger, iar polizarea suprafeței probei s-a realizat prin bombardare cu ioni. Amplitudinea semnalelor Auger este determinată de valoarea concentrației aluminiului la suprafața probei pînă la o adîncime de 10 Å. Profilul compoziției superrețelei realizată (și cercetată cu aceste metode) este prezentat în figura 2.2 (în ordonată este reprezentată fracțiunea x de Al în compusul Al_xGa_{1-x} As). Amortizarea componentei

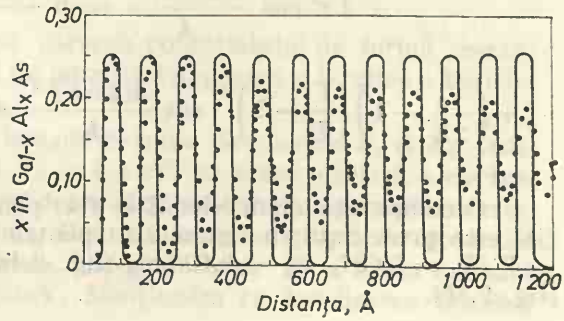


Fig. 2.2. — Fracțiunea de aluminiu în superrețeaua $Ga_{1-x}Al_xAs$.

oscilatorii nu se datorează difuziei termice sau altor cauze ci este legată de efectul înăspririi suprafeței, a apariției neomogenităților în procesul polizării probei prin bombardare cu ioni. Variația benzii interzise în semiconductorii ternari cu variația compoziției acestora este prezentată în anexa IV. Considerăm o superrețea unidimensională cu potențialul periodic $V(x) = V(x + nd)$, a cărei perioadă d este de 10—20 ori mai mare decît constanta rețelei cristaline a. În acest caz zona Brillouin se va diviza în minizone așa cum se vede pe figura 2.3.

Dacă concentrația purtătorilor de sarcină din bandă este mică, ne interesează numai prima minizonă și (mai mult) se poate presupune că pe direc-

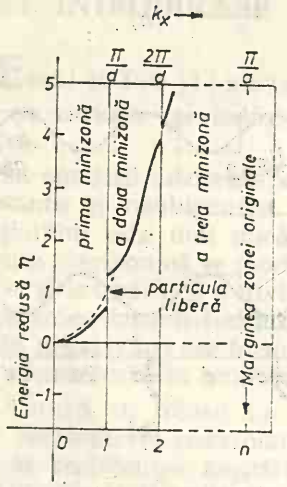


Fig. 2.3. — Energia redusă η funcție de vectorul de undă k_x (și de $n = k_x/k_d$), pentru $\gamma = 0{,}5$.

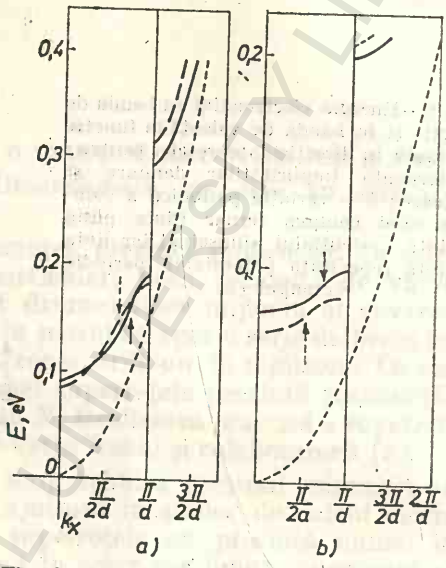


Fig. 2.4. — Energia electronilor E_x funcție de vectorul de undă k_x în direcția superrețelei: a — $\gamma = 0{,}667$, $m_n = 0{,}025\ m_0$; b — $\gamma = 1{,}85$, $m_n = 0{,}07\ m_0$.

ția paralelă cu planul superrețelei, energia E este funcție parabolică de k. Dependența energiei de vectorul de undă k, pentru un potențial sinusoidal $V(x) = V_1[\cos(2\pi x/d) - 1]$, a fost studiată de Slater [4], iar pentru un potențial de formă rectangulară de alți autori [5—7]. În cel de al doilea caz, benzile de energie permise într-o superrețea pot fi calculate din următoarea expresie (Anexa II)

$$-1 \leqslant \cos\frac{a(2mE)^{1/2}}{\hbar}\cosh\frac{b[2m(V_1-E)]^{1/2}}{\hbar} + \left(\frac{V_1}{2E}-1\right)\left(\frac{V_1}{E}-1\right)^{1/2}\sin\frac{a(2mE)^{1/2}}{\hbar}\sinh\frac{b[2m(V_1-E)]^{1/2}}{\hbar} \leqslant 1.$$

O comparație a curbelor $E = f(k)$ pentru cele două tipuri de potențial este prezentată în figura 2.4: pentru $d = 100$ Å, $V_1 = 0{,}1$eV, $\gamma = V_1/E_0 = 0{,}667$, $m_n = 0{,}025\ m_0$ (fig. 2.4a) și $\gamma = 1{,}85$ și $m_n = 0{,}07 m_0$ (fig. 2.4b).

S-au folosit următoarele notații: E este energia electronului în direcția superreţelei, V_1 — înălțimea barierei de potențial, a—lărgimea gropii de potențial, iar b — lărgimea barierei de potențial (fig. 2.5); $E_0 = \hbar^2 k_d^2 / 2m_n$, $k_d = \pi/d$, $\eta = \eta(k_x) = (E_x - V_1)/E_0$.

Cazul $m_n = 0{,}025\ m_0$ este aplicabil cînd materialul de bază în compoziție este InAs, iar cazul $m_n = 0{,}07\ m_0$ este aplicabil cînd materialul de bază este GaAs (m_n este masa efectivă a electronului iar m_0 este masa electronului liber).

O primă observație din analiza figurii 2.4 este că prima bandă este deplasată în sus (cu o valoare ceva mai mică decît V_1). Menționăm că

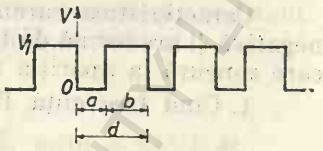


Fig. 2.5. — Potențialul periodic de formă rectangulară.

zeroul energiei (fig. 2.4) este luat la marginea inferioară a benzii de conducție a materialului cu banda interzisă cea mai mică.

O a doua observație este că lărgimea benzii $E_1 = E(\pi/d) - E_0$ descreşte cu creşterea lui γ (de la 0,667 la 1,85) deoarece cu creşterea amplitudinii potențialului periodic sau (și) a perioadei d a superreţelei, electronii devin mai localizați în direcția superreţelei. Mai clar, această caracteristică se observă pe figura 2.6 [8], unde este reprezentată energia

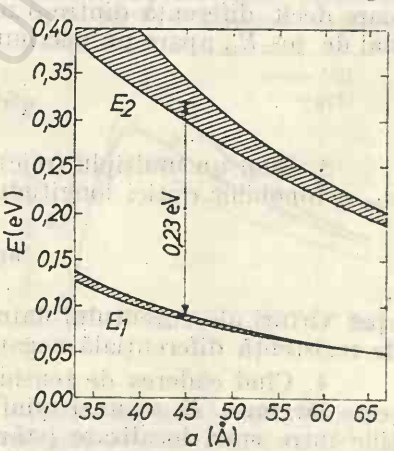


Fig. 2.6. — Două benzi de energie E_1 și E_2 ale superreţelei în funcție de lărgimea gropii de potențial pentru lărgimea barierei de potențial de 40Å.

electronului într-o superreţea cu variația potențialului de formă rectangulară funcție de lărgimea gropii de potențial a, pentru o lărgime a barierei $b = 40$ Å.

Regiunile haşurate indică benzile permise de energie E_1 și E_2. Înălțimea barierei a fost considerată $V_1 = 0{,}4$ eV, iar masa efectivă a electronului $m_n = 0{,}1\ m_0$. Se observă scăderea lărgimii benzilor permise cu creşterea lărgimii gropii de potențial. Pentru lărgimea gropii de potențial $a = 45$Å, lărgimile benzilor permise, aceea de bază E_1 și aceea excitată E_2, sînt de 5 și, respectiv, 40meV. Menționăm că localizarea benzilor

E_1 și E_2 este în jurul nivelelor discrete E_1 și E_2 din cazul unei singure gropi de potențial. Menționăm, de asemenea, că pentru γ mare relația $E = f(k)$ poate fi aproximată cu o formă sinusoidală $E_x \approx \frac{1}{2} E_1 (1 - \cos k_x d)$; punctul de inflexiune este localizat în acest caz în punctul $\pi/2d$ al primei minizone.

2.3. FENOMENE DE TRANSPORT ÎN SUPERREȚELE

Caracteristica curent-tensiune a unei superrețele prezintă rezistență negativă și are formă de tip *N*. Se cunosc pînă în prezent mai multe efecte care concură la apariția unei asemenea caracteristici:

1. Cînd frecvența Bloch

$$\omega_B = q\mathcal{E}d/\hbar, \tag{2.1}$$

depășește inversul timpului de relaxare a purtătorilor de sarcină, adică

$$q\mathcal{E}d/\hbar > \tau^{-1}, \tag{2.2}$$

atunci viteza purtătorilor de sarcină descrește cu creșterea cîmpului electric și în consecință apare o rezistentă diferențială negativă [1].

2. Cînd căderea de potențial pe o perioadă a superrețelei este mai mare decît diferența dintre o minibandă superioară E_v și minibanda cea mai de jos E_1, apare un maximum al curentului pentru [10]

$$q\mathcal{E}d = E_v - E_1. \tag{2.3}$$

3. Cînd un multiplu (mic) al frecvenței Bloch coincide cu frecvența ω_{LO} a fononilor optici longitudinali, adică

$$nq\mathcal{E}d/\hbar = \omega_{LO}, \tag{2.4}$$

apar vîrfuri ale curentului datorate interacției electron-fonon, cu regiuni de rezistență diferențială negativă între ele [9].

4. Cînd căderea de tensiune $q\mathcal{E}d$ pe o perioadă a superrețelei depășește lărgimea E_b a unei minibenzi curentul este determinat de tranzițiile între stări localizate (stări Kane la cîmpuri electrice intense [11]) din gropi de potențial adiacente [12]. Cu creșterea cîmpului electric scade probabilitatea acestor tranziții și, prin urmare, curentul descrește. Acest mecanism este evident atunci cînd $q\mathcal{E}d$ și E_b sînt mici în comparație cu $E_2 - E_1$ și cu $\hbar\omega_{LO}$ astfel fiind exclusă participarea la apariția rezistenței negative a mecanismelor (2) și (3) enumerate mai sus. În cele ce urmează ne vom opri asupra primului și celui de al doilea fenomen amintit.

Pentru a obține relația între curent și cîmpul electric aplicat din exterior (în cazul 1), se poate folosi o metodă clasică simplă. Ecuațiile de mișcare a electronului sînt:

$$\hbar\dot{k}_x = q\mathcal{E}, \quad v_x = \hbar^{-1}\,\partial E_x/\partial k_x, \tag{2.5}$$

și creșterea vitezei într-un interval de timp dt este

$$dv_x = q\mathcal{E}\hbar^{-2}(\partial^2 E/\partial k_x^2)dt. \tag{2.6}$$

Viteza medie de drift se scrie [7]

$$v_d = \int_0^\infty e^{-t/\tau}\, dv_x = q\mathcal{E}\hbar^{-2}\int_0^\infty \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_x^2}\right) e^{-t/\tau}\, dt, \tag{2.7}$$

unde τ este timpul de relaxare a electronilor și este considerat constant. Pentru aproximație sinusoidală a funcției $E = f(k)$ se obține

$$v_d = f(\eta)[\hbar k_d/m(0)],$$

$$f(\eta) = \eta/(1 + \pi^2\eta^2);\ \eta = q\mathcal{E}\tau/\hbar k_d;\ k_d = \pi/d;\ m(0) = 2\hbar^2/E_1 d^2.$$

Densitatea de curent electric este dată de expresia

$$j = (q\mathcal{E}\tau n/m(0))/[1 + (q\mathcal{E}\tau d/\hbar)^2], \tag{2.8}$$

unde n este concentrația electronilor. Funcția $f(\eta)$ și deci v_d care este reprezentată prin curba punctată pe figura 2.7 are un maxim la $\eta = 1/\pi$, care corespunde la $q\mathcal{E}d\tau/\hbar = 1$.

Peste valoarea de prag a cîmpului $\mathcal{E}$ aplicat, superrețeaua prezintă rezistență diferențială negativă. Pentru $\tau \simeq 6{,}7 \cdot 10^{-13}$ s această valoare

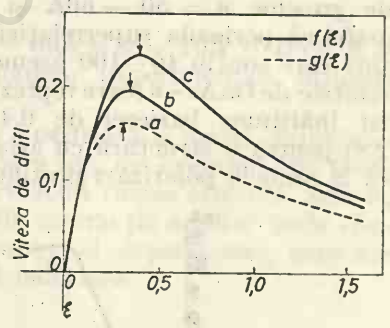


Fig. 2.7. — Viteza de drift a electronilor într-o superrețea în funcție de parametrul $\eta = q\mathcal{E}\tau/\hbar k_d$.

de prag este $\mathcal{E} \simeq 10^3$V/cm. La cîmpuri intense curentul este proporțional cu $(\mathcal{E}\tau)^{-1}$. Pentru γ mic, $E = f(k)$ nu mai este o funcțiune sinusoidală și poate fi aproximată prin două porțiuni de parabolă care au curbura inversă și se unesc în punctul de inflexiune (E_i, k_i). Viteza de drift în acest caz este dată de expresia

$$v_d = g(\eta)[\hbar k_d/m(0)],$$

$$g(\eta) = \eta\left[1 + \frac{2k_d}{k_d - k_i}\,\frac{\sinh(k_i/k_d\eta)}{\exp(2/\eta) - 1} - \frac{k_d}{k_d - k_i}\exp(-k_i/k_d\eta)\right]. \tag{2.9}$$

Această expresie este reprezentată în figura 2.7, curba b, pentru $\gamma = 0{,}667$ $(k_i/k_d = 0{,}82)$ și în figura 2.7, curba c, pentru $\gamma = 1{,}85$ $(k_i/k_d = 0{,}50)$. Și aceste curbe indică existența unei conductanțe negative,

însă valoarea de prag este dată de $q\mathcal{E}d\tau/h = 1{,}26$ ($\eta = 0{,}4$) și este ceva mai mare decît în cazul relației $E = f(k)$ sinusoidale. Aceasta se datorează faptului că punctul de inflexiune este deplasat către marginea minizonei și este deci necesar un cîmp mai mare, sau un timp de relaxare mai mare, pentru a obține conductanța negativă. Dacă timpul de relaxare a electronilor este suficient de mare electronii vor oscila datorită reflexiei între marginile minizonei; se obțin așanumitele „oscilații Bloch". Fenomenul are loc pentru $q\mathcal{E}d\tau/h \geqslant 2\pi$, valoare de cîteva ori mai mare decît cea necesară pentru obținerea conductanței negative. Pentru $\mathcal{E} = 10^3$V/cm și $d = 100$Å, frecvența oscilatorului Bloch este $q\mathcal{E}d/h = 250$ GHz. Timpul de relaxare trebuie să fie în acest caz mai mare decît $4 \cdot 10^{-12}$ s.

Pentru obținerea rezultatelor de mai sus s-au folosit două aproximații: (a) $k_x = q\mathcal{E}t/h$ și (b) τ este independent de timp. Prima presupunere implică $k_x = 0$ la $t = 0$, ceea ce se justifică în semiconductorii slab dopați*. A doua aproximație este rezonabilă pentru benzi permise înguste. Folosind principiul de incertitudine al lui Heisenberg se pot determina valorile minime ale timpului de relaxare τ și drumului liber mijlociu l, pentru obținerea efectelor cuantice. Pentru $\Delta E \simeq 0{,}1E_1 \simeq 0{,}003$eV și $\Delta k \simeq$ $\simeq 0{,}1k_d \simeq 3 \cdot 10^5$ cm^{-1} rezultă $\tau \geqslant 2{,}2 \cdot 10^{-13}$ s, $l \geqslant 330$Å. Aceste rezultate arată că drumul liber mijlociu trebuie să fie de cel puțin trei ori mai mare decît perioada superrețelei $d = 100$Å, iar timpul de relaxare este aproximativ a zecea parte din cel estimat anterior pentru obținerea conductanței diferențiale negative.

În aceste fenomene timpul de relaxare joacă un rol important. Esaki și colaboratorii au verificat experimental valabilitatea relației (2.8). În acest scop au realizat o superrețea din straturi succesve de GaAs de grosime $a = 50 - 60$Å și $Ga_{0,5}Al_{0,5}As$ de grosime $b = 10 - 15$Å, astfel că perioada superrelației este $d = 60 - 75$°Å, obținîndu-se structuri care conțin 40—100 asemenea perioade. Concentrația electronilor în stratele de GaAs – n (care reprezintă gropile de potențial) fiind de $5 \cdot 10^{17}$ cm^{-3} iar înălțimea barierei de 0,4 eV. Caracteristica curent-tensiune (fig. 2.8) pentru o structură cu aria de 10^{-6}cm^2 se observă că este simetrică și că la ambele polarizări prezintă rezistență negativă pentru tensiune mai

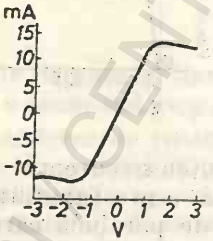


Fig. 2.8. — Caracteristica $I - V$ experimentală pentru o superrețea cu aria de 10^{-6} cm^2.

mare de 1,5V. Această caracteristică experimentală este în concordanță cu relația (2.8). Deoarece timpul de relaxare a electronilor determinat din măsurători de mobilitate pe straturi subțiri de GaAs este $\tau \simeq 10^{-13}$ s, iar cîmpul electric aplicat pe structură are valoarea $2 \cdot 10^4$V/cm la începutul rezistenței negative, se obține pentru $d = 65$Å la cîmpul critic, $q\mathcal{E}d\tau/h \simeq 2$. Discrepanța care apare (valoarea de două ori mai mare a

*) Un caz mai general este prezentat în anexa III.

acestui raport în comparație cu valoarea teoretică) este acceptabilă avînd în vedere tratarea elementară. Folosind valoarea vitezei de drift $v_d \simeq \simeq 2{,}5 \cdot 10^7$ cm/s ($m_n = 0{,}1m_0$) și a lui $\tau \simeq 10^{-13}$s se obține pentru drumul liber mijlociu al electronilor aproximativ 200Å, valoare de aproximativ 3 ori mai mare decît perioada rețelei, ceea ce corespunde condiției de minim necesară.

În figura 2.9 sînt reprezentate curbele $E = f(k)$, pentru prima și a doua bandă permisă, și viteza de grup $\hbar^{-1}\partial E/\partial k$, în prima bandă permisă,

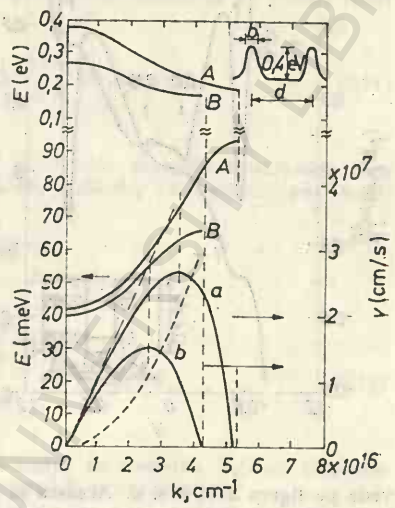


Fig. 2.9. — Energia și viteza de grup în funcție de vectorul de undă k pentru două superrețele A : $d = 60$Å, $b = 10$Å ; B : $d = 75$Å, $b = 15$Å, pentru care s-a obținut caracteristica $I - V$ din figura 2.8

calculate pentru două superrețele : A cu $d = 60$Å și $b = 10$Å și B cu $d = 75$Å și $b = 15$Å. Situația corespunde datelor experimentale utilizate mai sus [3].

Apariția rezistenței negative poate fi justificată și astfel. Lungimea de undă de Broglie a electronilor liberi care au, de exemplu, în GaAs de tip n energia 0,03eV este de aproximativ 200Å (masa efectivă este $m_n = 0{,}1m_0$). Este prin urmare de așteptat ca din interacția acestor unde electronice cu potențialul de tip Kronig-Penney al superrețelei, care are perioada de zeci de Å, să apară proprietăți neliniare.

Tunelarea rezonantă a electronilor prin structuri cu două bariere

Esaki și colaboratorii [13] au pus în evidență tunelarea rezonantă a electronilor într-o structură cu două bariere realizată dintr-un monocristal semiconductor. O asemenea structură constă, de exemplu, dintr-un strat de GaAs de grosime 50 Å (acest strat constituie groapa de potențial) situat între două straturi de $Al_{0,7}Ga_{0,3}As$ de grosime 80Å (care constituie cele două bariere de potențial). Aceste straturi sînt crescute succesiv pe un substrat de GaAs iar electrodul superior se realizează de asemenea, din același material cu substratul. Concentrația electronilor în stratul subțire de GaAs și în electrozi (care sînt tot din GaAs) este de 10^{18} cm^{-3} ceea ce corespunde nivelului Fermi de 40 meV. Înălțimea barierelor este de 0,4 eV. Diagrama energetică a acestei structuri este inclusă în figura 2.10. Energia electronului în groapa de potențial este cuantificată [14]. Cele două stări energetice considerate au valorile $E_1 = 0{,}078$ eV și $E_2 = 0{,}285$ eV. Caracteristica $I-V$ și conductanța dI/dV funcție de tensiune, obținute experimental la 77 K sînt reprezentate în figura 2.10. Se observă cîte două singularități (indicate prin săgeți) pentru fiecare din cele două polarizări : $V_1 = +0{,}19$ și $-0{,}11$ V, $V_2 = +0{,}79$ și $-0{,}53$ V. Mărimea tensiunii aplicate, corespunzătoare unei

singularități, mediată pentru ambele polarizări, este egală cu aproximativ de două ori valoarea stării energetice legate. Pe figura 2.11 este reprezentată diagrama energetică a unei structuri cu două bariere.

Maximele curentului au loc pentru acele tensiuni aplicate pentru care energia electronilor din stinga barierelor coincide cu stările energetice legate (se află față în față), așa cum se

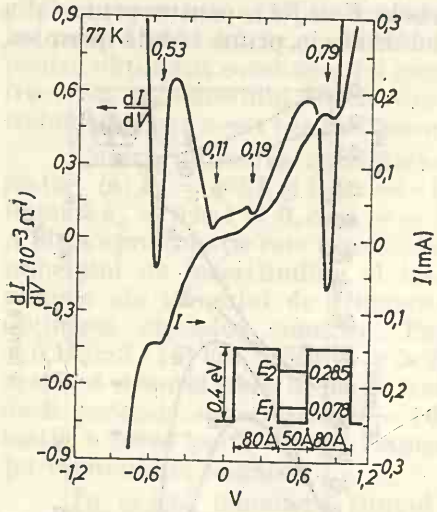


Fig. 2.10. — Caracteristica $I - V$ și conductanța dI/dV funcție de tensiune, pentru structura cu două bariere, la 77 K.

vede pe figura 2.11 *b* și *d*. Aceasta se datorează tunelării rezonante a electronilor. Tunelarea rezonantă prin două bariere a fost tratată de Bohm, folosind metoda WKB [15], și de Kane, folosind metoda continuității funcțiilor de undă [16]. Tsu și Esaki [10] au tratat cazul general al barierelor multiple în cadrul formalismului tunelării considerînd problema reală tridimensională. Dependența de tensiune a curentului de tunelare s-a calculat presupunînd conservarea energiei totale a electronului și a impulsului transversal pe direcția de tunelare. Rezonanța duce la apariția unor maxime în curent la tensiunile aplicate pentru care nivelul Fermi al electrodului coincide cu stările cvasistaționare ale electronului în groapa de potențial. Electronii la stinga și la dreapta celor două bariere (fig. 2.11) pot fi considerați purtători liberi, din punct de vedere clasic, cu masa efectivă m_n și energia E

$$E = \frac{h^2}{2m_n}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2). \tag{2.10}$$

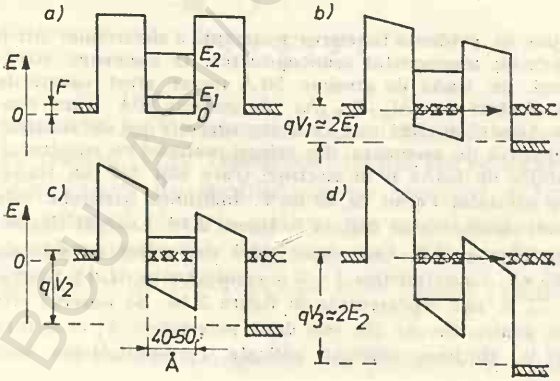


Fig. 2.11. — Diagrama energetică a structurii cu două bariere.

Pe de altă parte electronii în groapa de potențial posedă nivele $E_1 E_2, \ldots$ cuantificate în direcția x perpendiculară pe pereții gropii și un spectru continuu pentru mișcarea în planul yoz paralel cu pereții. Electronii pot fi considerați „bidimensionali", adică energia lor cinetică este dată de formula

$$E = E_x + \frac{\hbar^2}{2m_n}(k_y^2 + k_z^2).$$

Presupunem că în toată structura tunel electronul are aceeași masă efectivă. Viteza electronilor care cad pe barieră este dată de $\hbar^{-1}\partial E/\partial k_x$. Expresia densității de curent tunel este (cap. V)

$$j = \frac{2q}{(2\pi)^3}\iiint T_t(E_x)\,[f(E) - f(E')]\,\hbar^{-1}\frac{\partial E}{\partial k_x}\,dk_x\,dk_y\,dk_z, \tag{2.11}$$

unde f este funcția de distribuție Fermi-Dirac, iar E și E' sînt energiile electronilor care vin și care ies. Folosind relațiile $\partial E/\partial k_x = \partial E_x/\partial k_x$, $2\pi_t k dk_t = dk_y dk_z$ obținem expresia densității de curent la $T = 0$ K

$$j = \frac{q}{2\pi^2\hbar}\int_0^F T_t(E_x)\int_0^{\sqrt{2m_n(F-E_x)}\,\hbar} k_t dk_t\,dE_x -$$

$$- \frac{q}{2\pi^2\hbar}\int_0^{F-qV} T_t(E_x)\int_0^{\sqrt{2m_n(F-E_x-qV)}\,\hbar} k_t\,dk_t\,dE_x, \tag{2.12}$$

unde V este tensiunea aplicată de care depinde coeficientul de tranziție $T_t(E_x)$. Expresia dată mai sus se poate integra pe vectorul de undă transversal k_t și obținem

$$j = \frac{qm}{2\pi^2\hbar^3}\int_0^F T_t(E_x)(F - E_x)\,dE_x - \frac{qm}{2\pi^2\hbar^3}\int_0^{F-qV} T_t(E_x)(F - E_x - E_v)\,dE_x. \tag{2.13}$$

În relațiile (2.12) și (2.13) al doilea termen este diferit de zero numai pentru $qV < F$. Coeficientul $T_t(E_x)$ care depinde de tensiunea aplicată (este raportul dintre intensitatea undelor electronice care ies din a doua barieră și intensitatea undelor electronice care cad pe prima barieră) se poate găsi cu ajutorul funcțiilor de undă construite cu luarea în considerare a continuității atît a funcțiilor de undă cît și a derivatelor lor la fiecare graniță. Pe figura 2.12 sînt reprezentate valorile lui T_t calculate funcție de energia electronilor pentru diverse tensiuni aplicate în intervalul 0—0,5 V. Zeroul energiei este fixat la marginea inferioară a benzii de conducție din stînga, așa cum se vede pe figura 2.11. Se observă pe figura 2.12 că valorile

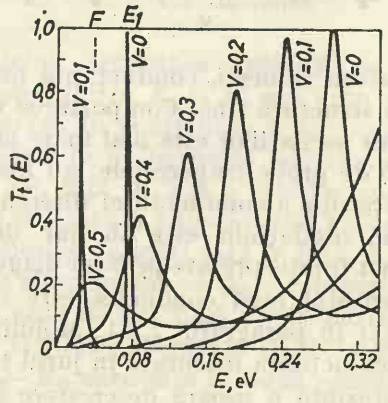


Fig. 2.12. — Dependența coeficientului de tranziție de energia electronilor.

absolute ale coeficienților de tranziție și, de asemenea, energiile corespunzătoare maximului tranzitici descresc cu creșterea tensiunii aplicate. În acest exemplu lărgimea gropii de potențial este considerată de 45 Å iar înălțimea barierei, la polarizare zero, de 0,4 eV. Se observă că la tensiuni diferite de zero mărimea coeficientului de tranziție la rezonanță este mai mică decît unitatea. Rezultatul este datorat în cea mai mare parte asimetriei profilului potențialului la tensiuni diferite de zero.

Rezultatele experimentale din figura 2.10 confirmă tunelarea rezonantă în structuri semiconductoare cu două bariere. S-a observat experimental că maximele din curentul tunel la energiile de rezonanță cresc cu micșorarea grosimii gropii de potențial.

În scopul studierii celui de al doilea fenomen, amintit mai sus (ec. (2.3)), Esaki a extins cercetările asupra tunelării rezonante la cazul superreţelelor [8]. El a realizat superreţele cu 50 de perioade, fiecare perioadă avînd o grosime de 85Å constînd din 45Å GaAs și 40Å AlAs. Înălțimea barierelor este de 0,4—0,5eV. În această structură apar două benzi așa cum am arătat în paragraful 2.2, E_1 și E_2 de lărgime 5 și, respectiv, 40 meV. Localizarea benzilor E_1 și E_2 este centrată în jurul nivelelor energetice discrete dintr-o singură groapă de potențial (fig. 2.9). Măsurătorile au fost făcute pe superreţele cu aria terminalelor de 10^{-7}cm.

S-a observat că curentul crește ușor cu tensiunea aplicată, pînă la cîteva zecimi de volt, apoi începe să se satureze sau să descrească și la tensiuni mari are o comportare oscilatorie fină.

Pe figura 2.13 este reprezentată conductanța diferențială funcție de tensiunea aplicată la patru temperaturi diferite : 65, 125, 210 și 300 K.

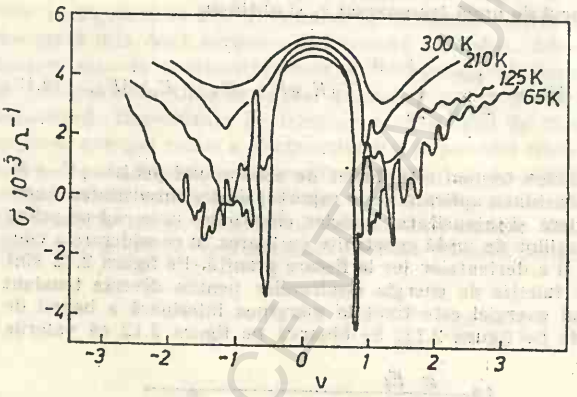


Fig. 2.13. — Conductanța diferențială în funcție de tensiunea aplicată într-o superreţea, la patru temperaturi diferite.

La temperatura camerei, conductanța nu devine nici negativă și nu prezintă nici o structură fină. Comportarea oscilatorie se observă la 210 K și amplitudinea oscilațiilor este mai mare la temperaturi mai joase. Măsurătorile pe 20 de probe (superreţele) au fost întrucîtva reproductibile : tensiunea de apariție a conductanței diferențiale negative este de 0,4—0,8V, iar perioada oscilațiilor este în jur de 0,21—0,24 V. Caracteristicile observate pot fi interpretate pe baza diagramelor energetice din figura 2.14.

La tensiuni mici conducția este cea de bandă îngustă, așa cum am prezentat în paragraful 2.3.1. Mobilitatea în direcția superreţelei dedusă din conductanța măsurată în jurul tensiunii zero este de 50 cm²/V.s. După ce prezintă o ușoară descreștere ca în figura 2.14*a*, la cîmpul de

apoximativ $10V^4$/cm conductanța începe să scadă rapid (aceasta înseamnă 8 meV pe o perioadă a superreţelei, în presupunerea distribuţiei uniforme a cîmpului electric). Peste această valoare apare rezonabil să se presupună că banda de conducţie nu mai este menţinută în întreaga regiune a superreţelei şi că un domeniu de cîmp intens este generat spontan. Cu toate că iniţial domeniul de cîmp intens este extins numai pe o barieră (fig. 2.14*b*). pe el cade o fracţiune mare din tensiunea totală. Aceasta va lăsa intactă banda de conducţie în restul superreţelei. Se poate arăta că formarea unui domeniu de cîmp intens poate fi determinată de fluctuaţii întîmplătoare de zgomot sau de neuniformităţi nedorite în structura reţelei. Caracteristica $I-V$ a superreţelei va fi determinată de tunelarea prin domeniul de cîmp intens.

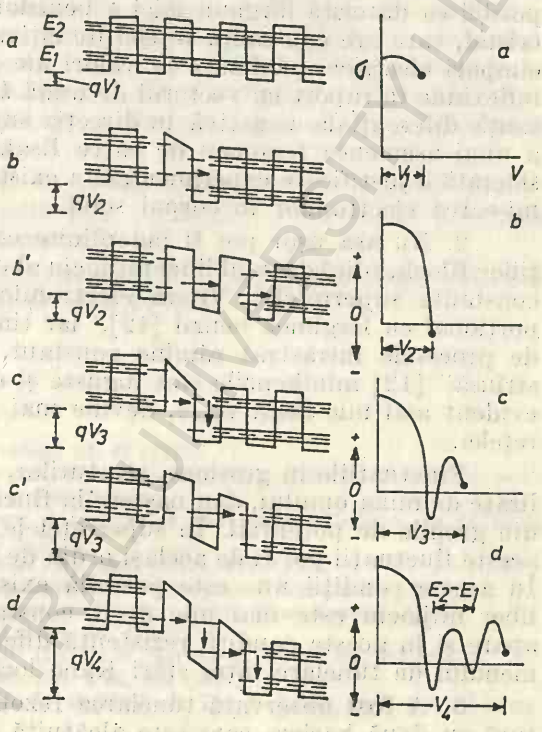


Fig. 2.14. — Diagrama energetică (partea stîngă) şi conductanţa corespunzătoare (partea dreaptă) pentru o superreţea.

După cum reiese din figurile 2.14*b* şi 2.14*c* sau din figurile 2.14*b'* şi 2.14*c'* situaţia este analogă întrucîtva cu tunelarea prin structura cu două bariere. În cazul cel mai simplu, o singură barieră este suficientă pentru a produce un maxim al curentului (şi o conductanţă negativă) care apare din situarea sau nu faţă în faţă a nivelelor de ambele părţi ale domeniului, aşa cum se vede pe figura 2,14*c*. La tunelarea prin acest domeniu curentul creşte şi scade tot atît de abrupt ca şi în cazul tunelării prin două bariere. Curentul tunel prin domeniu este maxim cînd stările de o parte şi de alta sînt faţă în faţă (cînd tensiunea aplicată pe el atinge o valoare corespunzătoare diferenţei dintre E_1 şi E_2 aşa cum se vede pe figurile 2.14*c* şi 2.14*c'*). Cu creşterea în continuare a tensiunii aplicate domeniul de cîmp intens se va extinde pe barierele adiacente, una cîte una, şi condiţiile de situare, sau nu, faţă în faţă a stărilor energetice se vor repeta alternativ. Figura 2. 14*d* arată o situaţie cînd ambele bariere din domeniu sînt simultan în condiţia de stări faţă în faţă. Natura discretă a expansiunii domeniului de cîmp intens va da o comportare oscilatorie a conductanţei, aşa cum se vede de sus pînă jos în partea dreaptă a figurei 2.14. Astfel perioada de tensiune observată (0,21—0,24 eV) este valoarea experimentală pentru E_2-E_1, care este în bună concordanţă cu valoarea estimată (0,23 eV) în figura 2.6.

2.4. CONCLUZII

Am prezentat în acest capitol poate cele mai valoroase dintre cercetările şi realizările recente din domeniul fizicii corpului solid. Unele comentarii se impun.

1. Cînd drumul liber mijlociu al electronilor este mai mare decît perioada superreţelei (~100Å), apar o serie de benzi înguste permise şi interzise datorită divizării zonei Brillouin într-o serie de minizone. Dacă timpul de relaxare a electronilor depăşeşte o valoare de prag este posibil ca datorită lărgimii mici a benzilor (mult mai mici decît în monocristal, care are constanta reţelei de cîţiva Å) electronii să fie excitaţi la cîmpuri electrice moderate la valori ale energiei dincolo de punctul de inflexiune în raport cu vectorul de undă k. Aceasta conduce la o conductanţă diferenţială negativă în direcţia superreţelei. Punerea în evidenţă a unui asemenea fenomen de către Esaki şi colaboratorii poate fi considerată o justificare experimentală a existenţei benzilor de energie pentru mişcarea electronilor în corpul solid.

2. Nu aşa uşor pot fi îndeplinite condiţiile pentru apariţia oscilaţiilor Bloch, adică drumul liber mijlociu al electronilor să fie mai mare decît constanta superreţelei. Viteza electronilor într-o minibandă scade proporţional cu lărgimea benzii [12], iar timpul de relaxare, fiind dominat de procesele intrastrat rămîne constant. În superreţelele cu „legătură strînsă" [12] minibenzile sînt înguste şi drumul liber mijlociu, care este evident mai mic decît $v_{max}\tau$, devine mai mic decît constanta d a superreţelei.

Fluctuaţiile în grosimea straturilor, inevitabile în superreţelele realizate de mîna omului, dau naştere la fluctuaţii ale energiei stărilor legate din gropile de potenţial. În superreţelele actuale, cu „legătură strînsă", aceste fluctuaţii pot fi de acelaşi ordin de mărime cu lărgimea minibenzii. În aceste condiţii nu este posibilă existenţa stărilor Bloch şi drumul liber mijlociu este mai mic decît constanta superreţelei. Totuşi poate apare şi în aceste condiţii rezistenţă diferenţială negativă datorită fenomenului de tunelare între stări Kane localizate (paragraful 2.3).

3. A fost observată tunelarea rezonantă a electronilor într-o structură cu două bariere care este alcătuită dintr-un strat subţire de GaAs cuprins între două bariere de AlGaAs. Rezonanţa se manifestă prin apariţia unor maxime în curentul tunel la tensiunile corespunzătoare stărilor cuasistaţionare ale electronului în groapa de potenţial. Aceasta poate fi considerată o realizare experimentală a cuantificării nivelelor de energie a electronului în groapa de potenţial.

4. Efectele cuantice de dimensiune au fost observate experimental în anul 1965 [17]. În straturile subţiri a căror grosime d este comparabilă cu lungimea de undă de Broglie, λ, a purtătorilor de sarcină, apare efectul cuantificării energiei mişcării transversale a electronilor. Spectrul de energie al unui asemenea sistem este descris (pe lîngă numărul benzii) cu ajutorul a trei numere cuantice, două continue şi unul discret, şi prezintă o serie de subbenzi, fiecare subbandă corespunzînd unei valori date a numărului cuantic discret. În asemenea condiţii energia minimă a purtătorilor este diferită de zero şi este funcţie de grosimea stratului subţire. Jaklevic şi colaboratorii [18] au observat oscilaţii ale conductanţei funcţie de tensiune în cazul tunelării electronilor dintr-un electrod de aluminiu printr-o

barieră de oxid de aluminiu cu grosimea de ~ 3 nm într-un strat subțire de plumb cu grosimea de 25—90 nm. Un efect asemănător au observat în straturi subțiri de magneziu. Rezultatele experimentale au fost interpretate pe baza efectelor cuantice de dimensiune în Pb și, respectiv, Mg. Problemele au fost discutate teoretic în [20, 21].

5. Efectele cuantice de dimensiune au fost puse în evidență, de asemenea, în structuri supraconductor-metal normal-supraconductor [22—24].

6. Într-un strat de acumulare sau de inversiune la suprafața unui semiconductor, dacă cîmpul electric din stratul superficial este suficient de intens, energia mișcării electronilor normală pe suprafață este cuantificată în nivele discrete. Deoarece mișcarea paralelă a purtătorilor nu este afectată, energia lor permisă formează o serie de sub benzi bidimensionale, ca în toate fenomenele analizate mai sus [25, 26]. Cuantificarea nivelelor energetice la suprafața semiconductorului introduce efecte noi în proprietățile sale electronice.

7. Apariția efectului laser în structuri cu heterojoncțiuni GaAs—AlGaAs cu multe straturi (superreţele) necesită un curent de prag mai mare decît în laserul convențional [27].

8. S-a accentuat în ultimul timp cercetarea superreţelelor alcătuite din straturi succesive de metal și izolator [28].

BIBLIOGRAFIE

1. L. Esaki, R. Tsu, IBM J. Res. Develop., **14**, 61 (1970).
2. L. Esaki, L. L. Chang, W. E. Howard, V. L. Rideout, *Proc. of the* 11th *Int. Conf. on the Phys. of Semicond.* 1972, p. 431, Warsaw.
3. L. L. Chang, L. Esaki, W. E. Howard, R. Ludeke, J. Vac. Sci. and Technol., **10**, 11 (1973).
4. J. C. Slater, Phys. Rev. **87**, 807 (1952).
5. R. de L. Kronig, W. L. Penney, Proc. Roy. Soc., A **130**, 499 (1930).
6. R. A. Smith, *Wave Mechanics of Crystalline Solids*, Chapman Hall, London, 1961.
7. A. B. Pippard, *The Dynamics of Conduction Electrons*, Blackie&Son. London, 1965.
8. L. Esaki, L. L. Chang, Phys. Rev. Letters, **33**, 495 (1974).
9. K. Hacker, Phys. Stat. Sol., 33, 607 (1969); M. Saitoh, J. Phys., **C5**, 914 (1972). G. H. Shmelev, Phys. Stat. Sol. **b 82**, 391 (1977).
10. R. F. Kazarinov, R. A. Suris, F.T.P., **6**, 148 (1972); R. Tsu, L. Esaki, Appl. Phys. Letters., **22**, 562 (1973).
11. E. O. Kane, J. Phys. Chem. Solids, **12**, 181 (1959).
12. G. H. Döhler, R. Tsu, L. Esaki, Solid-State Comm., **17**, 317 (1975).
13. L. L. Chang, L. Esaki, R. Tsu, Appl. Phys. Letters, **24**, 593 (1974).
14. A. Messiah, *Mecanica cuantică*, vol. I, Edit. științifică, București, 1973.
15. D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1951, p. 283.
16. E. O. Kane, în *Tunneling Phenomena in Solids*, editată de E. Burstein și S. Lundquist, Plenum Press, New York, 1959.
17. V. N. Lutskii, Phys. Stat. Sol., **1a**, 199 (1970).
18. R. C. Jaklevic, J. Lambe, M. Mikkor, W. C. Vassell, Phys. Rev. Letters, **26**, 88 (1971).
19. R. C. Jaklevic, J. Lambe, M. Mikkor, W. C. Vassell, Solid-State Comm., **10**, 199 (1972).
20. E. L. Wolf, Phys. Rev., **B. 10**, 784 (1974).
21. A. A. Cottey, Phys. Stat. Sol., **b. 67**, 619 (1975); F. K. Schulter, Phys. Stat. Sol., **b.79**, 149 (1977).
22. I. O. Kulik, J.E.T.F., **57**, 1745 (1969).
23. C. Ishii, Progr. Theoret. Phys., **44**, 1525 (1970).
24. J. Bardeen, J. L. Johnson, Phys. Rev. **B. 5**, 72 (1972).
25. F. Stern. J. Vac. Sci. Technol., **9**, 752 (1972).
26. D. C. Tsui, Phys. Rev., **B.8**, 2567 (1973).
27. R. C. Miller, et al, J. Appl. Phys., **47**, 4509 (1976).
28. V. M. Iagodkin și colab., Soviet. Phys., Solid-State, **19**, 861 (1977).

CAPITOLUL III

JONCȚIUNEA $p-n$

Joncțiunea $p-n$ este constituită din două regiuni cvasineutre p și n separate printr-o regiune de sarcină spațială care se numește strat de baraj. Studiul joncțiunii $p-n$ este util pentru a înțelege funcționarea dispozitivelor cu semiconductori

3.1. PREPARAREA JONCȚIUNILOR $p-n$

Printre metodele folosite la prepararea joncțiunilor $p-n$ citām metoda alierii, metoda difuziei, metoda epitaxială și metoda implantării de ioni. Metoda alierii este un caz particular al metodei generale de încălzire a unei probe semiconductoare în contact cu o substanță impurificatoare. De exemplu, o joncțiune $p-n$ se formează prin încălzirea probei de Si—n peste care s-a pus o bobiță de aluminiu (fig. 3.1 *a*) la o temperatură ceva mai mare de 577°C (temperatura eutectică a soluției Al—Si), în condiții care să excludă procesele de oxidare.

La temperatura de aliere aluminiul topit atacă foarte repede siliciul și se formează o soluție lichidă de siliciu și aluminiu (fig. 3.1*b*). Siliciul continuă să se dizolve în aluminiu pînă cînd se atinge limita de saturație la temperatura dată. Încălzirea durează de la un minut pînă la cîteva minute și după aceea sistemul se răcește pînă la temperatura mediului ambiant. În timpul răcirii soluția siliciu-aluminiu recristalizează în aceeași rețea ca și a siliciului solid și apare o regiune de siliciu de tip p (monocristalin), așa cum se vede pe figura 3.1 *d* (aluminiu în siliciu este acceptor). Joncțiunea $p-n$ este formată la granița dintre regiunile n și p.

Contactul ohmic la regiunea p este chiar aluminiu rămas în afara regiunii p monocristaline (fig. 3.1 *d*); în general la partea de sus a bobiței

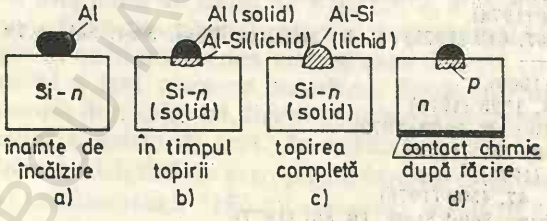


Fig. 3.1. — Prepararea joncțiunii $p-n$ din siliciu prin aliere.

de aluminiu rămîne cel puțin un strat superficial în care nu a fost dizolvat siliciu și acesta este contactul ohmic.

Contactul ohmic la regiunea n se realizează prin depunerea prin evaporare pe această regiune a unui strat de Au+0,1%Sb și încălzirea la 400°C; apare în acest fel o regiune n^+ (regiune n puternic dopată). Controlul profilului impurităților poate fi realizat precis nu prin metoda alierii ci folosind metoda difuziei în starea solidă [2]. Aceasta este cea mai utilizată metodă în teoria dispozitivelor cu joncțiuni $p-n$. Termenul „difuzie" se referă la migrarea atomilor unei substanțe în alta datorită gradientului de concentrație. Legile de bază care guvernează difuzia au fost elaborate de Fick

$$J = -D\frac{\partial C}{\partial x}; \quad \frac{\partial C}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \tag{3.1}$$

unde J este fluxul sau curentul de difuzie (atomi/cm^2·s), D — coeficientul de difuzie (cm^2/s), C — concentrația materialului care difuzează (atomi/cm^3), x — distanța în cm și t — timpul în secunde. Considerăm două cazuri practice ale distribuției impurităților care difuzează într-un semiconductor. În primul caz sursa de atomi de impurități este infinită, adică concentrația de impurități C_s la suprafața semiconductorului este constantă pe toată perioada procesului de difuzie. În acest caz rezultă din relația (3.1)

$$C(x,t) = C_s \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right),$$
$$\operatorname{erfc} y = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_y^\infty e^{-z^2} dz. \tag{3.2}$$

În al doilea caz sursa este finită și conține cantitatea totală de impurități S. În acest caz distribuția impurităților este de formă gaussiană

$$C(x,t) = C_s \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right),$$
$$C_s = \frac{S}{\sqrt{\pi Dt}}. \tag{3.3}$$

Cele două cazuri sînt reprezentate pe figura 3.2.

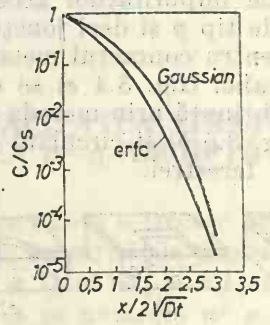


Fig. 3.2. — Distribuția impurităților difuzate, reprezentată la scară semilogaritmică.

Cu alegerea adecvată a substanței impurificatoare, procesul de difuzie duce la formarea în semiconductor a unei regiuni cu conducție de tip opus față de cea a materialului inițial. Se formează joncțiunea $p-n$ la adîncimea unde concentrația impurităților difuzate egalează concentrația impurităților existente inițial în semiconductor. Un exemplu este arătat pe figura 3.3 unde semiconductorul are inițial impurități acceptoare N_a, și se difuzează în el impurități donoare de concentrație N_d. Adîncimea joncțiunii, x_j, este distanța la care $N_d - N_a = 0$.

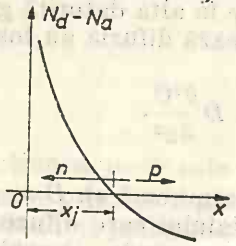


Fig. 3.3. — Distribuția concentrației impurităților într-o joncțiune $p-n$ difuzată (scară liniară).

Joncțiunile difuzate se obțin prin tehnologia mesa, tehnologia planară sau alte tehnologii. Etapele formării unei joncțiuni $p-n$ din Si prin tehnologia planară sînt următoarele (fig. 3.4). Se crește un strat de bioxid de siliciu pe suprafața plăcuței de Si—n, de exemplu prin oxidarea termică a siliciului. Grosimea acestui strat variază între 0,5 și 1 μm (fig. 3.4 *a*). Urmează un procedeu de mascare a stratului de oxid pe anumite

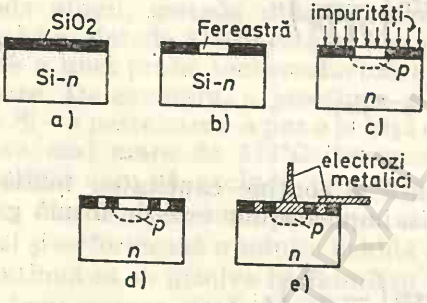


Fig. 3.4. — Prepararea joncțiunii $p-n$ prin tehnologia planară.

porțiuni și apoi se îndepărtează bioxidul de siliciu din porțiunile nemascate, creindu-se ferestre (pentru o singură joncțiune se taie o singură fereastră) (fig. 3.4 *b*).

„Tăierea" ferestrei se face prin procedeul fotorezist Kodak. Se îndepărtează apoi masca folosind un solvent special și prin fereastră se face difuzia impurităților acceptoare, de exemplu de bor; apare astfel regiunea de tip p și deci joncțiunea $p-n$ (fig. 3.4 *c*). Se decupează apoi ferestre pentru contactul metalic al regiunii n ca pe figura 4.4 *d*. Electrozii metalici (fig. 3.4 *e*) se depun prin evaporare. Forma geometrică a diodei obținută prin metoda planară poate fi plană (fig. 3.5 *a*), rectangulară (fig. 3.5 *b*) și circulară (fig. 3.5 *c*), această clasificare fiind legată de forma ferestrei.

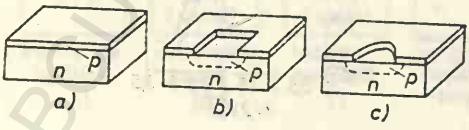


Fig. 3.5. — Forma geometrică plană, rectangulară și circulară a diodelor.

După cum reiese din figură, în dioda plană difuzia are loc pe întreaga suprafață a probei. În această diodă, geometria joncțiunii este plană (granița dintre regiunile p și n este un plan). În celelalte două cazuri geometria joncțiunii este în general cilindrică, de fapt semicilindrică: regiunea p difuzată este de forma unui semicilindru. În cazul cînd fereastra de formă semicirculară este mică geometria joncțiunii este sferică (granița dintre regiunile p și n este de forma unei sfere). Cînd ne referim la geometria joncțiunii nu ne referim la forma ferestrei ci la această ultimă clasificare: plană, cilindrică, sferică. Distribuția impurităților în oricare din aceste geometrii (sau altele) poate fi de formă gaussiană sau după funcția erorilor, așa cum se vede pe figura 3.2. În practică, profilul impurităților poate fi considerat abrupt sau gradat liniar (paragrafele 3.2; 3.3). În mod obișnuit, pentru micșorarea rezistenței serie, stratul de tip n (în care are loc difuzia) trebuie să fie subțire și aceasta se realizează prin depunerea epitaxială a acestui strat de tip n pe un strat n^+ (puternic dopat) [3]. Metoda epitaxială dă posibilitatea să se obțină straturi cristaline subțiri.

Un strat subțire depus se numește epitaxial dacă rețeaua lui cristalină continuă orientare rețelei cristaline a substratului (stratul pe care s-a făcut depunerea). Etimologia cuvîntului este grecească și înseamnă „aranjare pe" (epi = pe, taxis = aranjare). Prin această metodă se obțin și joncțiuni $p-n$; ea se utilizează în special pentru obținerea heterojoncțiunilor. Epitaxia din stare de vapori este cea mai importantă. Straturi epitaxiale de Ge și Si se pot depune prin una din următoarele căi: (a) reducerea clorurilor de Ge și Si, (b) descompunerea termică a unor compuși ca SiI_4, GeI_4, SiH_4, GeH_4, (c) descompunerea GeI_2 și SiI_2, (d) evaporarea în vid a Ge și Si [4].

Metoda implantării de ioni constă în accelerarea ionilor (de la o sursă de ioni) pînă ating o viteză suficient de mare pentru a pătrunde în proba semiconductoare și a se implanta în ea. În condiții, care se pot controla, ionii pătrunși în semiconductor ocupă poziții în rețea astfel încît să se comporte ca donori sau acceptori. Această metodă are unele avantaje față de altele. Cel mai important este legat de faptul că temperatura de formare a joncțiunii este mult mai mică decît în cazul metodei difuziei ceea ce dă posibilitatea unui control mai eficace asupra profilului joncțiunii. În plus, metoda se poate aplica la compușii semiconductori, fără a fi necesar a se lua unele măsuri de precauție (împotriva descompunerii compusului) ca în cazul altor metode. Deoarece procesul de implantare nu este un proces activat termic sînt virtual eliminate reacțiile chimice la suprafața semiconductorului precum și materialele de mascare [4a].

3.2. STRATUL DE BARAJ ȘI CAPACITATEA STRATULUI DE BARAJ PENTRU JONCȚIUNEA $p-n$ ABRUPTĂ

Joncțiunea abruptă este aceea în care există o trecere bruscă de la impuritățile acceptoare de concentrație N_a la impuritățile donoare de concentrație N_d, așa cum se vede în figura 3.6 *a*. Dacă $N_a \gg N_d$ joncțiune se numește $p^+ n$ iar dacă $N_d \gg N_a$ joncțiunea se numește $n^+ p$.

Cînd se realizează tehnologic joncțiunea $p-n$ golurile din apropierea joncțiunii vor difuza din regiunea p în regiunea n unde vor recombina cu electronii iar electronii din regiunea n vor difuza în regiunea p unde vor recombina cu golurile. Acest lucru se întîmplă deoarece concentrația golurilor în regiunea p este mai mare decît în regiunea n și concentrația electronilor în regiunea n este mai mare decît în regiunea p. Prin difuzia golurilor rămîn atomi acceptori ionizați negativ a căror sarcină nu este compensată și prin difuzia electronilor rămîn atomi donori ionizați pozitiv, a căror sarcină nu este compensată. Întrucît atomii acceptori și donori sînt ficși, în regiunea de trecere se formează un strat de sarcină spațială fixă : sarcină negativă în regiunea p și sarcină pozitivă în regiunea n (fig. 3.6 a). Ca rezultat apare un cîmp electric de contact a cărui mărime și direcție este astfel încît se opune difuziei purtătorilor liberi prin joncțiune și în absența unei tensiuni externe curentul total prin joncțiune este nul. Se stabilește astfel în joncțiune un echilibru dinamic în care un curent mic dat de purtătorii minoritari traversează joncțiunea sub influența cîmpului de contact și un curent egal, dat de purtătorii majoritari curge în sens invers. În regiunea cîmpului de contact există o barieră de potențial (fig. 3.6c) a cărei înălțime se notează cu V_b și se numește potențial de difuzie. În acord cu acestea, putem scrie în joncțiune $p-n$ la echilibru

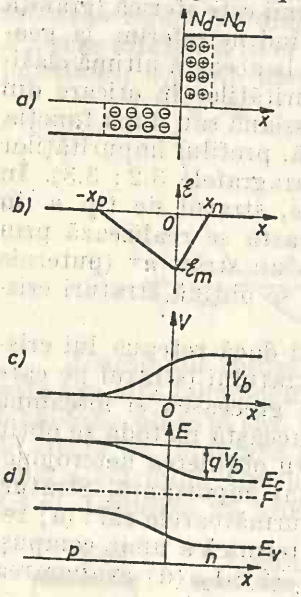


Fig. 3.6. — Joncțiunea $p-n$ abruptă la echilibru termic: a — distribuția impurităților; b — distribuția cîmpului intern; c — distribuția potențialului; d — diagrama de benzi de energie.

$$j_p = q\mu_p\left(p\mathcal{E} - \frac{kT}{q}\frac{\partial p}{\partial x}\right) = \mu_p p\frac{\partial F}{\partial x} = 0 \qquad (3.4)$$

$$j_n = q\mu_n\left(n\mathcal{E} + \frac{kT}{q}\frac{\partial n}{\partial x}\right) = \mu_n n\frac{\partial F}{\partial x} = 0. \qquad (3.4')$$

Rezultă pentru cîmpul în joncțiune

$$\mathcal{E} = -\frac{kT}{q}\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial x} = \frac{kT}{q}\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial x}. \qquad (3.5)$$

De unde potențialul de difuzie

$$V_b = -\int_{\text{marginea } p}^{\text{marginea } n}\mathcal{E}\,dx = -\frac{kT}{q}\ln\frac{n_{p0}}{n_{n0}} = \frac{kT}{q}\ln\frac{p_{p0}}{p_{n0}}, \qquad (3.6)$$

unde n_{p0}, p_{p0} și n_{n0}, p_{n0} sînt concentrațiile electronilor și golurilor în regiunea p și, respectiv, n. Avînd în vedere că

$$n_{n0}p_{n0} = n_{p0}p_{p0} = n_i^2, \qquad (3.7)$$

și presupunînd $n_{n0} \simeq N_d$, $p_{p0} \simeq N_a$, scriem

$$V_b = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}. \tag{3.8}$$

Din ecuația (3.6) se obține

$$p_{n0} = p_{p0} \exp(-qV_b/kT); \quad n_{p0} = n_{n0} \exp(-qV_b/kT). \tag{3.9}$$

Pentru a găsi lărgimea stratului de baraj folosim ecuația Poisson

$$-\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \equiv \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{\rho}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon}[p - n + N_d^+ - N_a^-],$$

$$\simeq -\frac{q}{\varepsilon} N_a, \qquad -x_p \leqslant x < 0, \tag{3.10}$$

$$\simeq \frac{q}{\varepsilon} N_d, \qquad 0 < x \leqslant x_n,$$

unde am presupus $N_d^+ \simeq N_d$ și $N_a^- \simeq N_a$ și am neglijat concentrațiile purtătorilor liberi în regiunea sarcinii spațiale. Integrînd odată această ecuație obținem cîmpul electric

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial V}{\partial x} = \begin{cases} -\dfrac{q}{\varepsilon} N_a(x + x_p), & -x_p \leqslant x < 0, \\ \dfrac{q}{\varepsilon} N_d(x - x_n), & 0 < x \leqslant x_n. \end{cases} \tag{3.11}$$

Cîmpul maxim $\mathcal{E}_m$ este la $x = 0$

$$|\mathcal{E}_m| = \frac{qN_a x_p}{\varepsilon} = \frac{qN_d x_n}{\varepsilon}. \tag{3.12}$$

Integrînd ecuația (3.11) obținem distribuția potențialului în stratul de baraj

$$V = \begin{cases} \dfrac{1}{2} \dfrac{q}{\varepsilon} N_a(x + x_p)^2, & -x_p \leqslant x < 0, \\ -\dfrac{1}{2} \dfrac{q}{\varepsilon} N_d(x - x_n)^2 + V_b, & 0 < x \leqslant x_n, \end{cases} \tag{3.13}$$

unde am folosit condițiile la limită $V = 0$ la $x = -x_p$ și $V = V_b$ la $x = x_n$.

Din ecuația (3.13) avem la $x = 0$

$$V = \frac{1}{2} \frac{q}{\varepsilon} N_a x_p^2 = -\frac{1}{2} \frac{q}{\varepsilon} N_d x_n^2 + V_b. \tag{3.14}$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezultă

$$V_b = \frac{1}{2}\,\frac{q}{\varepsilon}(N_a x_p^2 + N_d x_n^2) = \frac{1}{2}\,\frac{q}{\varepsilon}\,N_a x_p (x_p + x_n) = \frac{1}{2}\,\mathcal{E}_m\,W, \qquad (3.15)$$

unde am notat cu $W = x_p + x_n$ lărgimea stratului de baraj. Din ecuațiile (3.15) și (3.12) obținem pentru lărgimea stratului de baraj

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q}\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right) V_b}, \qquad (3.16)$$

iar pentru o joncțiune puternic asimetrică

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q}\,\frac{V_b}{N_B}}, \qquad (3.17)$$

unde $N_B = N_d$ cînd $N_a \gg N_d$ (joncțiunea p^+n) și $N_B = N_a$ cînd $N_d \gg N_a$ (joncțiunea n^+p). După cum rezultă din ecuația (3.4), $\partial F/\partial x = 0$ și prin urmare nivelul Fermi este constant și diagrama energetică a joncțiunii $p - n$ arată că în figura 3.6 *d*. Situația se schimbă dacă se aplică joncțiunii o tensiune externă V. Bariera de potențial se modifică devenind $V_b \mp V$, unde semnul negativ este pentru polarizare directă (fig. 3.7 *a*) și semnul pozitiv este pentru polarizare inversă (fig. 3.7 *b*). Considerăm acum capacitatea stratului de baraj. Capacitatea C_b asociată cu sarcina Q stocată în stratul de baraj este

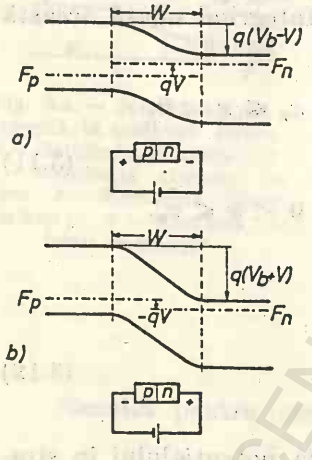


Fig. 3.7.— Diagrama de benzi de energie a joncțiunii $p-n$ cînd este polarizată: *a* — polarizare directă; *b* — polarizare inversă.

$$C_b = \left|\frac{dQ}{dV}\right|. \qquad (3.18)$$

Sarcina Q stocată în stratul de baraj al joncțiunii pe unitatea de arie este $Q = qN_d x_n = qN_a x_p$, de unde

$$x_n = \frac{N_a}{N_a + N_d}\,W; \qquad (3.19)$$

$$x_p = \frac{N_d}{N_d + N_a}\,W, \qquad (3.20)$$

și

$$Q = \frac{qN_a N_d}{N_d + N_a}. \qquad (3.21)$$

Cînd se aplică tensiune externă, ecuația (3.16) devine

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{q}\left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a}\right)(V_b \mp V)}. \qquad (3.22)$$

Se obţine astfel

$$C_b = \frac{\varepsilon}{W} \tag{3.23}$$

sau

$$\frac{1}{C_b^2} = \frac{2(V_b \mp V)}{q\varepsilon}\left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a}\right), \tag{3.24}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}V}\left(\frac{1}{C_b^2}\right) = \frac{2}{q\varepsilon}\left(\frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a}\right). \tag{3.25}$$

Graficul $1/C_b^2 = f(V)$ este o dreaptă din panta căreia se poate determina concentraţia impurităţilor. Această dreaptă intersectează axa tensiunilor la $V = V_b$, de unde se determină potenţialul de difuzie V_b. Aşa stau lucrurile pentru joncţiunea plană. Pentru alte geometrii scriem ecuaţia Poisson sub forma

$$\frac{1}{r^n}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^n \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}\right) = -\frac{\rho(r)}{\varepsilon}, \tag{3.26}$$

unde $n = 0$ pentru joncţiunea plană (cazul analizat mai sus), $n = 1$ pentru joncţiunea cilindrică şi $n = 2$ pentru joncţiunea sferică. În cazul distribuţiei abrupte a impurităţilor (cazul analizat în acest paragraf) se obţine

$$V_c = \frac{qN_B r_j^2}{4\varepsilon}; \qquad C_c = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}, \text{ F/cm}, \tag{3.27}$$

pentru joncţiunea cilindrică şi

$$V_s = \frac{qN_B r_j^2}{6\varepsilon}; \qquad C_s = \frac{4\pi\varepsilon}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}, \text{ F/cm}^2, \tag{3.28}$$

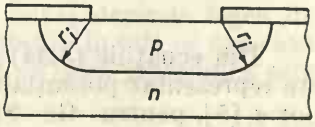


Fig. 3.8. — Secţiune transversală printr-o joncţiune planară.

pentru joncţiune sferică. În expresiile de mai sus r_j este raza curburii joncţiunii metalurgice (fig. 3.8), iar r_1 şi r_2 sînt razele celor două graniţe ale stratului de baraj.

3.3. STRATUL DE BARAJ ŞI CAPACITATEA STRATULUI DE BARAJ PENTRU JONCŢIUNEA $p-n$ GRADATĂ LINIAR

În joncţiunea gradată liniar, concentraţia netă de impurităţi, ($N_d - N_a$) variază gradat de la regiunea p la regiunea n, aşa cum se vede pe figura 3.9 *a*, după legea

$$N_d - N_a = ax, \tag{3.29}$$

unde a este gradientul concentraţiei impurităţilor.

Scriem ecuația Poisson în acest caz

$$-\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \equiv \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{q}{\varepsilon}(p - n + ax) \simeq \frac{q}{\varepsilon} ax; \quad -W/2 \leqslant x \leqslant W/2. \tag{3.30}$$

Originea axelor de coordonate se alege (ca și în cazul anterior) în punctul joncțiunii unde sarcina își schimbă semnul.

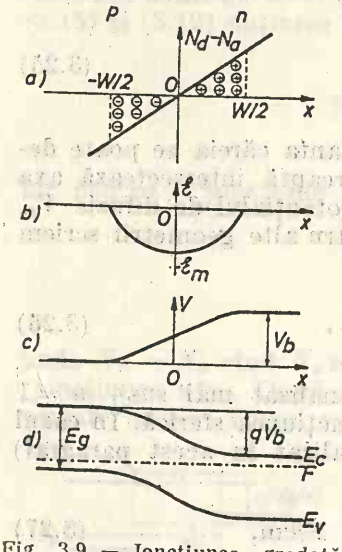


Fig. 3.9. — Joncțiunea gradată liniar la echilibru termic: *a* — distribuția impurităților; *b* — distribuția cîmpului electric intern; *c* — variația potențialului cu distanța; *d* — diagrama de benzi de energie.

Integrînd ecuația (3.30) obținem cîmpul electric

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{qa}{2\varepsilon}[x^2 - (W/2)^2], \tag{3.31}$$

care este reprezentat pe figura 3.9 *b*. Cîmpul maxim este la $x = 0$

$$\mathcal{E}_m = \frac{qaW^2}{8\varepsilon}. \tag{3.32}$$

Integrînd relația (3.31) se obține potențialul de difuzie

$$V_b = \frac{qaW^3}{12\varepsilon}, \tag{3.33}$$

și lărgimea stratului de baraj

$$W = \left(\frac{12\varepsilon V_b}{qa}\right)^{1/3}. \tag{3.34}$$

Relația (3.33) este similară cu (3.8). Considerînd că la marginile stratului de baraj

$$p_{p0} = n_{n0} = aW/2; \; p_{n0} = n_{p0} \simeq n_i^2/n_{n0},$$

se obține

$$V_b = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{aW}{2n_i}\right)^2 \tag{3.35}$$

Din ecuațiile (3.34) și (3.35) se determină V_b și W. Pe figura 3.10 este reprezentat potențialul de difuzie V_b funcție de gradientul impurităților *a* [5], pentru Ge Si și GaAs. Cînd joncțiunea este polarizată la

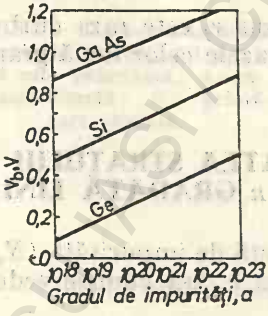


Fig. 3.10. — Dependența potențialului de difuzie de gradientul de impurități pentru joncțiuni plane gradate liniar din Ge, Si și GaAs.

tensiunea V se înlocuiește V_b cu $V_b \pm V$; semnul plus este pentru polarizare inversă și semnul minus este pentru polarizare directă. Rezultatele de mai sus sînt valabile pentru joncțiunea plană.

Pentru joncțiunea cilindrică, potențialul de difuzie este

$$V_c = \frac{9qa\,r_j^3}{8\varepsilon}, \tag{3.36}$$

iar pentru joncțiunea sferică

$$V_s = \frac{8qa\,r_j^3}{81\varepsilon}. \tag{3.37}$$

Capacitatea stratului de baraj pentru joncțiunea plană este

$$C_b \equiv \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V} = \frac{\mathrm{d}(qa\,W^2/8)}{\mathrm{d}(qa\,W^3/12\varepsilon)} = \frac{\varepsilon}{W} = \left[\frac{qa\,\varepsilon^2}{12(V_b \pm V)}\right]^{1/3}. \tag{3.38}$$

Se observă că în cazul joncțiunii plane gradată liniar capacitatea stratului de baraj este invers proporțională cu rădăcina cubică din tensiunea aplicată la polarizare inversă. Menționăm că relația inversă, variația de forma unei rădăcini cubice (ec. (3.38)) implică un gradient liniar al impurităților în joncțiune, nu este neapărat îndeplinită. Un exemplu este arătat pe figura 3.11: capacitatea stratului de baraj este de forma

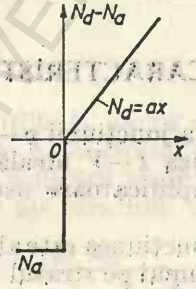


Fig. 3.11.— Distribuția impurităților pentru o joncțiune care nu este gradată liniar dar a cărei capacitate variază după o lege cubică.

ecuației (3.38), dacă regiunea p este mult mai puternic dopată decît regiunea n.

De distribuția impurităților în stratul de baraj depinde legea de variație a capacității cu tensiunea aplicată; ne referim în cele ce urmează la joncțiunea polarizată în sens invers. Am văzut că dacă joncțiunea este abruptă, $\rho(x) = \text{const.}$

$$C_b \sim V^{-1/2}, \tag{3.39}$$

iar dacă joncțiunea este gradată liniar, $\rho(x) = ax$

$$C_b \sim V^{-1/3}. \tag{3.40}$$

Dacă sarcina spațială în stratul de baraj variază după legea $\rho(x) = a/x$, capacitatea variază după legea

$$C_b \sim \frac{1}{V}. \tag{3.41}$$

Dacă $\rho(x) = a/x^2$, variația capacității cu tensiunea aplicată este și mai puternică

$$C_b = C_{b0}\,\mathrm{e}^{-V}. \tag{3.42}$$

Cunoaşterea unor asemenea probleme prezintă importanţa în realizarea unor capacitori cu capacitatea dependentă de tensiune. Putem da şi un alt exemplu şi anume cînd capacitatea variază slab cu tensiunea aplicată

$$C_b = \frac{C_{b0}}{\ln V}. \tag{3.43}$$

O asemenea situaţie se obţine cînd sarcina spaţială variază cu distanţa după legea

$$\rho(x) = \frac{C_0 e^{C_0 x/\varepsilon}}{x}.$$

Profilul dorit al distribuţiei impurităţilor şi deci al sarcinii spaţiale în stratul de baraj se poate realiza controlînd timpul şi temperatura de difuzie precum şi prin suprapunerea a două sau mai multe difuzii. Calculul lărgimii şi capacităţii stratului de baraj în cazul cînd distribuţia sarcinii spaţiale este după funcţia erorilor sau funcţia gaussiană precum şi rezultate experimentale în asemenea cazuri pentru diode planare din siliciu de diverse geometrii, se găseşte în lucrările lui Wilson [6].

3.4. CARACTERISTICA $I-V$ A JONCŢIUNII $p-n$. CAZUL IDEAL

Teoria joncţiunii $p-n$ a fost elaborată de Shockley [7]. El a dedus caracteristica $I-V$ ideală a joncţiuni $p-n$ pe baza următoarelor presupuneri simplificatoare asupra distribuţiei sarcinii şi curgerii curentului electric.

1. Joncţiunea este abruptă; potenţialul de contact şi tensiunea aplicată cad numai pe stratul de baraj (strat de dipol) care are graniţe abrupte (fig. 3.6 *a*). În afara graniţelor regiunii sarcinii spaţiale se presupune că semiconductorul este neutru.

Aceasta se numeşte aproximaţia stratului de dipol abrupt.

2. Pentru calculul concentraţiei purtătorilor la graniţele stratului de dipol este aplicabilă aproximaţia Boltzmann. Această condiţie este aplicabilă cînd procesul care limitează curgerea curentului este rata de apariţie sau de dispariţie a purtătorilor minoritari, şi nu a celor majoritari, în regiunile p şi n prin drift şi difuzie.

3. Curenţii de electroni şi de goluri sînt constanţi prin stratul de dipol. Această presupunere dă posibilitatea să se calculeze curnetul de electroni la graniţa stratului de dipol din regiunea p şi curentul de goluri la graniţa stratului de dipol din regiunea n. Calculul se simplifică în această situaţie deoarece nu este nevoie să se calculeze decît curenţii de purtători minoritari.

4. Se presupune nivel mic de injecţie, adică concentraţiile purtătorilor minoritari injectaţi sînt mici în comparaţie cu concentraţiile purtătorilor majoritari.

În ecuaţia (3.9) am scris concentraţiile purtătorilor în joncţiunea $p-n$ la echilibru; se vede că relaţiile între aceste concentraţii de o parte şi de alta a stratului de baraj sînt de tip Boltzmann. La echilibru termic, aşa cum se vede pe figura 3.6 *d*, nivelul Fermi F_n din regiunea n este

la același nivel energetic cu nivelul Fermi F_p din regiunea p. Cînd joncțiunea este polarizată, structura de benzi arată ca în figura 3.7; există o diferență între nivelele Fermi F_n și F_p și deci între potențialele Fermi Φ_p și Φ_n (paragraful 1.3)

$$\Phi_p - \Phi_n = \frac{1}{q}(F_p - F_n) = V, \tag{3.44}$$

unde V este tensiunea de polarizare. Se obține

$$n_p = n_i^2 \exp\left[\frac{q(\Phi_p - \Phi_n)}{kT}\right] = n_i^2 \exp(qV/kT). \tag{3.45}$$

Ținînd cont de ecuația (3.7) scriem pentru concentrația electronilor la marginea n a stratului de baraj, $x = x_n$

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} \exp(qV/kT) = p_{n0} \exp(qV/kT). \tag{3.46}$$

Analog, la marginea p a stratului de baraj ($x = -x_p$) concentrația electronilor este dată de

$$n_p = n_{p0} \exp(qV/kT). \tag{3.47}$$

Ecuațiile (3.46) și (3.47) reprezintă condițiile la limită care se folosesc pentru determinarea caracteristicii $I - V$ a joncțiunii $p-n$. p_{n0} și n_{p0} sînt concentrațiile de echilibru (în absența aplicării tensiunii externe) ale purtătorilor la marginile n și, respectiv, p ale stratului de baraj. La polarizare directă, V este pozitiv în ecuațiile de mai sus și $pn > n_i^2$ iar $p_n > p_{n0}$, $n_p > n_{p0}$.

Acesta este cazul injecției purtătorilor minoritari (fig. 3.12 *b*).

La polarizare inversă, V este negativ și $pn < n_i^2$ iar $p_n < p_{n0}$, $n_p < n_{p0}$ (fig. 3.12 *c*). Acesta este cazul extracției purtătorilor minoritari (concentrația purtătorilor minoritari scade sub valoarea de echilibru). Pe figura 3.12 *a* este prezentată, pentru comparație, situația la echilibru. Variația lui Φ_n și Φ_p în joncțiunea polarizată este reprezentată pe figura 3.13.

Potențialele Fermi sînt legate de concentrații prin relațiile

$$\Phi_n \equiv \Psi - \frac{kT}{q} \ln(n/n_i), \tag{3.48}$$

$$\Phi_p = \Psi + \frac{kT}{q} \ln(p/n_i),$$

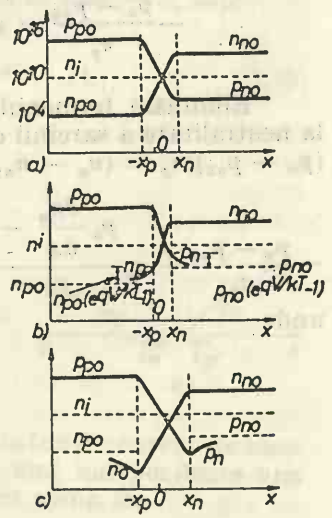


Fig. 3.12. — Distribuția purtătorilor de sarcină în joncțiunea $p-n$: *a* — la echilibru; *b* — la polarizare directă; *c* — la polarizare inversă.

și de curenți prin relațiile (1.42)

$$j_n = -q\mu_n n \nabla \Phi_n,$$

$$j_p = -q\mu_p p \nabla \Phi_p. \tag{3.49}$$

Deoarece în stratul de baraj j_n și j_p au valori constante (presupunerea 3) în timp ce concentrațiile variază cu multe ordine de mărime (fig. 3.12), rezultă din ecuația (3.49) că trebuie ca Φ_n și Φ_p să aibă valori aproape

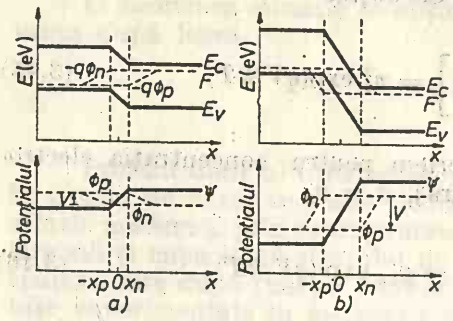


Fig. 3.13. — Diagrama de benzi de energie și potențialul în joncțiunea $p-n$: polarizată direct (a) și invers (b).

constante în stratul de baraj. Pe baza acestei concluzii precum și a faptului că întreaga tensiune aplicată cade pe stratul de baraj, rezultă ecuația (3.4). În continuare deducem expresia curentului care curge prin joncțiunea $p-n$. Rescriem ecuațiile de continuitate (1.102) în condiții staționare:

$$-\frac{n_n - n_{n0}}{\tau_n} + \mu_n \mathcal{E}\frac{\partial n_n}{\partial x} + \mu_n n_n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_n}{\partial x^2} = 0, \tag{3.50}$$

$$-\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} - \mu_p \mathcal{E}\frac{\partial p_n}{\partial x} - \mu_p p_n \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} = 0. \tag{3.50'}$$

Eliminăm termenul $\partial\mathcal{E}/\partial x$, care este proporțional cu abaterea de la neutralitate a sarcinii electrice, între aceste două ecuații și, considerînd $(p_n - p_{n0})/\tau_p = (n_n - n_{n0})/\tau_n$, se obține

$$-\frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + \mu_a \frac{p_n \frac{\partial n_n}{\partial x} - n_n \frac{\partial p_n}{\partial x}}{p_n - n_n}\mathcal{E} + D_a \frac{p_n \frac{\partial^2 n_n}{\partial x^2} + n_n \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}}{p_n + n_n} = 0, \tag{3.51}$$

unde

$$D_a \equiv \frac{n_n + p_n}{\frac{n_n}{D_p} + \frac{p_n}{D_n}}, \tag{3.52}$$

$$\mu_a \equiv \frac{p_n - n_n}{\frac{n_n}{\mu_p} + \frac{p_n}{\mu_n}}, \tag{3.53}$$

sînt coeficientul de difuzie ambipolară și, respectiv, mobilitatea ambipolară.

La nivel mic de injecție adică $p_n \ll n_n \simeq n_{n0}$ și $(dp_n/dx) \simeq (dn_n/dx)$, relație care rezultă din condiția de neutralitate, se obține neglijînd cîmpul electric deoarece am presupus că întreaga tensiune aplicată cade pe stratul de baraj

$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{D_p \tau_p} = 0, \tag{3.54}$$

care are soluția de forma $\exp(\pm x/L_p)$. Soluția crescătoare se elimină deoarece $p_n(x = \infty) = p_{n0}$, adică excesul de goluri $(p_n - p_{n0})$ se anulează la valori mari ale lui x. Rezută pentru ecuația (3.54) soluția

$$p_n - p_{n0} = p_{n0}\,(e^{qV/kT} - 1)\,e^{-(x-x_n)/L_p}; \quad x \geqslant x_n, \tag{3.55}$$

unde

$$L_p \equiv \sqrt{D_p \tau_p}, \tag{3.56}$$

și la $x = x_n$

$$j_p = -qD_p \left.\frac{\partial p_n}{\partial x}\right|_{x=x_n} = \frac{qD_p\, p_{n0}}{L_p}\,(e^{qV/kT} - 1). \tag{3.57}$$

Pentru obținerea relației (3.55) am folosit și condiția la limită (3.46). În mod similar, în regiunea p scriem ecuațiile de continuitate pentru electroni, n_p, și goluri, p_p, asemănătoare cu ecuația (3.50) și procedînd la fel ca mai sus, obținem

$$n_p - n_{p0} = n_{p0}\,(e^{qV/kT} - 1)\,e^{-(x+x_p)/L_n}; \quad x \leqslant -x_p. \tag{3.58}$$

Pentru deducerea acestei expresii se folosește condiția la limită (3.47) și $n_p(x = -\infty) = n_{p0}$. Relațiile (3.55) și (3.58) sînt reprezentate pe figura 3.14 *a*. Densitatea de curent de electroni la $x = -x_p$ este

$$j_n = qD_n \left.\frac{\partial n_p}{\partial x}\right|_{x=-x_p} = \frac{qD_n\, n_{p0}}{L_n}\,(e^{qV/kT} - 1). \tag{3.59}$$

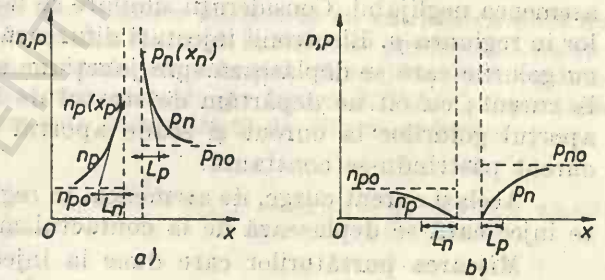


Fig. 3.14. — Distribuția purtătorilor minoritari în joncțiunea $p - n$ la polarizare directă (*a*) și inversă (*b*).

Densitatea de curent de goluri (ec. (3.57)) și densitatea de curent de electroni (ec. (3.58)) care trec prin joncțiunea $p-n$ sînt independente una de alta și densitatea totală de curent este egală cu suma lor

$$j = j_n + j_p = j_s(e^{qV/kT} - 1),$$

$$j_s = \frac{qD_p\, p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n\, n_{p0}}{L_n}. \tag{3.60}$$

BCU SIBIU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Considerăm întîi curentul la polarizare directă; în acest caz bariera de potențial V_b scade cu tensiunea V aplicată, devenind $V_b - V$. Să urmărim mersul golurilor. Odată cu micșorarea barierei de potențial numărul de goluri care trec din regiunea n în regiunea p rămîne neschimbat, deoarece toate golurile care ajung în stratul de baraj venind din regiunea n sînt antrenate de cîmpul din joncțiune și trec în regiunea p, indiferent dacă este aplicată tensiune externă sau nu. În schimb, odată cu micșorarea barierei de potențial crește numărul de goluri care trec din regiunea p în regiunea n; la marginea stratului de baraj din regiunea n concentrația golurilor p_n devine mai mare decît valoarea sa de echilibru p_{n0}. Valoarea lui $(p_n - p_{n0})$, dată de ecuația (3.55) la $x = x_n$, reprezintă concentrația golurilor injectate în regiunea n din regiunea p; se observă că această valoare este independentă de concentrația golurilor în regiunea p. Golurile, purtători majoritari în regiunea p, se deplasează în această regiune către joncțiune unde sînt injectate în regiunea n ca purtători minoritari. Golurile injectate difuzează departe de joncțiune în regiunea n și recombină cu electronii; golurile care difuzează sînt continuu înlocuite cu altele, cantitatea de goluri exces $(p_n - p_{n0})$ și $x = x_n$ se menține la aceeași valoare pentru o valoare dată a tensiunii aplicate. În întîmpinarea golurilor care difuzează în regiunea n vin electroni din această regiune care se deplasează spre stratul de baraj și recombină cu golurile injectate. Curentul este constant deși raportul dintre curentul cărat de goluri și curentul cărat de electroni variază de-a lungul lungimii probei. Două observații trebuie făcute asupra injecției golurilor. Întîi, sarcina spațială a golurilor injectate este neutralizată de un număr egal de electroni în exces. La nivel mic de injecție, concentrația electronilor în exces, în regiunea n, apăruți datorită injecției golurilor, este mică în comparație cu concentrația electronilor existenți inițial și curentul de goluri este dat de ecuația (3.57). În al doilea rînd, curentul este limitat aproape în întregime de difuzie și tensiunea aplicată afectează numai concentrația purtătorilor la marginea stratului de baraj, care determină gradientul purtătorilor minoritari. Cîmpul electric în regiunile neutre este neglijabil astfel încît curentul de drift dat de purtătorii majoritari în aceste regiuni este de asemenea neglijabil. Considerații similare se fac asupra injecției electronilor în regiunea p. Electronii injectați difuzează în regiunea p și recombină cu golurile care se deplasează spre joncțiune aducînd și ele o contribuție la curent; cu cît ne depărtăm de stratul de baraj, în regiunea p crește aportul golurilor la curent și scade aportul electronilor, densitatea de curent păstrîndu-se constantă.

Același curent curge, de asemenea, în regiunea n unde electronii care se injectează se deplasează de la contactul metalic către joncțiune.

Mișcarea purtătorilor care duce la injecția golurilor este complet independentă de cea care duce la injecția electronilor și aceste două procese au loc simultan. Densitatea totală de curent este dată de ecuația (3.60) (fig. 3.15). La polarizare directă curentul crește extrem de rapid cu tensiunea aplicată datorită termenului exponențial (fig. 3.16).

La polarizare inversă înălțimea barierei de potențial a joncțiunii p—n crește, devenind $V_b + V$. Totuși prin joncțiune curge un curent net deoarece curenții de difuzie și de drift în stratul de baraj (a se vedea paragraful anterior) nu se mai echilibrează. La tensiune inversă se reduce nu-

mărul de goluri din regiunea p care au energia suficientă pentru a escalada bariera de potențial $V_b + V$. Ca rezultat, curentul de difuzie a golurilor care au trecut din regiunea p în regiunea n se micșorează, în timp ce curentul golurilor în direcție opusă rămîne neschimbat. Prin urmare,

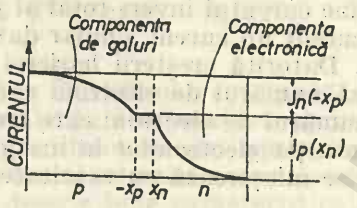


Fig. 3.15. — Componenta de electroni și componenta de goluri a curentului electric în joncțiune $p - n$ polarizată direct.

are loc extracția golurilor din regiunea n, de la marginea stratului, și la $x = x_n$ concentrația golurilor se micșorează cu valoarea

$$(p_{n0} - p_n)_{x_n} = p_{n0}[1 - \exp(-qV/kT)]. \qquad (3.61)$$

Datorită reducerii concentrației la $x = x_n$ golurile (purtători minoritari) vor difuza în regiunea n către stratul de baraj.

Indată ce ajung la stratul de baraj sînt captate de cîmpul joncțiunii și trecute rapid în regiunea p, iar concentrația lor la marginea stratului

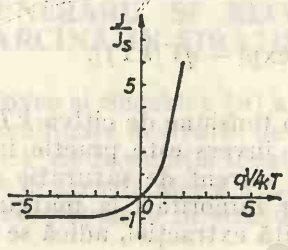


Fig. 3.16. Caracteristica $I - V$ ideală a joncțiunii $p - n$.

de baraj $x = x_n$ se menține la o valoare micșorată cu cantitatea dată de ecuația (3.61), impusă de creșterea înălțimii barierei de potențial. Concentrația golurilor în regiunea n scade exponențial către joncțiune cu lungimea caracteristică L_p așa cum se vede pe figura 3.14 *b*. Componenta de goluri a curentului invers este determinată de difuzia golurilor

$$j_p = -qD_p \left.\frac{\partial p_n}{\partial x}\right|_{x=x_n} = -\frac{qD_p}{L_p} p_{n0}[1 - \exp(-qV/kT)]. \qquad (3.62)$$

Semnul minus este determinat de faptul că gradientul golurilor este negativ (fig. 3.14 *b*). Cu cît ne depărtăm de la stratul de baraj în interiorul regiunii n, o contribuție tot mai mare la curent o aduc electronii, care apar prin generare termică, și în apropierea joncțiunii o parte din ei nu mai sînt acompaniați de goluri. (Practic vorbind, prin generarea termică intrinsecă apare un număr egal de electroni și goluri, însă, deoarece golurile sînt extrase apare un exces de electroni). Electronii în exces trebuie să se deplaseze de la joncțiune pentru a se evita formarea sarcinii spațiale. Descreșterea curentului de goluri cu depărtarea de la joncțiune în interiorul regiunii n este compensată de creșterea în aceeași măsură a curen-

tului de electroni, ca și în cazul injecției. În regiunea p acest curent este continuat de un curent de drift al purtătorilor majoritari (goluri) și densitatea de curent care curge de-a lungul întregii probe este dată de ecuația (3.62). Acesta este curentul de goluri care trec prin stratul de baraj. Pentru a obține curentul invers total al joncțiunii $p - n$, trebuie să adăugăm la acest curent un curent similar datorat trecerii electronilor prin stratul de baraj. Datorită creșterii barierei de potențial la tensiune inversă se micșorează numărul de electroni care trec din regiunea n în regiunea p față de numărul de electroni care trec din regiunea p în regiunea n astfel că concentrația electronilor la marginea p a stratului de baraj (la $x = -x_p$) se micșorează cu cantitatea

$$(n_{p0} - n_p)_{x=-x_p} = n_{p0}[1 - \exp(-qV/kT)]. \tag{3.63}$$

În regiunea p electronii vor difuza către stratul de baraj, unde sînt trecuți de cîmp în regiunea n și densitatea de curent este dată de o expresie analogă cu ecuația (3.62).

$$j_n = -\frac{qD_n}{L_n} n_{p0}[1 - \exp(-qV/kT)]. \tag{3.64}$$

Densitatea de curent total este

$$j = j_n + j_p = j_s[1 - \exp(-qV/kT)], \tag{3.65}$$

unde j_s este dat de expresia (3.60). La o tensiune de cîțiva kT/q ($\simeq 1/40$ volți la temperatura camerei) curentul invers este practic independent de tensiune, $j = -j_s$ (fig. 3.16). Acest curent de saturație corespunde situației cînd concentrațiile purtătorilor minoritari la marginile stratului de baraj sînt micșorate la zero datorită extracției, adică se micșorează cu cantitățile

$$(n_{p0} - n_p)_{x=-x_p} = n_{p0},$$

$$(p_{n0} - p_n)_{x=x_n} = p_{n0}.$$

Curentul invers este echivalent în această situație cu extracția tuturor purtătorilor minoritari generați termic în interiorul lungimilor de difuzie L_p și, respectiv, L_n de o parte și de alta a stratului de baraj. Curentul invers are aceeași formă ca și curentul direct (fig. 3.15) numai că are o valoare mult mai mică (fig. 3.16). Atît la polarizare directă cît și la polarizare inversă scriem

$$j = j_s(e^{qV/kT} - 1), \tag{3.66}$$

unde V are semn pozitiv la polarizare directă și semn negativ la polarizare inversă. În sens invers densitatea de curent se saturează la $j = -j_s$. În final notăm influența mare a temperaturii asupra caracteristicii curent. tensiune considerînd efectul temperaturii asupra curentului de saturație. Pentru a vedea acest lucru considerăm numai un termen din j_s (ec. (3.60)); pentru celălalt termen lucrurile sînt analoge. Pentru o joncțiune n^+p

cu concentrația acceptorilor N_a, $n_{p0} \gg p_{n0}$ astfel că primul termen din expresia lui j_s (ec. (3.60)) se poate neglija, rămînînd

$$j_s \simeq q \frac{D_n n_{p0}}{L_p} \simeq \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} \frac{n_i^2}{N_a} \sim T^{3/2+\gamma} \exp(-E_g/kT), \tag{3.67}$$

unde am considerat D_n/τ_n proporțional cu T^γ, γ fiind o constantă.

Se vede cum curentul invers crește cu temperatura aproximativ ca $\exp(-E_g/kT)$ în timp ce curentul direct crește aproximativ ca $\exp[-(E_g - qV)/kT]$; E_g este lărgimea benzii interzise a semiconductorului. Ecuația lui Shockley (ec. (3.66)), descrie bine caracteristica $I-V$ a joncțiunilor $p-n$ din germaniu la densități mici de curent. Pentru joncțiuni $p-n$ din alte materiale, cum ar fi Si și GaAs, concordanța este numai calitativă. Abaterea de la caracteristica $I-V$ ideală se datorează la mai multe efecte: *1* — generarea și recombinarea purtătorilor de sarcină în stratul de baraj; *2* — efectele de suprafață; *3* — tunelarea între stările din banda interzisă; *4* — nivel mare de injecție; *5* — efectul rezistenței serie; *6* — dependența spațială a timpului de viață a purtătorilor de sarcină [8].

3.5. CARACTERISTICA $I-V$ A JONCȚIUNII $p-n$ ÎN CAZUL GENERĂRII ȘI RECOMBINĂRII PURTĂTORILOR DE SARCINĂ ÎN STRATUL DE BARAJ

Sah, Noyce și Shockley [9] au avut ideea introducerii curentului de generare-recombinare în stratul de baraj pentru a explica abaterea caracteristicii $I-V$ de la ecuația ideală a lui Shockley în diodele din Si. Independent de ei această idee a avut-o Bernard [10]. Densitatea de curent de generare-recombinare în stratul de baraj este

$$j_{GR} = 2q \int_0^W \left| \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} \right| \mathrm{d}x, \tag{3.68}$$

unde integrala se face pe lărgimea stratului de baraj. Factorul 2 este introdus deoarece electronii și golurile contribuie în mod egal la curentul de generare-recombinare. În absența generării datorită unor factori externi, din ecuația de continuitate (1.61) rezultă $|\mathrm{d}n/\mathrm{d}t| = r$, astfel că

$$j_{GR} = 2q \int_0^W r \, \mathrm{d}x, \tag{3.69}$$

unde r este rata netă de recombinare dată de statistica Hall-Shockley-Read [11, 12]

$$r \equiv \frac{pn - n_i^2}{\tau_{p0}(n + n_1) + \tau_{n0}(p + p_1)}, \tag{3.70}$$

unde n și p sînt concentrațiile purtătorilor de sarcină, n_1 și p_1 — concentrațiile purtătorilor de echilibru cînd nivelul Fermi coincide cu nivelul capcanelor E_t, τ_{p0} și τ_{n0} — timpii de viață ai golurilor și, respectiv, electronilor la dopare infinită.

Considerăm întîi curentul la polarizare inversă, unde $pn \ll n_i^2$ datorită extracţiei purtătorilor şi $n_1 \gg n$, $p_1 \gg p$; avem:

$$r = \frac{-n_i^2}{\tau_{p0} n_1 + \tau_{n0} p_1}, \tag{3.71}$$

adică există numai generare a purtătorilor. Densitatea de curent de generare în stratul de baraj este

$$j_G = 2q \int_0^W |r| \, dx \simeq \frac{2qn_i^2 W}{\tau_{p0} n_1 + \tau_{n0} p_1}, \tag{3.72}$$

unde W este lărgimea stratului de baraj. Curentul invers este proporţional cu lărgimea stratului de baraj şi deci depinde de tensiune.

În acord cu cele spuse în paragraful anterior

$$j_G \sim (V_b + V)^{1/2}, \tag{3.73}$$

pentru o joncţiune abruptă şi

$$j_G \sim (V_b + V)^{1/3}, \tag{3.73'}$$

pentru joncţiunea gradată liniar. În ecuaţia (3.72)

$$n_1 = n_i \exp\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right); \quad p_1 = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_t}{kT}\right),$$

unde E_t este nivelul intrinsec. Scriem

$$j_G = \frac{2qn_i W}{\tau_{p0} \exp\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right) + \tau_{n0} \exp\left(\frac{E_i - E_t}{kT}\right)} = \frac{2qn_i W}{\tau_e}, \tag{3.74}$$

unde cu τ_e am notat timpul de viaţă efectiv, care reprezintă numitorul expresiei de mai sus. Curentul invers, total al joncţiunii $p-n$ este dat de suma dintre curentul de difuzie în regiunile neutre (curentul de saturaţie, calculat în paragraful anterior) şi densitatea de curent de generare în stratul de baraj

$$j_{inv} = j_s + j_G = q\left(\sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}}\,\frac{1}{N_d} + \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}}\,\frac{1}{N_a}\right) n_i^2 + \frac{2qn_i}{\tau_e} W. \tag{3.75}$$

Curentul de saturaţie variază cu n_i^2 iar curentul de generare variază cu n_i. În semiconductorii cu n_i mare, cum este Ge, la temperatura camerei domină componenta de difuzie astfel că curentul invers este un curent de saturaţie (nu depinde de tensiunea aplicată); în semiconductorii cu n_i mic cum ar fi siliciu, domină curentul de generare şi curentul invers

variază cu tensiunea aplicată așa cum se observă pe figura 3.17, curba *e* [13].

La tensiuni directe, recombinarea predomină asupra generării și curentul datorat proceselor din stratul de baraj este un curent de recombinare. Considerînd $\tau_{n0} = \tau_{p0} = \tau_0$ și $n_1 = p_1 = n_i$ ecuația (3.70) devine

$$r = \frac{n_i^2(e^{qV/kT} - 1)}{n + p + 2n_i} = \frac{n_i(e^{qV/kT} - 1)}{\left\{\exp\left[\frac{q(\Psi - \Phi_n)}{kT}\right] + \exp\left[\frac{q(\Phi_p - \Psi)}{kT}\right] + 2\right\}}. \tag{3.76}$$

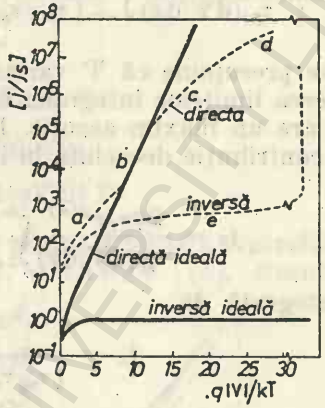


Fig. 3.17. — Caracteristica curent-tensiune a unei diode din siliciu: *a* — curentul de generare-recombinare; *b* — curentul de difuzie; *c* — curentul la nivel mare de injecție; *d* — efectul rezistenței serie; *e* — curentul invers datorat generării-recombinării și efectelor de suprafață.

Numitorul acestei expresii are minim cînd Ψ se află la mijloc, între Φ_n și Φ_p (fig. 3.13), adică $\Psi = (\Phi_n + \Phi_p)/2$. Aceasta înseamnă că r are un maxim ascuțit aproximativ în centrul stratului de baraj. Dacă presupunem că r are aproximativ forma unei funcții delta, atunci introducînd maximul lui r în relația (3.69), obținem

$$j_R = \frac{n_i qW}{\tau_0}(e^{qV/2kT} - 1). \tag{3.77}$$

Se observă că la polarizare directă curentul depinde de tensiune ca $\exp(qV/2kT)$. Densitatea totală de curent este egală cu suma dintre densitatea de curent de difuzie și densitatea de curent de recombinare

$$j = j_s(e^{qV/kT} - 1) + \frac{n_i qW}{\tau_0}(e^{qV/2kT} - 1). \tag{3.78}$$

În general curentul direct se exprimă prin formula empirică

$$j \sim \exp(qV/nkT), \tag{3.79}$$

unde $n = 2$ atunci cînd domină curentul de recombinare și $n = 1$ cînd domină curentul de difuzie. Cînd cei doi curenți sînt comparabili, n este cuprins între 1 și 2 [8, 14, 17].

Expresia (3.77) este valabilă la nivele de injecție moderate.

La nivele de injecție foarte mici la numitorul expresiei (3.70) domină numai concentrațiile purtătorilor majoritari și r va depinde de tensiunea ca exp (qV/kT), astfel că $n = 1$. Pentru calcule mai exacte rescriem relația (3.69) sub forma

$$\frac{\mathrm{d}j_R}{\mathrm{d}x} = 2qr = \frac{\mathrm{d}j_R}{\mathrm{d}\Psi}\,\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}x}, \tag{3.80}$$

și folosind (3.70)

$$j_R = \frac{2qn_i}{\tau_{p0}(\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}x)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\mathrm{e}^{qV/kT} - 1)}{(\tau_{n0}/\tau_{p0})\,(\mathrm{e}^{q(\Phi_p - \Psi)/kT} + 1) + (\mathrm{e}^{q(\Psi - \Phi_n)/kT} + 1)}, \tag{3.81}$$

unde se presupune că Ψ variază liniar (sau aproximativ liniar) cu x și extinderea limitelor integralei este justificată de faptul că funcția de integrat are un maxim ascuțit. Deoarece numai valoarea maximă a lui r aduce contribuție deosebită la integrală, se poate aproxima relația (3.81) prin

$$j_R = \frac{2qn_i\,\mathrm{e}^{qV/kT}}{\tau_{p0}(\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}x)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{q\Psi/kT}\mathrm{d}\Psi}{(\tau_{n0}/\tau_{p0})\,\mathrm{e}^{q\Phi_p/kT} + \mathrm{e}^{q(2\Psi - \Phi_n)/kT}}. \tag{3.82}$$

care integrată dă

$$j_R = \frac{n_i\,kT\pi}{(\tau_{n0}\tau_{p0})^{1/2}(\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}x)}\,\mathrm{e}^{qV/2kT}. \tag{3.83}$$

Pentru a integra ecuația (3.80) am presupus că $\mathrm{d}\Psi/\mathrm{d}x$ este constant. În evaluarea ecuației (3.83) se ia

$$\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}x} = \frac{V_b - V}{W}, \tag{3.84}$$

astfel că

$$j_R = \frac{n_i\,kT\,\pi W}{(\tau_{n0}\tau_{p0})^{1/2}\,(V_b - V)}\,\mathrm{e}^{qV/2kT}, \tag{3.85}$$

Ecuația (3.85) este un caz particular al expresiei generale dedusă de Sah și coautorii, care se obține prin introducerea expresiei (3.70) în (3.69) fără a efectua vreo simplificare. Această expresie generală este

$$j_{RG} = \frac{2qn_i\,W\,\mathrm{sh}(qV/2kT)}{(\tau_{n0}\tau_{p0})^{1/2}}\,f(b), \tag{3.86}$$

unde

$$f(b) \equiv \int_{z_1}^{z_2} \frac{\mathrm{d}z}{z^2 + 2bz + 1}; \quad z_1 \equiv z(-x_p),\ z_2 \equiv z(x_n), \tag{3.87}$$

$$b \equiv \exp\left[-(\Phi_p - \Phi_n)\frac{q}{2kT}\right] \mathrm{ch}\left[\frac{E_t - E_i}{kT} + \frac{1}{2}\ln(\tau_{p0}/\tau_{n0})\right], \tag{3.88}$$

$$z \equiv \left(\frac{\tau_{p0}}{\tau_{n0}}\right)^{1/2} \exp\left(\left[\Psi - \frac{\Phi_p + \Phi_n}{2}\right]\frac{q}{kT}\right).$$

De unde se obține

$$f(b) = \begin{cases} (1-b^2)^{-1/2} \operatorname{arc\,tg}[\alpha(1-b^2)^{1/2}/\beta], & b^2 < 1, \\ (b^2-1)^{-1/2} \operatorname{arc\,tg}[\alpha(b^2-1)^{1/2}/\beta], & b^2 > 1, \\ \alpha/\beta, & b = 1, \end{cases} \tag{3.89}$$

$$\beta \equiv (\tau_{n0}p_{p0}/\tau_{p0}n_{n0})^{1/2} + (\tau_{p0}n_{n0}/\tau_{n0}p_{p0})^{1/2} + 2b\,\mathrm{ch}(\theta/2),$$

$$\alpha \equiv 2\,\mathrm{sh}(\theta/2); \quad \theta \equiv (V_b - V)\,(2/kT).$$

Reamintim că V_b este potențialul de difuzie, V este tensiunea aplicată și

$$\Phi_p - \Phi_n = V,$$

$$\Psi(x_n) - \Psi(-x_p) = V_b - V.$$

În figura 3.18 este reprezentată funcția

$$f(qV/kT) = f(b)\,\mathrm{sh}(qV/2kT) \tag{3.90}$$

pentru o joncțiune cu $V_b = 0{,}7$ eV și șase poziții diferite ale nivelului de captură, de la $E_t - E_i = 0$ eV la $E_t - E_i = 0{,}30$ eV [15]. Rezultă că

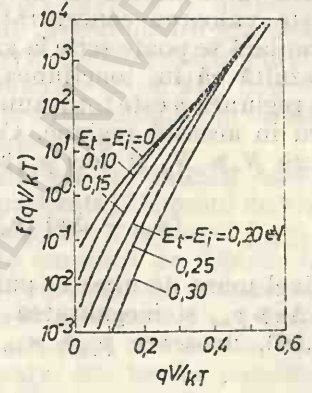


Fig. 3.18. — Reprezentarea lui $f(qV/kT)$ în funcție de tensiune.

j_R variază ca $\exp(qV/kT)$ la nivele mici de injecție și la tensiuni egale aproximativ cu $2(E_t - E_i)/q$ ajunge să varieze ca $\exp(qV/2kT)$.

În absența fenomenelor de suprafață

$$j = j_D + j_R, \tag{3.91}$$

adică curentul total în joncțiunea $p-n$ este egal cu suma dintre curentul de difuzie și curentul de generare-recombinare în stratul de baraj.

3.6. JONCȚIUNEA $p-n$ LA NIVEL MARE DE INJECȚIE

Am văzut că înălțimea barierei de potențial, V_b, a unei joncțiuni $p-n$ este legată de concentrațiile impurităților din regiunile neutre prin relația

$$V_b = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}. \tag{3.92}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

N_a şi N_d fiind concentraţiile impurităţilor la marginile stratului de baraj cînd joncţiunea este la echilibru; am presupus $n_{n0} = N_d$ şi $p_{p0} = N_a$, adică toţi donorii şi toţi acceptorii sînt ionizaţi. În condiţii de polarizare la tensiunea V, concentraţiile electronilor şi golurilor satisfac relaţia

$$pn \leqslant n_i^2 \exp(qV/kT), \tag{3.93}$$

care este adevărată la orice nivel de injecţie deoarece separarea dintre nivelele Fermi este totdeauna mai mică sau egală decît qV.

Deoarece tensiunea aplicată pe stratul de baraj satisface totdeauna relaţia $V \leqslant V_b$ [18], din relaţiile (3.92) şi (3.93) rezultă

$$pn \leqslant N_a N_d. \tag{3.94}$$

Dacă $N_a = N_d$, adică joncţiunea este simetrică, avem de exemplu la graniţa $x = x_n$ a stratului de baraj

$$(p_{n0} + \Delta p)\,(n_{n0} + \Delta n) \leqslant N_d^2 = n_{n0}^2, \tag{3.95}$$

ceea ce arată că la orice nivel de injecţie concentraţia golurilor injectate nu depăşeşte valoarea concentraţiei electronilor de echilibru n_{n0} [19]. O relaţie similară se poate scrie la graniţa stratului de baraj din regiunea p, de unde rezultă că în joncţiunea simetrică concentraţia electronilor injectaţi în regiunea p este totdeauna mai mică decît concentraţia golurilor de echilibru în această regiune. Considerăm o joncţiune asimetrică p^+n, adică în care $N_a \gg N_d$ şi deci $p_{p0} \gg n_{n0}$. Scriem ecuaţia (3.94) pentru regiunea n

$$(p_{n0} + \Delta p)\,(n_{n0} + \Delta n) \leqslant n_{n0} p_{p0}. \tag{3.96}$$

La nivel mare de injecţie putem avea de astădată pe lîngă inegalitatea Δp, $\Delta n \gg p_{n0}$ şi inegalitatea Δp, $\Delta n > n_{n0}$ relaţie care rezultă din ecuaţia (3.96), deoarece $p_{p0} \gg n_{n0}$ şi

$$(\Delta p)\,(\Delta n) > n_{n0}^2. \tag{3.97}$$

În această situaţie avem din relaţia (3.93) condiţia la limită pentru $x = x_n$

$$p_n \simeq n_n \simeq n_i \exp(qV/2kT), \tag{3.98}$$

deoarece $p_n = p_{n0} + \Delta p \approx \Delta p$ şi $n_n = n_{n0} + \Delta n \simeq \Delta n$. În joncţiunea p^+n curentul este controlat de injecţia golurilor în regiunea n. La nivel mare de injecţie timpul de viaţă nu depinde de concentraţia purtătorilor injectaţi şi în regiunea n ecuaţia de continuitatea a golurilor capătă forma ecuaţiei (3.54), iar densitatea de curent [20]

$$j_p = -\,qD_p \left.\frac{\partial p_n}{\partial x}\right|_{x=x_n} = \frac{qD_p\, n_i}{L_p} \exp(qV/2kT). \tag{3.99}$$

Deci la nivel mare de injecţie curentul variază cu tensiunea aplicată ca $\exp(qV/2kT)$, aşa cum se vede pe figura 3.17, curba c.

La nivel mare de injecţie un rol important îl prezintă rezistenţa serie care opreşte pe ea o parte din tensiunea aplicată şi caracteristica arată ca pe figura 3.17 *d*.

3.7. CARACTERISTICA $I-V$ ÎN CAZUL DEPENDENŢEI SPAŢIALE A TIMPULUI DE VIAŢĂ A PURTĂTORILOR DE SARCINĂ

În cazul cînd concentraţia centrelor de captură variază în direcţia de curgere a purtătorilor de sarcină, timpul de viaţă şi lungimea de difuzie variază; aşa se întîmplă cînd recombinarea are loc prin intermediul centrelor de captură. În cazul recombinării bandă-bandă dependenţa spaţială a timpului de viaţă se realizează prin dependenţa spaţială a benzii interzise ceea ce se poate realiza, de exemplu, în compuşii ternari. În unii semiconductori, cum ar fi GaAs, de tip p, este important procesul de recombinare bandă de conducţie-nivele acceptoare şi dependenţa spaţială a timpului de viaţă se realizează prin realizarea dependenţei spaţiale a impurităţilor acceptoare. În aceste ultime două cazuri, pe lîngă dependenţa spaţială a timpului de viaţă apare şi un cîmp electric intern.

Recombinarea în cazul dependenţei spaţiale a timpului de viaţă a purtătorilor de sarcină a fost numită „recombinare graduală" [8, 21, 22]. Influenţa capturii graduale asupra caracteristicii curent-tensiune în joncţiunea $p-n$, a fost luată în considerare în [8, 21] unde s-a calculat curentul de difuzie şi curentul de generare-recombinare în stratul de baraj în prezenţa capturii graduale. Rezultatele arată că:

1. Atunci cînd gradientul purtătorilor de sarcină care difuzează în regiunile neutre are acelaşi semn cu gradientul timpului de viaţă (timpul de viaţă scade în direcţia difuziei purtătorilor), raportul j_{GD}/j_D descreşte cu creşterea tensiunii aplicate (j_{GD} este curentul de difuzie în prezenţa gradientului timpului de viaţă iar j_D — curentul de difuzie pentru cazul cînd timpul de viaţă ar avea o valoarea constantă în volumul probei). Curentul creşte mai încet cu creşterea tensiunii aplicate în cazul gradual decît în cazul negradual. Această situaţie are loc la polarizare directă pentru cazul cînd timpul de viaţă scade din centrul joncţiunii către marginile regiunilor neutre şi la polarizare inversă pentru cazul cînd timpul viaţă creşte din centrul joncţiunii către marginile regiunilor neutre.

2. Cînd gradientul purtătorilor de sarcină care difuzează în regiunile neutre are semn contrar cu gradientul timpului de viaţă, raportul j_{GD}/j_D creşte cu creşterea tensiunii aplicate (în cazul gradual curentul creşte mai repede cu creşterea tensiunii aplicate decît în cazul negradual).

Pentru curentul de generare-recombinare în stratul de baraj s-au obţinut următoarele rezultate: cînd timpul de viaţă creşte din centrul joncţiunii către marginile regiunilor neutre, la polarizare directă curentul creşte mai repede cu creşterea tensiunii aplicate iar la polarizare inversă curentul creşte mai încet cu creşterea tensiunii aplicate faţă de cazul uzual (negradual); cînd timpul de viaţă scade din centrul joncţiunii către marginile regiunilor neutre, are loc situaţia inversă [8, 23]. Efectul capturii graduale asupra curentului de generare-recombinare în stratul de baraj, în joncţiunea asimetrică de InSb, a fost studiat în [16]. Modificarea de către captura graduală a dependenţei curentului de tensiunea

aplicată față de cazul uzual (negradual) este legată de deplasarea granițelor și variația lărgimii stratului de baraj cu tensiunea aplicată. Curentul de difuzie are o dependență invers proporțională cu valorile timpului de viață la granițele stratului de baraj

$$j_D \sim A \frac{1}{\sqrt{\tau_n(-x_p)}} + B \frac{1}{\sqrt{\tau_p(x_n)}}. \tag{3.100}$$

Dacă cu creșterea tensiunii aplicate granița stratului de baraj se deplasează spre valori mai mari ale timpului de viață are loc o scădere a curentului de difuzie cu tensiunea față de cazul uzual (negradual). Invers, dacă cu creșterea tensiunii aplicate granița stratului de baraj se deplasează spre valori mai mici ale timpului de viață are loc o creștere a curentului de difuzie mai rapidă decît în cazul uzual (negradual).

Curentul de generare-recombinare în stratul de baraj este invers proporțional cu timpul de viață

$$j_{RG} \sim \int_{-x_p}^{x_n} \frac{\mathrm{d}x}{\tau(x)}. \tag{3.101}$$

Dacă cu creșterea tensiunii aplicate crește timpul de viață mediu în stratul de baraj (variația datorată variației lărgimii stratului de baraj), curentul de generare-recombinare scade cu tensiunea aplicată față de cazul uzual (negradual). Invers, dacă cu creșterea tensiunii aplicate timpul de viață mediu în stratul de baraj scade, curentul de generare-recombinare în stratul de baraj crește cu tensiunea mai repede decît în cazul uzual (negradual). Captura graduală explică abaterile caracteristicii $I - V$ față de cazurile teoretice uzuale [22]. Ea apare în mod natural în multe situații experimentale deoarece metodele de preparare a joncțiunilor $p-n$ conduc deseori la o distribuție graduală a impurităților. De asemenea, ea poate fi folosită pentru obținerea de dispozitive cu performanțe mai bune.

3.8. CAPACITATEA DE DIFUZIE

Capacitatea de difuzie are valoare apreciabilă la polarizare directă a joncțiunii $p-n$. Ca și capacitatea stratului de baraj, ea depinde de tensiunea aplicată joncțiunii și spre deosebire de aceasta (care depinde de variația sarcinii spațiale din stratul de baraj), capacitatea de difuzie depinde de rearanjarea concentrației purtătorilor minoritari (sarcină mobilă) cu variația tensiunii aplicate. Expresia capacității de difuzie funcție de parametrii semiconductorului și tensiunea aplicată joncțiunii se găsește calculînd admitanța joncțiunii la semnal variabil mic. Dacă se aplică un semnal alternativ mic $V_1 e^{i\omega t}$, pe o joncțiune polarizată în sens direct, la tensiunea V_0 și prin care trece curentul j_0, scriem pentru tensiunea și curentul total

$$\begin{aligned} v(t) &= V_0 + V_1 e^{i\omega t}, \\ j(t) &= j_0 + j_1 e^{i\omega t}, \end{aligned} \tag{3.102}$$

unde V_1 și j_1 amplitudinile tensiunii și curentului alternativ. Concentrațiile electronilor și golurilor se exprimă, de asemenea, ca o sumă dintre o cantitate constantă și una variabilă

$$p_n(t) = p_n(0) + p_{n1}\,e^{i\omega t},$$
$$n_p(t) = n_p(0) + n_{p1}\,e^{i\omega t}. \tag{3.103}$$

Condițiile la limită (la marginile stratului de baraj) sînt pentru $V_1 \ll V_0$

$$p_n(x_n) = p_{n0}\exp\left[\frac{q(V_0 + V_1\,e^{i\omega t})}{kT}\right] \simeq p_{n0}\exp\left(\frac{qV_0}{kT}\right) + \frac{p_{n0}qV_1}{kT}\exp\left(\frac{qV_0}{kT}\right)e^{i\omega t},$$

$$n_p(-x_p) \simeq n_{p0}\exp(qV_0/kT) + \frac{n_{p0}qV_1}{kT}\exp(qV_0/kT)e^{i\omega t}. \tag{3.104}$$

Comparînd relațiile (3.103) și (3.104) rezultă

$$p_{n1}(x_n) \simeq \frac{p_{n0}qV_1}{kT}\exp(qV_0/kT),$$
$$n_{p1}(-x_x) \simeq \frac{n_{p0}qV_1}{kT}\exp(qV_0/kT). \tag{3.105}$$

Scriem ecuația de continuitate pentru goluri

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p} + D_p\frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2}.$$

Avînd în vedere ecuația (3.103) obținem pentru componenta alternativă

$$\frac{\partial^2 p_{n1}}{\partial x^2} - \frac{p_{n1}}{D_p\tau_p/(1 + i\omega\tau_p)} = 0$$

Ecuația de difuzie pentru componenta alternativă a concentrației purtătorilor este identică cu cea pentru componenta continuă (ec. (3.54)) dacă folosim un nou timp de viață.

Găsind din ecuația de mai sus valoarea lui p_{n1}, folosind condițiile (3.105) și $p_n(x = \infty) = 0$ și înlocuind această valoare în

$$j_{p1} = -qD_p\left.\frac{\partial p_{n1}}{\partial x}\right|_{x=x_n},$$

obținem

$$j_{p1} = \frac{qV_1}{kT}\,\frac{qD_p p_{n0}}{L_p/\sqrt{1 + i\omega\tau_p}}\exp(qV_0/kT). \tag{3.106}$$

În mod analog pentru electroni se obține

$$j_{n1} = \frac{qV_1}{kT} \frac{qD_n\, n_{p0}}{L_n/\sqrt{1+i\omega\tau_n}} \exp(qV_0/kT). \tag{3.107}$$

Astfel, amplitudinea densității de curent alternativ este

$$j_1 = j_{p1} + j_{n1} = \frac{qV_1}{kT}\left[\frac{qD_p\, p_{n0}}{L_p/\sqrt{1+i\omega\tau_p}} + \frac{qD_n\, n_{p0}}{L_n/\sqrt{1+i\omega\tau_n}}\right] \exp(qV_0/kT). \tag{3.108}$$

iar admitanța se scrie

$$Y \equiv \frac{j_1}{V_1} = G_d + i\omega C_d, \tag{3.109}$$

unde G_d este conductanța și C_d — capacitanța de difuzie. Variația conductanței și capacitanței unei joncțiuni $p-n$ puternic asimetrică cu $\omega\tau$ se vede în figura 3.19 [5]. La frecvențe joase $\omega\tau_p \ll 1$, $\omega\tau_n \ll 1$

$$\sqrt{1+i\omega\tau} \simeq 1 + \frac{1}{2} i\omega\tau. \tag{3.110}$$

Din ultimele trei relații se obține

$$G_{d0} = \frac{q}{kT}\left[\frac{qD_p\, p_{n0}}{L_p} + \frac{qD_n\, n_{p0}}{L_n}\right] e^{qV_0/kT} = \frac{q}{kT}(j_0 - j_s), \tag{3.111}$$

$$C_{d0} = \frac{q}{kT}\left[\frac{qL_p\, p_{n0}}{2} + \frac{qL_n\, n_{p0}}{2}\right] e^{qV_0/kT} = \frac{q}{kT}\left(\frac{j_{p0}\tau_p}{2} + \frac{j_{n0}\tau_n}{2}\right),$$

unde componenta continuă totală $j_0 = j_{p0} + j_{n0}$. Se vede că la frecvențe joase, atît capacitanța C_{d0} cît și conductanța G_{d0} nu depinde de frecvență.

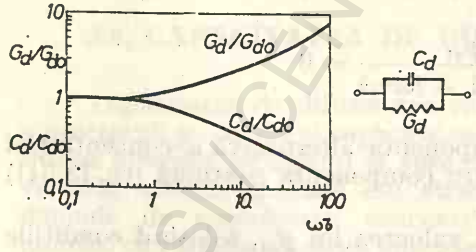


Fig. 3.19. — Conductanța și capacitanța de difuzie, normate, în funcție de $\omega\tau$ (în dreapta este prezentat circuitul echivalent).

La frecvențe înalte (ω mare) capacitanța depinde de frecvență după legea $C_d \sim (\omega\tau)^{-1/2}$, adică scade cu creșterea frecvenței semnalului variabil. Capacitanța de difuzie crește cu creșterea curentului la polarizare directă. De aceea ea prezintă importanță la polarizare directă și, după cum am văzut mai sus, la frecvențe joase. Capacitatea de difuzie crește, de asemenea, cu creșterea timpului de viață; ea prezintă importanță la timp de viață mai mare. Expresia capacității de difuzie de mai sus a fost dedusă pentru o joncțiune abruptă.

Dacă există un gradient al concentrației impurităților de dopare atunci există un cîmp retardat (care se opune difuziei purtătorilor), de o parte și de alta a stratului de baraj, precum și un gradient al timpului de viață (dacă acesta depinde de concentrația impurităților distribuite parțial neuniform).

Influența cîmpului retardat asupra capacității de difuzie este prezentată în [24], iar influența gradientului timpului de viață asupra capacității de difuzie este prezentată în [25]. Rezumăm aici concluziile. Cîmpul retardat duce la îngrămădirea purtătorilor injectați lîngă stratul de baraj și la micșorarea capacității de difuzie, deci la îmbunătățirea caracteristicii de frecvență a joncțiunii $p-n$ [24]. Pentru aceeași valoare a timpului de viață în centrul joncțiunii și aceeași tensiune aplicată, capacitatea este mai mică cînd timpul de viață scade în direcția de difuzie a purtătorilor, decît în cazul invers [25]. În primul caz, cu micșorarea lărgimii stratului de baraj (cu creșterea tensiunii directe), capacitatea de difuzie crește pe cînd în cazul invers scade (deoarece capacitatea de difuzie este direct proporțională cu timpul de viață). Este important ca această capacitate să fie cît mai mică la nivel cît mai mare de injecție.

Pentru ca aceste efecte să se manifeste este suficient să existe un cîmp retardat și o variație a timpului de viață pe o distanță egală cu cîteva lungimi de difuzie lîngă granița stratului de baraj.

În încheierea acestui paragraf facem o scurtă comparație între capacitatea de difuzie și capacitatea stratului de baraj.

Schema echivalentă a joncțiunii $p-n$ se vede pe figura 3.20, unde r este rezistența serie (a regiunilor neutre și a conductorilor de legătură

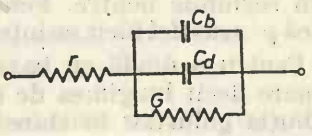


Fig. 3.20. — Circuitul echivalent al joncțiunii $p-n$.

în circuit), G — conductanța iar C_b și C_d sînt capacitanțele stratului de baraj și, respectiv, de difuzie.

În figura 3.21 este arătată variația capacitanței stratului de baraj C_b și a capacitanței de difuzie C_d cu tensiunea continuă V_0. La polarizare directă C_d crește mult mai rapid decît C_b cu creșterea tensiunii aplicate.

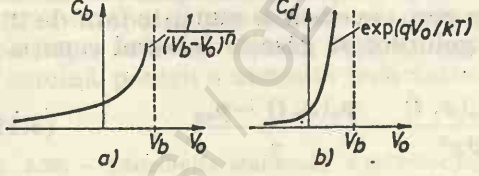


Fig. 3.21. — Dependența de tensiunea continuă V_0 a capacitanței stratuui de baraj $C_b(a)$ și a capacitanței de difuzie $C_d(b)$.

La polarizare inversă C_b descrește mult mai încet decît C_d cu creșterea tensiunii inverse. Prin urmare, în mod obișnuit, la polarizare directă capacitanța de difuzie domină capacitanța stratului de baraj, iar la polarizare inversă capacitanța stratului de baraj domină capacitanța de difuzie.

3.9. JONCȚIUNEA $p-n$ ÎN REGIM TRANZITORIU

Pentru rezolvarea problemei joncțiunii $p-n$ în regim tranzitoriu (de impulsuri), adică de comutare dintr-o stare cu tensiune pozitivă într-o stare cu tensiune negativă și viceversa, se fac alte aproximații decît cele

folosite în cazul joncțiunii $p-n$ la semnal variabil și de aceea această problemă se tratează separat. Considerăm circuitul de comutare din figura 3.22 *a*, în care cu ajutorul comutatorului K joncțiunea poate fi polarizată într-un sens sau altul la tensiune V_d și $-V_i$ (fig. 3.22 *b*). Presupunem că inițial comutatorul K se află în poziția *1* și deci joncțiunea este polarizată în sens direct la tensiunea V_d. La un anumit moment, pe care-l notăm $t=0$, mutăm brusc comtuatorul din poziția *1* în poziția *2*. Problema care se pune este cum urmărește curentul această schimbare de tensiune. Pentru rezolvarea ei trebuie să cunoaștem distribuția purtătorilor minoritari în regiunile neutre. Pentru simplitate se consideră o joncțiune asimetrică p^+n, astfel încît ne interesează numai injecția golurilor în regiunea n.

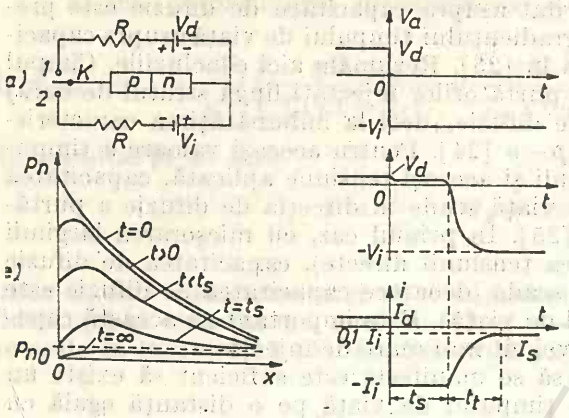


Fig. 3.22. — Comportarea tranzitorie a joncțiunii $p-n$.

Pentru o diodă cu baza lungă (lărgimea regiunii neutre este mult mai mare decît lungimea de difuzie a purtătorilor), la polarizare directă, distribuția golurilor în stare staționară arată ca în figura 3.22 *e*, curba $t=0$. Aceasta este și distribuția golurilor la momentul $t=0$ cînd comutatorul se schimbă pe poziția *2* și dioda este polarizată invers. În procesul de comutare distingem două faze. Faza I este faza în care concentrația golurilor la granița stratului de baraj este mai mare decît concentrația golurilor de echilibru p_{n0}; aceasta este faza de curent constant. Faza II este faza în care concentrația golurilor la marginea stratului de baraj scade de la valoarea p_{n0} la valoarea zero; aceasta se numește faza de tranziție sau de relaxare. Distribuția golurilor se găsește folosind ecuația de continuitate

$$\frac{\partial p_n(x,t)}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p_n(x,t)}{\partial x^2} - \frac{p_n(x,t) - p_{n0}}{\tau}. \tag{3.112}$$

Considerăm întîi faza de curent constant care se mai numește și fază de stocare. Variația distribuției golurilor în timpul acestei faze este dată de curbele $t=0, \ldots, t=t_s$ (fig. 3.22 *e*). t_s este timpul de stocare, adică timpul în care concentrația golurilor stocate în regiunea n scade la valoarea p_{n0} la granița stratului de baraj [26]. În timpul acestei faze tensiunea pe joncțiune este

$$V_b = \frac{kT}{q} \ln \frac{p_n(x,t)}{p_{n0}}, \tag{3.113}$$

și prin urmare joncțiunea rămîne polarizată pozitiv la o tensiune mică (fig. 3.22 *c*), mult mai mică decît tensiunea bateriei, astfel încît curentul în circuit este determinat de rezistența externă R și are valoarea $I_i = V_i/R$ (fig. 3.22 *d*) (un circuit practic poate avea o baterie de $V_i = 20$ V și o rezistență serie $R = 20$ kΩ). Cu condiția la limită $I(x = x_n) = I_d + I_i$ se găsește din ecuația (3.112) $p_n(x, t)$, și considerînd că această valoare la $t = t_s$ este aproximativ aceeași cu valoarea la $t = 0$, adică $p(x_n, t_s) \simeq p(x_n, 0)$ se găsește că timpul de stocare, t_s, satisface ecuația

$$\operatorname{erf}\sqrt{\frac{t}{t_s}} = \frac{1}{1 + I_i/I_d}, \tag{3.114}$$

unde erf este funcția erorilor. Funcția erorilor, erf(u) poate fi aproximată prin $2u/\sqrt{\pi}$ dacă $u < 1$. Astfel, pentru $I_d/I_i < 0{,}5$ timpul t_s poate fi calculat suficient de exact din

$$t_s \simeq 0{,}8\ \tau_p (I_d/I_i)^2.$$

A doua fază este faza de tranziție, de relaxare. În această fază ($t > t_s$) tensiunea pe diodă variază de la valoarea zero la valoarea inversă V_i (fig. 3.22 *c*), iar curentul descrește de la valoarea I_i la valoarea I_s, de saturație. Distribuția golurilor se găsește acum din ecuația (3.112) folosind condițiile $p_n(x_n, t) = p_{n0}$ și $(I/q) = D_p(\partial p_n(x, t)/\partial x)$. Timpul de tranzit t_t se definește ca timpul în care I_i să scadă la 10% din valoarea sa inițială. Se obține

$$\frac{\exp(-t_t/\tau_p)}{\sqrt{\pi t_t/\tau_p}} + \operatorname{erf}\sqrt{\frac{t_t}{\tau_p}} - 1 = 0{,}1\frac{I_i}{I_d}, \tag{3.115}$$

t_t se mai numește și timp de cădere. Se consideră timp de comutare timpul $t_c = t_s + t_t$. Pentru $I_d = 10$ mA și $I_d/I_i = 1$ se obține $t_s = 0{,}3\ \tau_p$ și $t_t = 0{,}6\ \tau_p$ și deci $t_c = 0{,}9\ \tau_p$. Deci dioda comută cu atît mai rapid cu cît timpul de viață este mai mic. Problema a fost rezolvată pentru prima dată de Kingston [26] și paralel de Lax și Neustadter [27]. Efectul cîmpului intern asupra timpului de comutare a fost studiat în [28] iar efectul gradientului timpului de viață asupra timpului de comutare a fost studiat în [29]. Cîmpul intern duce la micșorarea sau la mărirea timpului de comutare după cum are sensul față de gradientul concentrației purtătorilor de sarcină pentru o anumită polarizare. În figura 3.23 se vede cum arată

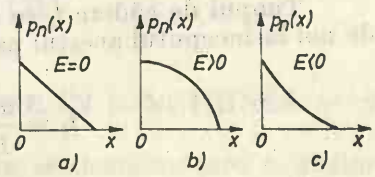


Fig. 3.23. — Distribuția staționară a golurilor injectate în absența (*a*) și în prezența cîmpului intern (*b* și *c*).

distribuția concentrației golurilor în stare staționară la scară semilogaritmică în cazul polarizării directe fără cîmp intern $E = 0$ (fig. 3.23 *a*), cu cîmp intern $E > 0$, cîmp care se opune difuziei purtătorilor injectați (fig. 3.23 *b*) și $E < 0$, cîmp care antrenează purtătorii în direcția difuziei (fig. 3.23 *c*).

Pentru o joncțiune gradată există totuși un cîmp electric care se datorează gradientului în densitatea concentrației impurităților cu care este dopat semiconductorul. Acest cîmp electric are sensul astfel că la tensiuni directe tinde să împiedice excesul de purtători, să difuzeze în regiunea neutră (fig. 3.23 *b*), iar la tensiuni inverse tinde să accelereze dispariția purtătorilor. În această situație cîmpul se numește retardat și el duce la micșorarea timpului de comutare. Timpul de stocare se găsește ușor presupunînd că toată sarcina stocată recombină sau este îndepărtată în timpul fazei de curent constant (de stocare). Această condiție poate fi îndeplinită folosind un curent invers, I_i, de o asemenea valoare că timpul de stocare să fie comparabil cu timpul de viață a purtătorilor de sarcină. Pentru o asemenea valoare a curentului invers timpul de tranzit este cu cîteva ordine de mărime mai mic decît timpul de viață. Dacă se notează cu Q_s sarcina totală stocată în timpul polarizării directe a joncțiunii, această sarcină satisface ecuația

$$\frac{dQ_s}{dt} = I - \frac{Q_s}{\tau_p}. \tag{3.116}$$

Relația (3.116) se aplică atît în cazul diodelor cu cîmp intern retardat cît și în cazul celor fără cîmp retardat. Dacă la $t = 0$ curentul este inversat la valoarea $-I_i$, timpul de stocare este

$$t_s = \tau_p \ln\left(1 + \frac{Q_{s0}}{I_i \tau_p}\right), \tag{3.117}$$

unde Q_{s0} este sarcina stocată la începutul comutării. Dacă polarizarea directă a durat un timp mult mai mare decît τ_p, atunci $Q_{s0} = I_d \tau_p$. În general, sarcina inițială, la începutul comutării, este

$$Q_{s0} = I_d \tau_p (1 - e^{-T_d/\tau_p}), \tag{3.118}$$

unde T_d este timpul cît a durat polarizarea directă. Din relațiile (3.117) și (3.118) se determină timpul de stocare. Dacă $Q_{s0} \ll I_i \tau_p$, din (3.117) rezultă

$$t_s \simeq \frac{Q_{s0}}{I_i}. \tag{3.119}$$

Timpul de cădere t_t se calculează prin metoda lui Kingston expusă de noi la începutul acestui paragraf și se obține

$$t_t = \frac{x_0^2}{D}\ ;\ D = \frac{2 D_n D_p}{D_n + D_p}, \tag{3.120}$$

$x_0 = kT/q\langle E\rangle$ unde $\langle E\rangle$ este cîmpul mediu retardat. Timpul de tranzit poate fi redus practic la valoarea zero astfel că trecerea de la faza de stocare la stare de conducție inversă se face brusc. Asemenea diode se numesc diode de acumulare sau cu stocare de sarcină. În figura 3.24 este reprezentat curentul într-o asemenea diodă cînd i se aplică o tensiune sinusoidală.

Ele conduc și în sens invers pentru o perioadă scurtă (egală cu timpul de stocare) și se folosesc pentru formarea de impulsuri, generare de armonice etc. Diodele cu stocare de sarcină trebuie să aibă timp de viață a purtătorilor mare și cîmp intern retardat.

Pe figura 3.24 este reprezentat curentul printr-o diodă ideală de comutare. O asemenea diodă nu trebuie să aibă cîmp retardat și timpul de

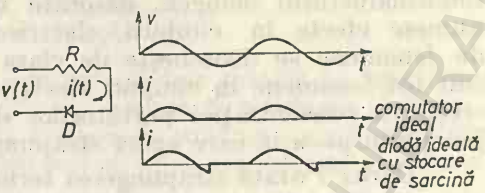


Fig. 3.24. — Curentul pentru o diodă cu comutare ideală și cu stocare ideală.

viață a purtătorilor trebuie să fie foarte mic astfel că timpul de comutare să fie practic zero. Existența unui gradient al timpului de viață a purtătorilor de sarcină influențează viteza de comutare a joncțiunilor $p-n$. În general, timpul de stocare crește cu creșterea curentului direct și cu creșterea timpului de viață a purtătorilor și scade cu creșterea curentului invers.

Dacă există un gradient al timpului de viață, timpul de stocare crește cu creșterea curentului direct și cu scăderea curentului invers, prin deplasarea stratului de baraj, cînd timpul de viață scade în direcția de difuzie a purtătorilor injectați și scade în caz contrar. Pe de altă parte timpul de stocare crește cu creșterea curentului direct și scade cu creșterea curentului invers, independent de variația spațială a timpului de viață, așa cum reiese din relațiile de mai sus. Prin urmare, cînd timpul de viață crește în direcția de difuzare a purtătorilor, timpul de comutare crește mai încet cu creșterea nivelului de injecție (curentului direct) decît în cazul negradual și poate fi chiar independent de nivelul de injecție. De asemenea, timpul de comutare în acest caz crește mai încet cu scăderea curentului invers decît în cazul negradual. Acesta este cazul avantajos din punct de vedere aplicativ. Dacă există întîmplător un gradient al timpului de viață, cum apare deseori în procesele de preparare a joncțiunilor $p-n$, acest gradient are semnul astfel că timpul de viață crește în direcția de difuzie a purtătorilor injectați și prin urmare, în mod natural, ca și în cazul cîmpului retardat situația este avantajoasă. Din studiul fenomenelor de comutare în joncțiunea $p-n$ se poate determina timpul de viață a purtătorilor minoritari [30]. Soluția numerică pentru comportarea tranzitorie a dispozitivelor cu semiconductoare bipolare (în care se ia în considerare injecția ambelor tipuri de purtători) se găsește în [31].

3.10. FENOMENE DE STRĂPUNGERE ÎN JONCȚIUNEA $p-n$.

La cîmpuri electrice intense apare în semiconductoare o abatere de la legea lui Ohm și, în anumite împrejurări, această abatere ia proporții catastrofale ducînd la străpungere. Fenomenele de străpungere pot apare în semiconductori și în dielectrici, unde se pot aplica cîmpuri intense. În metale nu pot fi menținute cîmpuri electrice intense datorită căldurii Joule prea mari care se degajă. În particular în

UNIV. „AL. I. CUZA" BIBL. DE FIZICĂ

joncțiunea $p-n$ pot fi atinse cîmpuri electrice intense la tensiuni mici datorită lărgimii mici a stratului de baraj. Străpungerea poate fi de origine electrică sau termică, destructivă sau nedestructivă. Ea constă în creșterea puternică a curentului electric datorită creșterii concentrației purtătorilor de sarcină.

Amintim că abaterile de la legea lui Ohm în cîmp electric intens, în semiconductorul omogen, datorate variației mobilității purtătorilor se numesc efecte în cîmpuri electrice intense [32, 33]. Această clasă de fenomene se deosebește de clasa fenomenelor de străpungere care sînt tot fenomene în cîmpuri electrice intense însă sînt determinate de creșterea concentrației purtătorilor de sarcină. Caracteristica inversă a joncțiunii $p-n$ în care apare străpungerea se vede pe figura 3.25 *a*.

Curba *1* arată străpungerea termică iar curbele *2* și *3* arată străpungerea în cîmp electric prin tunelare și, respectiv, prin ionizare în avalanșă. Pe figura 3.25 *b* se vede un circuit simplu de stabilizare. Tensiunea stabilizată se culege pe rezistența de sarcină R_s. În acest paragraf vom studia cele trei mecanisme de apariție a străpungerii și ne vom opri mai mult asupra străpungerii datorită ionizării în avalanșă.

a. Străpungerea termică

În paragraful 3.4 am observat cum curentul invers de saturație, I_s, crește cu temperatura ca $\exp(-E_g/kT)$. Căldura Joule disipată de curentul invers este proporțională cu produsul IV și la tensiuni mari această căldură este mare, conducînd la încălzirea apreciabilă a diodei. Încălzirea diodei duce la creșterea curentului invers datorită creșterii concentrației intrinseci. Creșterea curentului invers duce la o mai mare cantitate de căldură disipată care duce la rîndul ei la creșterea curentului ș.a.m.d. Apare astfel străpungerea diodei. Caracteristica $I-V$ în sens invers în cazul străpungerii termice prezintă o rezistență diferențială negativă (așa cum se vede pe fig. 3.25 *a*, curba *1*) datorită disipării de căldură la tensiuni inverse mari. Străpungerea termică apare în joncțiunile cu curent de saturație mare (cum ar fi cele din Ge) și la temperaturi mari (temperatura camerei). La temperaturi joase străpungerea termică este mai puțin importantă în comparație cu celelalte tipuri de străpungere.

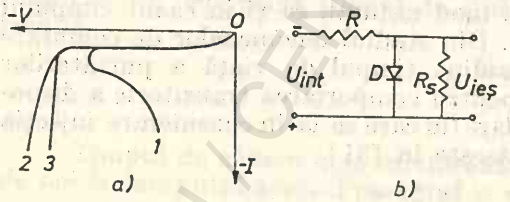


Fig. 3.25. — Caracteristica inversă a joncțiunii $p-n$ și regiunea de străpungere (*a*): *1* — străpungerea termică, *2* — străpungerea tunel, *3* — străpungerea prin ionizare în avalanșă; (*b*) un circuit de stabilizare cu dioda Zener.

Străpungerea termică trebuie evitată deoarece duce la distrugerea dispozitivului. Ca măsură de precauție în serie cu dioda se pune o rezistență mare pentru limitarea curentului.

b. Străpungerea prin efect tunel (Zener)

Fenomenul de străpungere prin efect tunel se datorează tunelării electronilor din banda de valență a regiunii p în banda de conducție a

regiunii n (fig. 3.26 *a*), cînd cîmpul în joncțiunea polarizată invers este mare ($\mathcal{E} \simeq 3 \cdot 10^5$ V/cm pentru Ge și $\mathcal{E} \simeq 10^6$ V/cm pentru Si) și lărgimea stratului de baraj este mică. În paragraful 1.8 am văzut că probabilitatea de tunelare printr-o barieră de potențial de formă parabolică este dată de expresia

$$T_t = \exp\left(-\frac{\pi m_r^{1/2} E_g^{3/2}}{2\sqrt{2}q\hbar\mathcal{E}}\right),$$

unde E_g este banda interzisă, $\mathcal{E}$ — cîmpul electric maxim în joncțiune, m_r — masa redusă, $m_r^{-1} = m_n^{-1} + m_p^{-1}$; m_n — masa de conducție a electronilor din banda de conducție și m_p — masa de conducție a golurilor din banda de valență. Am considerat vectorul de undă transversal al electronului egal cu zero.

Se obține pentru curentul tunel [24]*)

$$j_t = \frac{\sqrt{2m_r}q^2\mathcal{E}V}{4\pi^3\hbar^2 E_g^{1/2}} \exp\left(-\frac{\pi m_r^{1/2} E_g^{3/2}}{2\sqrt{2}q\mathcal{E}\hbar}\right).$$

Tensiunea de străpungere V_s descrește cu creșterea temperaturii, ceea ce se poate justifica astfel. Banda interzisă descrește cu creșterea temperaturii datorită dilatării termice și deci a creșterii constantei rețelei. Deoarece este necesară o energie mai mică pentru ca electronii să traverseze banda interzisă, este de așteptat ca tensiunea de străpungere să scadă cu creșterea temperaturii. Prin urmare, în cazul efectului Zener, coeficientul de temperatură, al tensiunii de străpungere este negativ

$$\beta_z = \frac{1}{U_s}\frac{\mathrm{d}\,U_s}{\mathrm{d}T}\bigg|_{T\,=\,\text{const.}} < 0.$$

c. Străpungerea datorată multiplicării în avalanșă

Mc Kay și Mc Afee [34] au găsit că în joncțiunea p—n cu lărgime mare a stratului de baraj, străpungerea la polarizare inversă poate fi atribuită unui proces de multiplicare a purtătorilor de sarcină care este similar cu binecunoscutul fenomen Townsend în gaze, care implică un mecanism de avalanșă. Procesul de ionizare prin ciocnire (sau multiplicare în avalanșă) este reprezentat schematic în figura 3.26*b*. Considerăm un

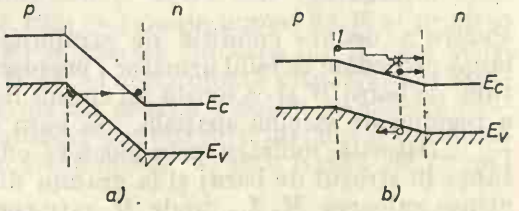


Fig. 3.26. — Străpungerea prin efect tunel (*a*) și prin multiplicare în avalanșă (*b*) (semnul × indică locul unde electronul inițial *1* este capabil să producă o pereche electron-gol).

electron care intră în joncțiune unde există un cîmp electric intens (pe figură acest electron este notat cu cifra *1*). Cîmpul electric din joncțiune accelerează electronul. În mod uzual electronul suferă ciocniri cu fononii sau alte defecte ale rețelei și pierde energia pe care o cîștigă sub influența

*) Tratarea matematică detaliată se va prezenta în capitolul V.

cîmpului electric. Dacă cîmpul electric este foarte intens electronul cîştigă mai repede energie decît pierde şi el poate cîştiga pe un drum liber mijlociu energie suficientă pentru ca să scoată un electron din banda de valenţă şi să-l treacă în banda de conducţie. Prin acest proces de ionizare prin ciocnire rezultă un electron în banda de conducţie şi un gol în banda de valenţă (cifra *2* pe fig. 3.26*b*). Fiecare din aceşti doi purtători generaţi poate produce perechi electron-gol dacă cîmpul electric este suficient de intens şi stratul de baraj destul de larg. Prin urmare, un singur purtător de sarcină intrat în regiunea de cîmp intens poate provoca un proces de avalanşă şi să dea naştere la un curent electric mare; atîta timp cît există cîmpul electric acest proces se autoîntreţine. Natura autoîntreţinută implică faptul că atît electronii cît şi golurile iau parte la procesul de multiplicare conducînd la un efect de reacţie pozitivă. În discuţia teoretică a acestui mecanism cel mai important parametru care confruntă teoria cu experienţa este coeficientul de ionizare α, definit ca numărul de perechi electron-gol generate de un purtător (electron sau gol) care se deplasează pe distanţa de 1 cm în direcţia cîmpului electric. În general, pentru un material dat, coeficientul de ionizare pentru electroni α_n este diferit de coeficientul de ionizare pentru goluri α_p. De exemplu în Si α_n este mai mare decît α_p pe cînd în Ge lucrurile stau invers, α_n şi α_p depind puternic de cîmpul electric. Dependenţa de cîmpul electric a coeficienţilor de ionizare măsuraţi pentru diferiţi semiconductori se vede pe figura 3.27 [5].

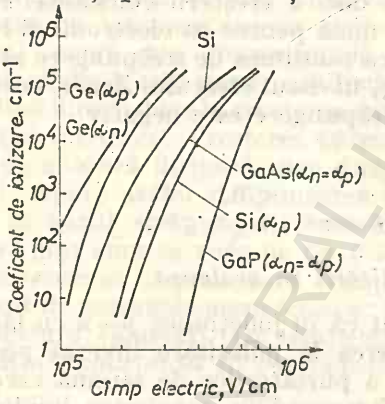


Fig. 3.27. — Coeficientul de ionizare în funcţie de cîmpul electric măsurat pentru Ge, GaAs şi GaP.

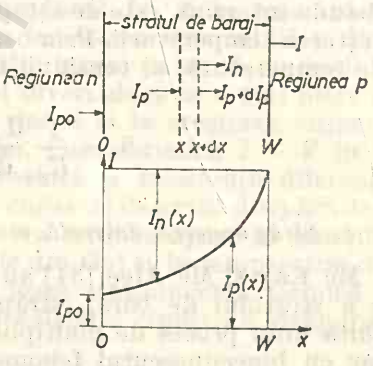


Fig. 3.28. — Stratul de baraj al joncţiunii şi multiplicarea curentului incident.

Pentru a deduce condiţia de străpungere în cazul multiplicării în avalanşă procedăm în felul următor: presupunem o joncţiune cu lărgimea stratului de baraj W şi că există un curent incident I_{p0} la marginea din stînga a regiunii de sarcină spaţială, aşa cum se vede pe figura 3.28.

Datorită ionizării prin ciocnire curentul de goluri va creşte cu distanţa în stratul de baraj şi la graniţa din dreapta a stratului de baraj va atinge valoarea $M_p I_{p0}$, unde M_p este coeficientul de multiplicare. În stare staţionară curentul total $I(=I_p + I_n)$ este constant. În stratul cuprins între x şi $x + \mathrm{d}x$ trec într-o secundă I_p/q goluri şi I_n/q electroni (electronii intră în acest strat prin punctul $x + \mathrm{d}x$ şi se deplasează spre stînga). Creşterea curentului de goluri între punctele x şi $x + \mathrm{d}x$ este

$$\mathrm{d}I_p = \alpha_p I_p \, \mathrm{d}x + \alpha_n I_n \, \mathrm{d}x,$$

sau

$$\frac{dI_p}{dx} = \alpha_n I + (\alpha_p - \alpha_n) I_p.$$

Folosind condițiile la limită, $I_p(0) = I_{p0}$ și $I_p(W) = I$, soluția ecuației de mai sus are forma

$$1 - \frac{1}{M_p} = \int_0^W \alpha_p \exp\left[-\int_0^x (\alpha_p - \alpha_n)\, dx'\right] dx, \tag{3.121}$$

unde coeficientul de multiplicare a golurilor $M_p = I/I_{p0}$ .Tensiunea de străpungere V_s este tensiunea pentru care coeficientul de multiplicare M_p devine infinit. Prin urmare condiția de străpungere este dată de integrala de ionizare

$$\int_0^W \alpha_p \exp\left[-\int_0^x (\alpha_p - \alpha_n)\, dx'\right] dx = 1. \tag{3.122}$$

Dacă procesul de ionizare este inițiat de electroni și nu de goluri, integrala de ionizare este dată de

$$\int_0^W \alpha_n \exp\left[-\int_x^W (\alpha_n - \alpha_p)\, dx'\right] dx = 1. \tag{3.123}$$

Dacă avalanșa este inițiată atît de electroni cît și de goluri, atunci condiția de străpungere este dată de ultimele două relații. Dacă α_n este egal cu α_p, așa cum se întîmplă în GaAs și GaP, condiția de străpungere se simplifică

$$\int_0^W \alpha\, dx = 1. \tag{3.124}$$

Din condiția de străpungere și dependența coeficientului de ionizare de cîmpul electric se pot calcula tensiunea de străpungere, cîmpul electric maxim și lărgimea stratului de baraj al joncțiunii la străpungere. Iată cum se procedează cînd multiplicarea se datorează, de exemplu, electronilor. Se introduce în ecuația (3.122) dependența de cîmp a coeficienților de ionizare a electronilor și golurilor și în consecință această ecuație va depinde de $\mathcal{E}$ și W.

Relația dintre cîmpul electric și W și x se găsește rezolvînd ecuația Poisson cu condițiile la limită $\mathcal{E}(0) = 0$ și $\mathcal{E}(W) = 0$ (paragraful 3.2). Astfel se poate exprima ecuația (3.122) ca funcție numai de W și printr-o metodă de iterație (calcul numeric) se găsește valoarea lui W care satisface această ecuație. Valoarea lui W astfel determinată este lărgimea stratului de baraj la străpungere. Rezolvînd ecuația Poisson se găsește cîmpul maxim în joncțiune $\mathcal{E}_M$ corespunzător străpungerii precum și tensiunea de străpungere V_s. Tensiunea de străpungere V_s este legată de cîmpul maxim $\mathcal{E}_M$ prin relația

$$V_s = \mathcal{E}_M \frac{W}{2} = \frac{\varepsilon \mathcal{E}_M^2}{2q} \frac{1}{N_B}, \tag{3.125}$$

pentru o joncțiune abruptă puternic asimetrică, și

$$V_s = 2 \frac{\mathcal{E}_M W}{3} = \frac{4\mathcal{E}_M^{3/2}}{3} \left(\frac{2\varepsilon}{q}\right)^{1/2} (a)^{-1/2}, \tag{3.126}$$

pentru joncțiunea gradată liniar. În aceste relații N_B este concentrația ionilor de impurități în regiunea slab dopată a joncțiunii $p—n$, a — gradientul concentrației ionilor de impurități în joncțiunea $p—n$ gradată liniar și ε — constanta dielectrică a semiconductorului. Pe figura 3.29 sînt reprezentate valorile calculate ale tensiunii de străpungere funcție de N_B pentru joncțiuni abrupte din Ge, Si, GaAs și GaP [35].

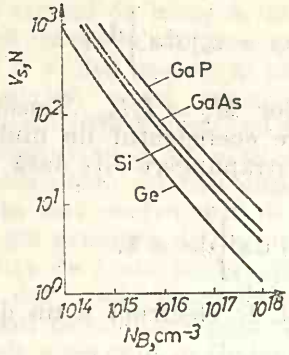


Fig. 3.29. — Dependența de concentrația impurităților a tensiunii de străpungere V_s în joncțiunea $p—n$ puternic asimetrică din Ge, Si, GaAs și Gap.

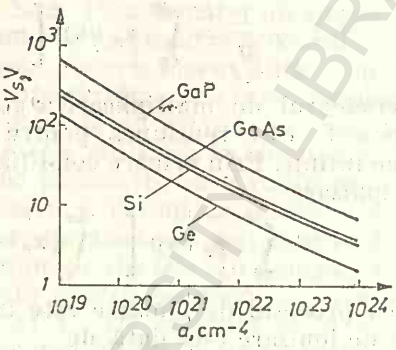


Fig. 3.30. — Dependența tensiunii de străpungere V_s pentru joncțiunea gradată liniar din Ge, Si, GaAs și GaP, de gradientul concentrației impurităților.

Pe figura 3.30 este reprezentată dependența tensiunii de străpungere de gradientul concentrației de impurități în joncțiunea gradată liniar din aceleași materiale ca și pe figura 3.29. Valorile calculate sînt în bună concordanță cu datele experimentale [36].

În figura 3.31 este reprezentată dependența de concentrația N_B [37] a cîmpului electric maxim, $\mathcal{E}_M$, la străpungere.

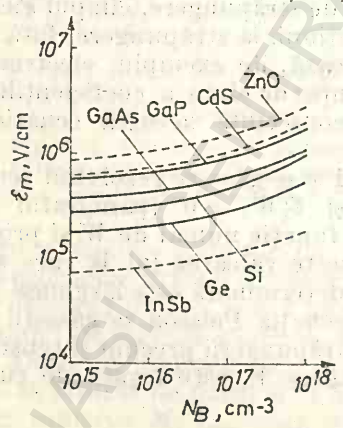


Fig. 3.31. — Dependența cîmpului maxim la străpungere de concentrația de impurități în joncțiunea abruptă puternic asimetrică (Liniile pline sînt obținute pe baza măsurării coeficientului de ionizare iar liniile punctate sînt obținute pentru $\mathcal{E}_M \sim E_g^{5/6}$, unde E_g este lărgimea benzii interzise).

Se observă o dependență slabă a cîmpului maxim de N_B deoarece coeficientul de ionizare are o dependență foarte puternică de cîmpul electric. Pentru un semiconductor dat se poate presupune că $\mathcal{E}_M$ are o valoare constantă (funcție de concentrație) și din relațiile (3.125) și (3.126) obținem $V_s \sim N_B^{-1}$ pentru joncțiunea abruptă și $V_s \sim a^{-0,5}$ pentru joncțiunea

gradată liniar. Dependența lui V_s de lărgimea benzii interzise, E_g, și de concentrația de impurități este dată de relațiile (cu o oarecare aproximație în general valabile [35])

$$V_s = 60\left(\frac{E_g}{1{,}1}\right)^{3/2}\left(\frac{N_B}{10^{16}}\right)^{-3/4}, \text{ volți,} \tag{3.127}$$

pentru joncțiunea abruptă puternic asimetrică, și

$$V_s = 60\left(\frac{E_g}{1{,}1}\right)^{6/5}\left(\frac{a}{3}\cdot 10^{20}\right)^{-2/5}, \text{ volți,} \tag{3.128}$$

pentru joncțiunea gradată liniar. Aceste relații sînt valabile la temperatura camerei. La temperaturi mai mari tensiunea de străpungere prin multiplicarea în avalanșă crește cu creșterea temperaturii. Aceasta se întîmplă deoarece drumul liber mijlociu al purtătorilor de sarcină scade cu creșterea temperaturii ceea ce implică existența unui cîmp electric mai mare (deci creșterea tensiunii aplicate) pentru ca purtătorul să capete o energie suficientă pentru a putea produce prin ciocnire o pereche electron-gol. Și în cazul multiplicării în avalanșă descreșterea benzii interzise cu creșterea temperaturii duce la micșorarea tensiunii de străpungere, însă acest efect este mascat de scăderea drumului liber mijlociu al purtătorilor cu creșterea temperaturii și rezultatul net este că tensiunea de străpungere în cazul multiplicării prin ciocnire crește cu creșterea temperaturii ceea ce deosebește acest efect de străpungere prin efect tunel, unde V_s scade cu creșterea temperaturii. Trebuie să avem în vedere că în cazul împrăștierii pe impurități dependența de temperatură a mobilității purtătorilor de sarcină este inversă față de cazul împrăștierii pe rețea și deci există un domeniu de temperatură în care mobilitatea (și deci drumul liber mijlociu) crește cu creșterea temperaturii. Prin urmare, în joncțiunea $p-n$ dintr-un material în care într-un anumit domeniu de temperatură domină împrăștierea pe impurități este posibil să găsim un coeficient de temperatură negativ pentru tensiunea de străpungere V_s (V_s să scadă cu creșterea temperaturii). În general coeficientul de străpungere al lui V_s în cazul străpungerii prin multiplicare în avalanșă este pozitiv și are valoarea $\beta = 10^{-4} - 10^{-3}$ grad^{-1}, astfel că $V_s = V_{s0} + \beta T$, unde V_{s0} este valoarea tensiunii de străpungere la $T = 0$.

Am amintit că există un cîmp maxim de străpungere care se mai numește și cîmp critic și se notează cu $\mathcal{E}_M$ sau $\mathcal{E}_c$ și dependența lui de concentrația impurităților în joncțiunea asimetrică am reprezentat-o în figura 3.31. Rezultatele grafice prezentate de noi pînă aici se referă la o joncțiune cu geometrie plană. Însă, în tehnologia planară, unde în procesul de formare a joncțiunii are loc difuzia impurităților printr-o fereastră de oxid, geometria joncțiunii lîngă marginea ferestrei nu mai este plană ci este cilindrică cu raza r_j, așa cum se vede pe figura inserată în graficul din figura 3.32. În joncțiunea $p-n$ realizată astfel, valoarea cîmpului electric diferă în regiunea plană față de regiunea circulară (cilindrică). Datorită razei de curbură finite în regiunea cilindrică cîmpul electric este mai mare decît în regiunea plană a joncțiunii $p-n$ planare. În consecință, cîmpul electric în regiunea cilindrică atinge valoarea critică de străpungere la o tensiune mai mică decît în regiunea plană și deci tensiunea de

străpungere are o valoare mai mică. În figura 3.32 este reprezentată dependența tensiunii de străpungere într-o joncțiune planară de concentrația impurităților N pentru diferite valori ale razei de curbură x_j (care este egală cu adîncimea joncțiunii) [38].

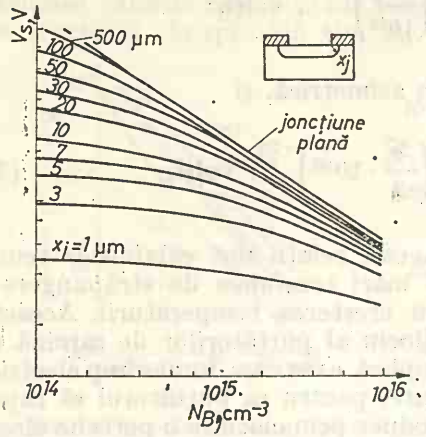


Fig. 3.32. — Tensiunea de străpungere a unei joncțiuni planare abrupte asimetrice în funcție de concentrația impurităților N_B pentru diverse raze de curbură x_j ale joncțiunii.

Se observă că prin micșorarea razei de curbură scade tensiunea de străpungere. Ea scade, de asemenea, cu creșterea concentrației impurităților. Reamintim că N_B reprezintă concentrația impurităților din regiunea mai slab dopată a joncțiunii $p-n$ puternic asimetrică. Există, de asemenea, efectele de microplasmă care apar în regiuni mici din jurul unor imperfecțiuni ale rețelei sau defecte.

În jurul acestor imperfecțiuni apare o creștere substanțială a cîmpului electric față de valoarea sa medie ceea ce duce la străpungere și la apariția unei plasme de electroni și goluri imobilizată în regiuni mici localizate (microplasme). Diametrul microplasmei s-a estimat a fi cuprins între 500 și 3 000 Å[39].

Asupra efectelor de microplasmă s-au propus diverse modele de către diverși autori [40—42]. Detalii asupra rolului imperfecțiunilor cum ar fi defectele rețelei, defectele de suprafață, precipitatele metalice etc., în formarea microplasmei și metode de eliminare a efectelor de microplasmă în scopul de a obține o joncțiune cu străpungere uniformă se găsesc în [36]. Imperfecțiunile structurale considerate pentru străpungerea în siliciu sînt date de incluziuni locale de bioxid de siliciu care dau un cîmp electric local intens datorită diferenței mari între constantele dielectrice ale siliciului și precipitatului de bioxid de siliciu. Efectele de microplasmă pot conduce la apariția unei regiuni de rezistență negativă în caracteristica $I-V$ a joncțiunii [43]. Efectele de microplasmă pot fi evitate dacă se realizează joncțiuni $p-n$ omogene din punct de vedere structural și dacă se folosește un inel de gardă pentru a înlătura efectele de suprafață [44]. Efectele de microplasmă duc la creșterea nivelului de zgomot și apariția zgomotului electric mare poate fi un indiciu al existenței regiunilor de microplasmă. Regiunile de microplasmă se detectează folosind un spot luminos de dimensiuni mici care se plimbă pe probă și observînd multiplicarea curentului datorită purtătorilor injectați prin iluminare care crește destul de mult cînd spotul luminos se află în vecinătatea microplasmei și atinge valoarea maximă cînd spotul cade chiar pe regiunea de microplasmă [45]. Vom discuta acum relația curent-tensiune în cazul străpun-

gerii în avalanșă. Forma caracteristicii $I-V$ în cazul străpungerii prin multiplicare în avalanșă este descrisă aproximativ de relația teoretică [46]

$$j = \frac{j_0}{1 - (\mathcal{E}/\mathcal{E}_c)^{m+(b/\mathcal{E}c)}}, \tag{3.129}$$

unde j este densitatea de curent, j_0 — o mărime care are dimensiunile densității de curent și variază foarte slab cu cîmpul electric, $m = 0$ pentru cazul intrinsec (semiconductorul omogen), $m = 1/2$ pentru joncțiunea gradată liniar și $m = 1$ pentru joncțiunea abruptă; b este o constantă care intervine în relația care dă dependența coeficientului de ionizare α de cîmpul electric [47]

$$\alpha = a \exp(-b/\mathcal{E}), \tag{3.130}$$

unde a și b sînt constante care diferă pentru electroni și goluri și sînt tabelate pentru Si, Ge, GaAs și GaP. Se arată [46] că în ecuația (3.129) avem

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_c} = \begin{cases} V/V_s, & \text{semiconductor omogen,} \\ (V/V_s)^{1/2}, & \text{joncțiune abruptă,} \\ (V/V_s)^{3/2}, & \text{joncțiune gradată liniar.} \end{cases} \tag{3.131}$$

Prin urmare se poate scrie în toate cazurile

$$j = \frac{j_0}{1 - (V/V_s)^n} \tag{3.132}$$

(relație care a fost propusă și empiric [48]). Comparația cu experiența arată în unele cazuri că $\ln(j - j_0)$ este liniar cu $U^{-1/2}$ iar în alte cazuri că este liniar cu $\ln U$; se pare că ultima formă de dependență este impusă de efectele de suprafață.

d. Străpungerea moale și străpungerea tare

Considerînd caracteristicile curent-tensiune din figura 3.33*a* și *b*, deosebirea dintre caracteristica moale și cea tare pare să fie mai mult cantitativă decît calitativă, deoarece în ambele caracteristici există o

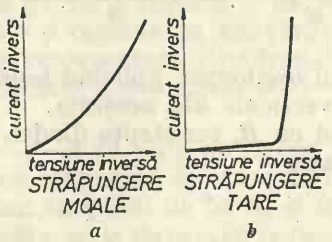


Fig. 3.33. — Străpungerea joncțiunii $p-n$: *a* — moale; *b* — tare.

regiune de curbură. Pentru străpungerea moale (fig. 3.33*a*) coeficientul de temperatură al tensiunii de străpungere este negativ și nu se semnalează în acest caz multiplicarea purtătorilor generați prin iluminare în timp ce pentru străpungerea tare (fig. 3.33*b*) lucrurile stau invers.

Există prin urmare deosebiri calitative între aceste două tipuri de caracteristici. Aceste deosebiri sînt similare cu cele dintre străpungerea tunel și străpungerea prin multiplicare în avalanșă. Dar străpungerea moale poate fi cauzată în multe cazuri de efecte de suprafață. Se cunoaște că efectul vaporilor de apă adsorbiți poate da naștere la curenți de scurgere apreciabili datorită conducției ionice sau canal. Zgîrieturile pe suprafață conduc de asemenea la o caracteristică moale. Neomogenitățile locale pot determina o succesiune de caracteristici tari care sumate dau o caracteristică moale. Un studiu amănunțit al fenomenelor de străpungere în joncțiunea $p-n$ se găsește în [5, 24, 49—51].

Diodele care lucrează în regim de străpungere, de exemplu ca stabilizatoare de tensiune, se numesc diode Zener deși în diodele practice străpungerea se datorează atît efectului tunel (Zener) cît și multiplicării în avalanșă. Aceasta, deoarece străpungerea dielectricilor a fost explicată pentru prima dată de către Zener pe baza efectului tunel și pe baza acestui fenomen s-a explicat inițial străpungerea în joncțiunea $p-n$. Sze [5] a găsit că în Ge și Si străpungerea la tensiuni mai mici decît $4E_g/q$ se datorează efectului tunel iar la tensiuni mai mari decît $6E_g/q$ se datorează multiplicării în avalanșă; pentru tensiuni de străpungere cuprinse între aceste valori străpungerea se datorează ambelor efecte (E_g este lărgimea benzii interzise).

3.11. JONCȚIUNEA $p-n$ CA REDRESOR

Diodele redresoare se folosesc la construirea surselor de alimentare cu putere electrică. Ele au eficiență mare, dimensiuni mici și preț de cost moderat. O diodă redresoare este o joncțiune $p-n$ care redresează curentul alternativ, adică prezintă o rezistență foarte mică pentru trecerea curentului într-un sens și o rezistență foarte mare pentru trecerea curentului în sens contrar. Considerăm circuitul din figura 3.34*a* care constă dintr-un generator de curent alternativ, o diodă și o rezistență de sarcină R_s.

Pe figura 3.34*b* este reprezentată dependența de timp a tensiunii de la generatorul de curent alternativ, v_a și a curentului care trece prin circuit, i, curent redresat de diodă. Forma curentului redresat se vede pe

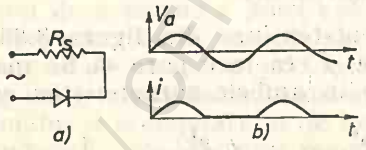


Fig. 3.34. — Dioda redresoare.

ecranul unui osciloscop, aplicînd tensiunea de pe rezistența de sarcină R_s pe plăcile verticale ale acestuia.

Notînd cu R_s rezistența diodei, curentul care trece prin circuit este dat de relația

$$I = \frac{v_a}{R_s + R_d}.$$

Pentru o alternanță a tensiunii, v_a, dioda este polarizată în sens direct și $R_d \ll R_s$ iar curentul prin circuit este dictat de rezistența de sarcină $I = v_a/R$. Pentru cealaltă alternanță a tensiunii v_a dioda este polari-

zată în sens invers, $R_d \gg R_s$ şi $I = v_a/R_d$ este neglijabil de mic. Un redresor ideal trebuie să aibă în sens direct o rezistenţă foarte mică, o tensiune de străpungere în sens invers mare, un curent în sens invers neglijabil şi o asemenea structură care să permită o disipare bună a căldurii Joule pentru a evita creşterea temperaturii dispozitivului şi distrugerea lui. Căldura Joule degajată este cu atît mai mică cu cît rezistenţa diodei în sens direct este mai mică. Pentru a micşora rezistenţa diodei în sens direct la curenţi mari trebuie ca ambele regiuni ale joncţiunii $p-n$ să fie puternic dopate şi aria joncţiunii să fie mare. Pe de altă parte, pentru ca tensiunea de străpungere în sens invers să fie mare trebuie ca regiunile p şi n ale joncţiunii să fie slab dopate pentru că astfel lărgimea stratului de baraj este mare şi trebuie o tensiune mai mare ca să se ajungă la străpungere.

În practică se realizează un compromis între aceste situaţii. Condiţia de curent invers mic implică material cu bandă interzisă largă şi timp de viaţă mare (adică material cu bandă interzisă indirectă). În acest scop trebuie, de asemenea, ca lărgimea stratului de baraj să fie mică pentru a se micşora curentul invers de generare. Această ultimă condiţie vine din nou în contradicţie cu condiţia de tensiune de străpungere în sens invers mare şi trebuie făcut un compromis. Astfel de diode redresoare pot lucra la mii de volţi şi sute de amperi deci la puteri de zeci de kilowaţi. De exemplu se obţin curenţi de 50—200A şi tensiuni de 50—200V în diodele aliate şi curenţi de 100—500A şi tensiuni de 50—1800V în diodele difuzate. În diodele redresoare fabricate prin aliere, curentul invers de saturaţie este maxim la 10mA iar în cele obţinute prin difuzie este maxim 40mA. Deoarece diodele redresoare au aria joncţiunii mare (de ordinul $1cm^2$), au capacitate mare a stratului de baraj şi nu pot lucra la înaltă frecvenţă. Ele se folosesc pînă la cîţiva zeci de kHz.

De mare utilitate este dioda varactor sau parametrică, dispozitiv a cărui reactanţă poate fi variată într-un mod controlat cu ajutorul unei tensiuni electrice, fapt ce se foloseşte pentru conversia unui semnal de o frecvenţă dată într-un semnal de altă frecvenţă [52—59].

3.12. DIODA $p-i-n$

Dioda $p-i-n$ este alcătuită din două regiuni p şi n puternic dopate, separate printr-o regiune de rezistivitate mare, intrinsecă [5, 37]. Aceste diode se folosesc în comutare, ca limitatoare şi ca atenuatoare electronice variabile la frecvenţe de microunde. Regiunea i este, fie, o regiune p de rezistivitate mare (numită π), fie o regiune n de rezistivitate mare (numită ν), deoarece în realitate o regiune cu adevărat intrinsecă este greu de realizat. Pe figura 3.35 este reprezentată distribuţia impurităţilor, a sarcinii spaţiale şi a cîmpului electric într-o diodă $p-i-n$ şi într-o diodă $p-\pi-n$.

Schema echivalentă a diodei $p-i-n$ se vede pe figura 3.36. C_i şi R_i sînt capacitatea şi rezistenţa regiunii intrinseci, R_j este rezistenţa regiunilor de sarcină spaţială, C_j capacitatea stratului de baraj şi C_d capacitatea de difuzie a acesteia R_s — rezistenţa serie datorată regiunilor neutre şi contactelor, L_s — inductanţa dispozitivului şi a firelor de legătură, C_p — capacitatea parazită datorată ambalajului (încapsulării) şi C_f — capacitatea parazită dintre firele de legătură care, de asemenea, şuntează dioda.

Valori tipice pentru parametrii circuitului echivalent al diodei $p-i-n$ pentru trei condiţii de polarizare diferite la 1,3 GHz sînt date în tabela 3.1 [60].

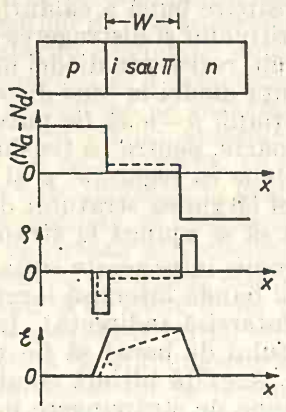


Fig. 3.35. — Distribuţia impurităţilor, a sarcinii spaţiale şi a cîmpului electric în dioda $p-i-n$ şi $p-\pi-n$ (linie întreruptă).

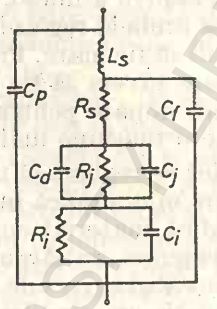


Fig. 3.36. — Schema echivalentă a diodei $p-i-n$.

Tabela 3.1

Valori tipice ale circuitului echivalent al diodei $p-i-n$

Parametrul	Polarizare		
	0, V	50 V, invers	25m A, direct
C_j	0,8pF	0,17pF	10pF
C_d	neglijabil	neglijabil	3pF
C_i	0,25pF		0,25pF
C_f	0,02pF	0,02pF	0,02pF
C_p	0,3pF	0,3pF	0,3pF
L_s	0,3nH	0,3nH	0,3nH
R_s	0,3Ω	0,3Ω	0,3Ω
R_j	10Ω	10^9Ω	0,1Ω
R_i	2500Ω	0,0Ω	0,5Ω

Se observă că depinzînd de condiţiile de polarizare circuitul echivalent, din figura 3.36, se simplifică considerabil. La polarizarea inversă, cînd stratul intrinsec este complet golit de purtători liberi (este regiunea de sarcină spaţială) şi la frecvenţe de microunde, din tot acest circuit nu rămîne decît C_j şi R_s (dacă neglijăm capacităţile parazite). La tensiunea directă se injectează în regiunea i goluri din regiunea p şi electroni din regiunea n; acesta este fenomenul de dublă injecţie. Purtătorii injectaţi difuzează în regiunea i şi, datorită recombinării, concentraţia lor scade spre interiorul regiunii intrinseci, aşa cum se vede pe figura 3.37.

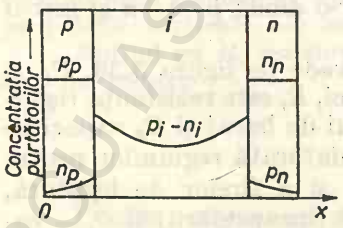


Fig. 3.37. — Distribuţia purtătorilor de sarcină în diode $p-i-n$ la polarizare directă.

Se presupune că regiunile p, n şi i sînt uniform dopate şi că joncţiunile sînt abrupte p_i şi n_i sînt concentraţiile în prezenţa injecţiei în

regiunea intrinsecă, care sînt egale între ele în condiţiile menţinerii neutralităţii sarcinii. Dacă timpul de viaţă a purtătorilor de sarcină este mare şi regiunea intrinsecă nu este prea groasă, datorită purtătorilor injectaţi în această regiune rezistenţa ei R_i, scade cu creşterea curentului direct, aşa cum se vede în figura 3.38. Această comportare o are de fapt întreaga rezistenţă a diodei, avînd în vedere că regiunile p şi n sînt puternic dopate. Motivarea dependenţei rezistenţei R_i de curentul direct, ca în figura 3.38, este următoarea.

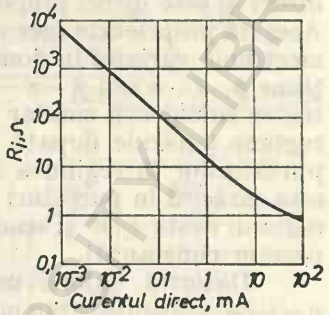


Fig. 3.38. — Variaţia rezistenţei regiunii intrinseci cu curentul la polarizare directă.

Dacă regiunile p şi n sînt puternic dopate, injecţia golurilor în regiunea n şi a electronilor în regiunea p este neglijabilă.

Dacă concentraţia purtătorilor în regiunea intrinsecă în absenţa injecţiei este neglijabilă faţă de valoarea ei în cazul injecţiei şi toţi purtătorii recombină în regiunea i atunci, în condiţii staţionare, valoarea curentului la polarizare directă va fi determinată de acest proces de recombinare (fluxul de purtători de sarcină este limitat de pierderea purtătorilor liberi prin recombinare). Presupunem în continuare că grosimea regiunii intrinseci este mult mai mică decît lungimea de difuzie a electronilor şi golurilor, ceea ce implică faptul că concentraţiile purtătorilor de sarcină sînt uniforme în regiunea i. Curentul care trece prin graniţa dintre regiunile p şi i este în întregime un curent de goluri (am admis că injecţia electronilor din i în p este neglijabilă) şi este egală cu sarcina Q_p din stratul intrinsec împărţită prin timpul de viaţă, τ_p, al golurilor

$$I_d = \frac{Q_p}{\tau_p} = \frac{qpAW}{\tau_p},$$

unde A este aria şi W — grosimea stratului intrinsec.

În mod analog, la graniţa dintre i şi n, curentul I_d este în întregime un curent de electroni

$$I_d = \frac{Q_n}{\tau_n} = \frac{qnAW}{\tau_n}, \qquad (3.133)$$

unde Q_n este sarcina electronilor din stratul intrinsec şi τ_n — timpul de viaţă a electronilor. În condiţiile neutralităţii sarcinii, $p = n$, şi din egalarea ultimelor două relaţii rezultă $\tau_n = \tau_p$.

Scriind pentru rezistenţa stratului intrinsec

$$R_i = \rho_i \frac{W}{A},$$

unde $\rho_i = (qn\mu_n + qp\mu_p)^{-1}$, rezultă ţinînd cont de relaţiile de mai sus

$$R_i = \frac{W^2}{2I_d\bar{\mu}\tau};$$

unde $\bar{\mu} = (\mu_n + \mu_p)/2$.

Se observă că rezistenţa R_i este invers proporţională cu curentul direct şi este direct proporţională cu pătratul grosimii stratului intrinsec. Această proprietate face ca dioda $p-i-n$ să poată fi folosită ca atenuator electronic variabil în domeniul de frecvenţe de microunde. Pentru o joncţiune $p-i-n$ sau $p-\pi-n$, cu regiunile p şi n puternic dopate, capacitatea se calculează similar ca la joncţiunea $p-n$ puternic asimetrică (cu o regiune puternic dopată faţă de cealaltă). Datorită concentraţiei mici a purtătorilor în regiunea i (sau π) la tensiune zero toată această regiune este sărăcită în purtători de sarcină liberi. În această situaţie capacitatea regiunii i este ε_i/W şi scade foarte puţin cu creşterea tensiunii inverse (este practic constantă).

Datorită valorii mici a capacităţii (zecimi de picofarazi) dioda $p-i-n$ are aplicaţii în microunde (Are putere mare şi timp de comutare mare). Timpul de comutare este egal cu $W/2v_1$, unde v_1 este viteza limitată de împrăştiere a purtătorilor în regiunea i. Studii detaliate asupra injecţiei duble sînt prezentate în [61—63].

3.13. HETEROJONCŢIUNI

Heterojoncţiunile sînt contacte (joncţiuni) între două materiale diferite şi au proprietăţi electrice şi electrooptice interesante. Se realizează heterojoncţiuni: *a* — între doi semiconductori diferiţi; *b* — între metale şi semiconductori cum ar fi barierele Schottky între Au şi Si; şi *c* — între metalele şi semiconductorii care formează contacte chimice [64]. În particular se numesc în mod obişnuit heterojoncţiuni numai joncţiunile dintre doi semiconductori diferiţi [64, 65]. În figura 3.39 *a* sînt reprezentate diagramele energetice a doi semiconductori la echilibru atunci cînd nu sînt puşi în contact. Am luat semiconductorul cu bandă îngustă de tip n şi semiconductorul cu bandă largă de tip p, de exemplu Ge-n şi GaAs-p.

χ_{01} şi χ_{02} sînt afinităţile electronice şi χ_{s1} şi χ_{s2} sînt lucrurile de ieşire din cei doi semiconductori. ΔE_c este diferenţa dintre marginile benzilor de conducţie iar ΔE_v este diferenţa dintre marginile benzilor de valenţă din cele două materiale.

Cînd cele două materiale nu sînt în contact nivelul Fermi E_{F1} este mai ridicat decît nivelul Fermi E_{F2}. Aducînd cele două materiale în contact se formează heterojoncţiunea prezentată în figura 3.39 *b*.

În această situaţie nivelul Fermi se află la acelaşi nivel energetic în întreg sistemul. Lîngă contact, electroni din semiconductorul *1* vor trece în semiconductorul *2* şi ca rezultat apare un strat de baraj. În stratul de baraj benzile din semiconductorul *1* se vor curba în sus iar benzile din semiconductorul *2* se vor curba în jos. Deoarece nivelul vidului este peste tot paralel cu marginile benzilor şi este continuu, rezultă că discontinuităţile dintre marginile benzilor de conducţie ΔE_c şi dintre marginile benzilor de valenţă ΔE_v se menţin invariante cu concentraţia

purtătorilor de sarcină (Aceasta este adevărat atîta timp cît afinităţile electronice şi benzile interzise nu depind de concentraţiile purtătorilor de sarcină, adică în materialele nedegenerate). Potenţialul de difuzie V_d este egal cu diferenţa dintre lucrurile de ieşire din cei doi semiconductori. El este egal cu suma potenţialelor de difuzie parţiale $V_{d1} + V_{d2}$, unde V_{d1} este potenţialul de difuzie al semiconductorului *1* şi V_{d2} este potenţialul de difuzie al semiconductorului *2*.

Rezolvînd ecuaţia Poisson se obţine lărgimea stratului de baraj. Notăm N_{d1} concentraţia donorilor din semiconductorul *1* şi N_{a2} concentraţia acceptorilor din semiconductorul *2* şi cu ε_1 şi ε_2 permitivităţile celor doi semiconductori. Se obţine, avînd în vedere notaţiile de pe figura 3.39*b*

$$(x_0 - x_1) = \left[\frac{2}{q}\,\frac{N_{a2}\varepsilon_1\varepsilon_2\,(V_d - V)}{N_{d1}(\varepsilon_1 N_{d1} + \varepsilon_2 N_{a2})}\right]^{1/2}, \tag{3.134}$$

$$(x_2 - x_0) = \left[\frac{2}{q}\,\frac{N_{d1}\varepsilon_1\varepsilon_2\,(V_d - V)}{N_{a2}(\varepsilon_1 N_{d1} + \varepsilon_2 N_{a2})}\right]^{1/2}, \tag{3.134'}$$

şi lărgimea totală a stratului de baraj W

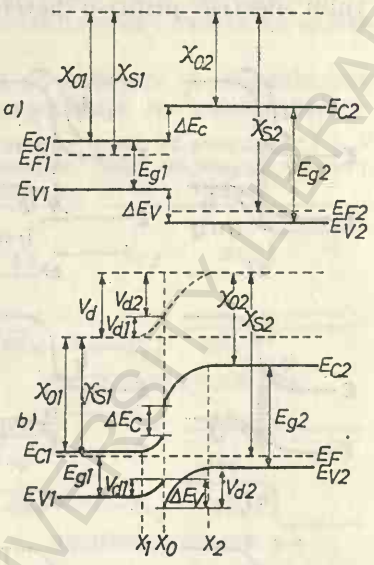


Fig. 3.39. — Benzile de energie pentru: *a* — doi semiconductori izolaţi; *b* — heterojoncţiunea $p - n$ la echilibru.

$$W = (x_2 - x_0) + (x_0 - x_1) = \left[\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2(V_d - V)(N_{a2} + N_{d1})^2}{q(\varepsilon_1 N_{d1} + \varepsilon_2 N_{a2})N_{d1}N_{a2}}\right]^{1/2},$$

unde V este tensiunea aplicată din exterior, $V = V_1 + V_2$; V_1 şi V_2 fiind căderile de tensiune pe semiconductorul *1* şi, respectiv, *2*.

Din legea conservării sarcinii rezultă relaţia

$$\frac{V_{d1} - V_1}{V_{d2} - V_2} = N_{a2}\varepsilon_2/N_{d1}\varepsilon_1. \tag{3.135}$$

Generalizînd expresia capacităţii stratului de baraj a joncţiunii $p-n$, obţinem pentru o heterojoncţiune, pentru unitatea de arie

$$C = \left[\frac{qN_{d1}N_{a2}\varepsilon_1\varepsilon_2}{2(\varepsilon_1 N_{d1} + \varepsilon_2 N_{a2})}\,\frac{1}{V_d - V}\right]^{1/2}.$$

Modelul prezentat nu ţine cont de stările de interfaţă. Acesta este modelul ideal al lui Anderson [65]. El este util pentru că dă performanţele ideale care se pot măsura şi ne ajută să înţelegem comportarea unei heterojoncţiuni. În modelul lui Anderson curentul electric prin heterojoncţiune este un curent de injecţie prin escaladare peste barieră, aşa cum se vede pe figura 3.40 *a*. În realitate, curentul care curge printr-o heterojoncţiune

este suma a mai multor componente : o componentă de injecție (Anderson), o componentă de tunelare și o componentă de recombinare pe stările de interfață.

În figura 3.40 *a*—*f* sînt prezentate șase mecanisme de curgere a curentului electric printr-o heterojoncțiune.

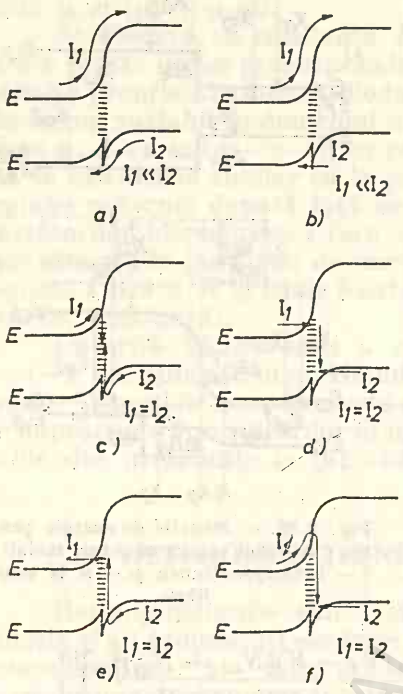


Fig. 3.40. — Șase mecanisme de trecere a curentului prin heterojoncțiunea $n - p$: *a* — escaladare ; *b* — escaladare și tunelare ; *c* — recombinare la interfață ; *d* — tunelare cu o stare intermediară de recombinare ; *e* — tunelare și recombinare la interfață ; *f* — recombinare la interfață și tunelare.

Vom prezenta rezultatele care se obțin în modelul lui Anderson. Întîi facem observația că pentru heterojoncțiunea $n—P$ (se citește n bandă interzisă îngustă—P bandă interzisă largă), bariera pentru goluri este mult mai mică decît bariera pentru electroni astfel că luăm în considerare numai curentul de goluri. La echilibru (polarizare zero) bariera pentru golurile care trec de la stînga la dreapta este $\Delta E_v - qV_{d1}$, iar bariera pentru golurile care trec în sens invers este qV_{d2}. La echilibru fluxul de goluri care trec de la stînga la dreapta este egal cu fluxul de goluri care trec de la dreapta la stînga și curentul total este zero, adică

$$A_1 \exp[-(\Delta E_v - qV_{d1})/kT] = A_2 \exp(-qV_{d2}/kT), \quad (3.136)$$

unde A_1 și A_2 sînt constante care depind de concentrații și de masele efective ale purtătorilor de sarcină. Aplicînd din exterior tensiunea V, barierele energetice se modifică și devin $\Delta E_v - q(V_{d1} - V_1)$ și $q(V_{d2} - V_2)$. Fluxul net de goluri care trec de la dreapta la stînga este

$$F = A_1 \exp[-q(V_{d2} - V_2)/kT] - A_2 \exp\{-[\Delta E_v - q(V_{d1} - V_1)]/kT\},$$

și ținînd cont de relația (3.135)

$$F = A_1 \exp[-qV_{d2}/kT][\exp(qV_2/kT) - \exp(-qV_1/kT)].$$

Curentul electric are formă similară

$$I = A_0 \exp[-qV_{d2}/kT][\exp(qV_2/kT) - \exp(-qV_1/kT)]. \quad (3.137)$$

Dacă curentul de goluri este limitat de difuzia acestora în materialul cu bandă interzisă îngustă, atunci

$$A_0 = XAqN_{a2}(D_p/\tau_p)^{1/2},$$

unde X este fracțiunea de goluri din regiunea p, care au suficientă energie pentru a traversa bariera, A este aria joncțiunii și D_p și τ_p sînt coeficientul de difuzie și, respectiv, timpul de viață a golurilor în semiconductorul cu bandă interzisă îngustă. La tensiune directă termenul $\exp(qV_2/kT)$ din ecuația (3.137) este dominant și curentul variază aproximativ exponențial cu tensiunea V aplicată

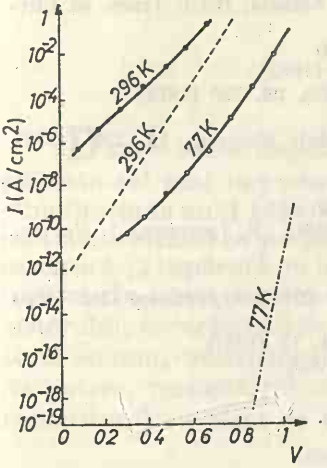
$$I = A_0 \exp(-qV_{d2}/kT) \exp(qRV/kT), \quad (3.138)$$

unde am notat $V_2 = RV$, şi în acord cu ecuaţia (3.135), R este

$$R = 1/(1 + N_{a2}\varepsilon_2/N_{a1}\varepsilon_1).$$

Comparaţia între teorie (ec. (3.138)) şi experienţă (prezentată în figura 3.41 pentru heterojoncţiunea $n-P$ (Ge-GaAs) [66].) arată că există o deosebire între ele.

Dacă se iau în considerare fenomenele de tunelare şi recombinare la suprafaţă, concordanţa dintre teorie şi experienţă se îmbunătăţeşte.



← Fig. 3.41. — Comparaţie între caracteristica $I - V$ experimentală şi teoretică (linie întreruptă) pentru o heterojoncţiune $n - p$, Ge — GaAs.

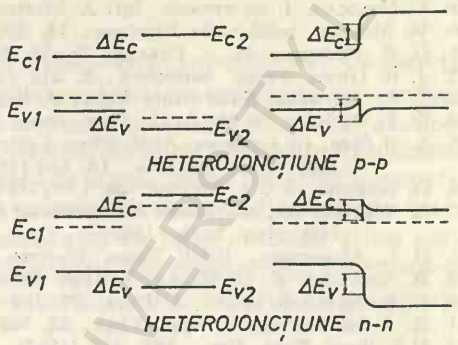


Fig. 3.42. — Heterojoncţiuni *nn* şi *pp*.

Heterojoncţiunile au proprietăţi care le fac utile pentru practică. De exemplu heterojoncţiunile *nn* şi *pp* (fig. 3.42) sînt dispozitive în care curentul este cărat de purtătorii majoritari şi prin urmare deoarece nu apare fenomenul de stocare a purtătorilor minoritari, ele au viteză de comutare foarte mare.

O heterojoncţiune $n-p$ folosită ca emitorul unui tranzistor dă posibilitatea să se mărească eficienţa emitorului fără a fi necesară o dopare excesivă şi deci, să se micşoreze capacitatea stratului de baraj [67]. Cînd se foloseşte ca celulă fotoelectrică lumina poate să treacă prin materialul de bandă largă fără să fie absorbită şi toată absorbţia să aibă loc în imediata apropiere a joncţiunii în materialul de bandă interzisă mică, ceea ce duce la îmbunătăţirea substanţială a eficienţei fotocelulei.

BIBLIOGRAFIE

1. R. N. Hall, W. C. Dunlap, Phys. Rev., **80**, 467 (1950).
2. M. Tanenbaum, D. E. Thomas, Bell Syst. Tech. J., **35**, 1 (1956).
3. H. C. Theuerer, J. J. Kleimack, H. H. Loar, H. Cristensen, Proc. I.R.E., **48**, 1642 (1960).
4. V.A. Bruk, V. V. Garshenin, A. I. Kurnosov, *Semiconductor Technology*, Moscow, 1969.
5. S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, John Wiley, New York, 1969.
6. P. R. Wilson, Solid-State Electron., **12**, 1 ; **12**, 277 ; **12**, 539 ; **12**, 675 (1969).
7. W. Shockley, Bell Syst. Tech. J., 28, 435 (1949) şi *Electrons and Holes in Semiconductors*, Van Nostrand, New York, 1950.
8. V. Dolocan, J. Appl. Phys., **40**, 4095 (1969).
9. C. T. Sah, R. N. Noyce, W. Shockley, Proc. I.R.E., **45**, 1223 (1957).
10. M. Bernard, J. Electron., **2**, 579 (1957).
11. R. N. Hall, Phys. Rev., **87**, 387 (1952).
12. W. Shockley, W. T. Read, Phys. Rev. **87**, 835 (1952).
13. J. L. Moll, Proc. I.R.E., **46**, 1076 (1958).
14. A. D. Chevychelov, Soviet. Phys. — Solid State, **1**, 1102 (1960).
15. S. C. Choo, Solid-State Electron., **11**, 1069 (1969).

16. D. Brâncuș, V. Dolocan, Int. J. Electron., **32**, 137 (1972).
17. A. Nussbaum, Phys. Stat. Sol., a **19**, 441 (1973).
18. C. Constantinescu, V. Dolocan, Int. J. Electron., **28**, 433 (1970).
19. V. Dolocan, Phys. Stat. Sol., **12**, 81 (1972).
20. H. K. Gummel, Solid-State Electron., **10**, 209 (1967).
21. V. Dolocan, Analele Universității București, Fizică, **17**, 25 (1968).
22. V. Dolocan, Phys. Stat. Sol., **28**, 719 (1968).
23. V. Dolocan, Teză de doctorat, București, 1970.
24. J. L. Moll, *Physics of Semiconductors*, Mc Graw-Hill, New York, 1970.
25. V. Dolocan, Int. J. Electron., **24**, 589 (1968).
26. R. Kingston, Proc. I.R.E., **42**, 829 (1954); T. Harin, T. Shibata, IEEE Trans. on Electron Devices, **ED—24**, 480 (1976).
27. B. Lax, S. F. Neustadter, J. Appl. Phys., **25**, 1148 (1954).
28. J. L. Moll, S. Krakauer, R. Shen, Proc. I.R.E., **50**, 43 (1962).
29. V. Dolocan, I. munteanu ,Int. J. Electron., **33**, 81 (1972), **34**, 720 (1973).
30. W. Mielke, Solid-State Electron., **14**, 260 (1971).
31. O. G. Petersen, R. A. Rikoski, W. W. Cowles, Solid-State Electron., **16**, 239 (1973).
32. J. B. Gunn, Progr. Semicond., **2**, 213 (1957).
33. E. M. Conwell, Solid State Phys., **9**, Suppl. II (1957).
34. K. G. McKay, G. Mc Afee, Phys. Rev., **91**, 1079 (1953).
35. S. M. Sze, G. Gibbons, Appl. Phys. Letters, **8**, 111 (1966); R. Leguere, J. Urgell, Solid-State Electron., **19**, 875 (1976).
36. H. Kressel, R.C.A. Review, **28**, 175 (1957).
37. R. Watson, ed., *Microwavw Semiconductor Devices and their Circuit Applications*, Mc. Graw Hill, New York, 1969.
38. H. L. Armstrong, IEEE Trans. Electron Devices, **ED-4**, 15 (1957).
39. B. Senitzky, P. D. Radin, J. Appl. Phys., **30**, 1945 (1959).
40. R. E. Burgess, Canad. J. Phys., **37**, 730 (1959).
41. R. J. Mc Intyre, J. Appl. Phys., **32**, 983 (1961).
42. D.J. Rose, Phys. Rev., **105**, 413 (1957).
43. T. Misawa, IEEE Trans. Electron. Devices, **13**, 142 (1966).
44. A. Goetzberger, J. Appl. Phys., **31**, 2260 (1960).
45. B. Senitzky, J. L. Moll, Phys. Rev., **110**, 612 (1958).
46. H. L. Armstrong, J. Electron and Control, **5**, 97 (1958).
47. A. G. Chynoweth, Phys. Rev., **109**, 1537 (1958).
48. S. L. Miller, Phys. Rev., **99**, 1234 (1955).
49. S. Mahadevan, S. M. Hardas, G. Suryan, Phys. Stat. Sol., a **3**, 335 (1971).
50. L. P. Hunter, *Handbook of Semiconductor Electronics*, Mc Graw-Hill, New York, 1970; Y. Yamomoto, IEEE Trans. on Electron Devices, **ED—23**, 364 (1976).
51. A. van der Ziel, *Fluctuation Phenomena in Semiconductors*, Academic Press, New York, 1959; Y. K. Sharma, J. Appl. Phys., **48**, 1380 (1977).
52. J. J. Chang, J. H. Forster, R. M. Ryder, IEEE Trans. Electron Devuces, **ED-10**, 281 (1963).
53. J. C. Irvin, T. P. Lee, D. Decker, *Varactors*, in *Microwave Semiconductor Devices and their Circuit Applications*, Mc Graw-Hill, New York, 1969.
54. F. Sterzer, *Microwave Applications in Handbook of Semiconductor Electronics*, ed. L.P. Hunter, Mc Graw-Hill, New York, 1970.
55. S. Wang, *Solid State Electronics*, Mc. Graw Hill, New York, 1966.
56. J. M. Manley, H. E. Rowe, Proc. I.R.E., **44**, 904 (1956); 47, 2115 (1959).
57. P. K. Tien, H. Suhl, Proc. I.E.R., **46**, 700 (1958); G. P. Arnold, R. G. Wenzel, Appl. Optics, **16**, A43 (1977).
57a. M. Densham, A. H. Beck, Int. J. Electron., **37**, 437 (1974).
58. D. P. Howson, R. B. Smith, *Parametric Amplifiers*, Mc. Graw-Hill, New York, 1970.
59. M. Uenohara, J. M. Gewartowski, *Varactor Applications*, in *Microwave Semiconductor Devices and their Circuit Applications*, Mc. Graw-Hill New York, 1969.
60. N. Handling, Microwave, J., **3**, 40 (1960).
61. M. A. Lampert, P. Mark, *Current Injection in Solids*, Academic Press, New York, 1970.
62. V. Dolocan, Solid-State Electron., **18**, 227 (1975).
63. I. Munteanu, Teză de doctorat, București, 1973.
64. A. G. Milnes, D. L. Feucht, *Heterojunctions and Metal-Semiconductor Junctions*, Academic Press, New York, 1972.
65. R. L. Anderson, Solid-State Electron., **5**, 341 (1962); R.M. Raymond, R. E. Hayes, J. Appl. Phys., **48**, 1359 (1977).
66. Zh. I. Alferov, D. Z. Garbuzov, Sov. Phys., Solid State, **7**, 1919 (1966).
67. A. R. Riben, D. L. Feucht, Solid-State Electron., **9**, 1055 (1966).

CAPITOLUL IV

TRANZISTOARELE

Dintre toate dispozitivele semiconductoare, tranzistorul cu joncţiuni este cel mai important. Întîi a fost realizat tranzistorul cu contact punctiform în anul 1948 de către John Bardeen şi Walter Brattain [1]. Teoria tranzistorului ca şi a joncţiunii $p-n$ a fost dată de Shockley în lucrarea sa clasică [2] apărută cu un an mai tîrziu de la realizarea practică a tranzistorului. În acest capitol vom studia principiile de funcţionare ale tranzistorului, caracteristicile statice în montajul cu baza comună şi cu emitorul comun, tranzistorul de drift, tranzistorul de microunde, tranzistorul de putere, tranzistorul în regim de comutare, tranzistorul unijoncţiune, tranzistorul cu efect de cîmp etc.

4.1. PRINCIPIILE DE FUNCŢIONARE A TRANZISTORULUI

Tranzistorul (contracţia cuvintelor „transfer rezistor") cu joncţiuni constă dintr-o plăcuţă semiconductoare în care regiunea centrală are conductivitate de semn contrar faţă de regiunile vecine.

Astfel există tranzistor $p-n-p$ şi $n-p-n$, aşa cum se vede pe figura 4.1*a* şi *b*.

Un tranzistor are două joncţiuni : joncţiunea emitor-bază şi joncţiunea colector-bază. În condiţii normale de lucru joncţiunea emitor se

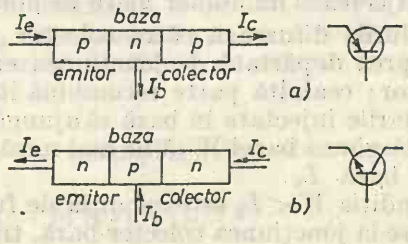


Fig. 4.1. — Tranzistorul $p-n-p$ (*a*) şi $n-p-n$ (*b*).

polarizează în sens direct şi joncţiunea colector în sens invers. În figura 4.1 sînt arătate sensurile curenţilor în condiţii normale de lucru. Regiunea din mijloc se numeşte bază, regiunea polarizată cu tipul ei de conducţie se numeşte emitor iar regiunea polarizată cu semnul contrar tipului ei de conducţie se numeşte colector. Vom descrie modul de funcţionare al tranzistorului $p-n-p$. Pentru tranzistorul $n-p-n$ lucrurile stau la fel cu deo-

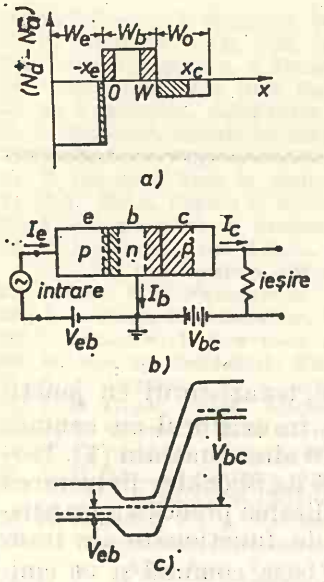


Fig. 4.2. — Tranzistorul $p-n-p$: *a* — distribuţia impurităţilor; *b* — polarizare normală; *c* — diagrama de benzi de energie a tranzistorului polarizat.

birea că polarităţile sînt inversate şi că se inversează rolul golurilor cu al electronilor. Pe figura 4.2*a* este reprezentată distribuţia impurităţilor de dopare în tranzistorul $p-n-p$ dopat uniform. Pe figura 4.2*b* este reprezentat tranzistorul $p-n-p$ polarizat în condiţii normale de lucru în montajul cu baza comună, iar pe figura 4.2*c* este reprezentată diagrama de benzi de energie în această situaţie.

Am folosit expresia „montajul cu baza comună". Aceasta înseamnă că electrodul bazei este comun cu circuitul de intrare şi de ieşire. În circuit tranzistorul mai poate fi montat în configuraţia cu emitorul comun şi cu colectorul comun. Cele trei configuraţii de montare a tranzistorului $p-n-p$ în circuit se văd pe figura 4.3.

Sînt indicate, de asemenea, polarităţile şi sensurile curenţilor în condiţii normale de lucru. În această figură am folosit simbolul acceptat pentru tranzistor în circuit arătat pe figura 4.1 (dreapta). Vom urmări funcţionarea tranzistorului în conexiunea cu

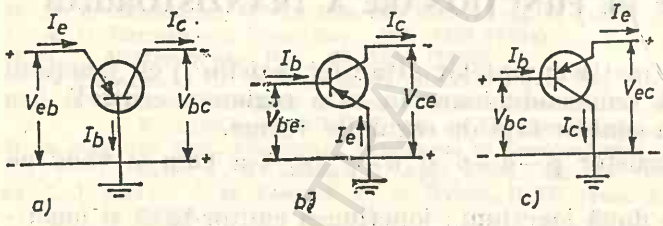


Fig. 4.3. — Tranzistorul $p-n-p$ în conexiune cu baza comună (*a*), cu emitorul comun (*b*) şi cu colectorul comun (*c*).

baza comună (fig. 4. 2*b*). Datorită polarizării directe a joncţiunii emitor-bază se injectează un număr mare de goluri în baza de tip *n*.

Golurile difuzează către colector şi dacă joncţiunea colector-bază nu este prea depărtată de joncţiunea emitor-bază o parte din ele ajung la colector; cealaltă parte recombină în bază. Interesul este ca aproape toate golurile injectate în bază să ajungă la colector, ceea ce implică condiţia ca lărgimea bazei W să fie mai mică decît lungimea de difuzie a golurilor în bază L_b.

Condiţia $W < L_b$ este condiţia de funcţionare a tranzistorului. Golurile ajunse la joncţiunea colector-bază, trec pe barieră în colector. Curentul de goluri de la joncţiunea emitor-bază (polarizată direct) trece aproape în întregime şi prin joncţiunea colector-bază deşi aceasta este polarizată invers. Dacă curentul total la joncţiunea emitor-bază este practic determinat de curentul de goluri (adică emitorul este mult mai puternic dopat decît baza) atunci, cînd recombinarea golurilor în bază este neglijabilă, curentul din circuitul colector-bază este egal cu curentul din circuitul emitor-bază, cu alte cuvinte, curentul din circuitul de ieşire este egal cu

curentul din circuitul de intrare. Cum rezistența emitor-bază (joncțiune polarizată direct) este mică în comparație cu rezistența colector-bază (joncțiune polarizată în sens invers), curentul dintr-un circuit cu rezistență mică este transferat cu aproape aceeași valoare într-un circuit cu rezistență mare.

Aceasta este de fapt funcția tranzistor. Funcția de amplificator în această conexiune rezultă, de asemenea, din diferența mare dintre rezistența (mai general impedanța) circuitul de emitor și a celui de colector. Un generator de semnal mic este introdus în circuitul de intrare (fig. 4.2*b*), în serie cu bateria de polarizare. Cea mai mare parte din curentul alternativ rezultat trece în circuitul de ieșire unde se poate introduce o rezistență de sarcină mare deoarece impedanța joncțiunii colector-bază polarizată invers este mare. Curentul alternativ trecînd prin această rezistență dezvoltă o tensiune care este mult mai mare decît cea din circuitul de emitor (a generatorului de la intrare). O tensiune alternativă mică poate fi amplificată pe această cale cu un factor de valoare peste 1 000. Pentru a defini parametrii care caracterizează funcționarea tranzistorului este util să găsim expresiile curenților care trec prin tranzistor. Am văzut că funcționarea tranzistorului se bazează pe injecția purtătorilor minoritari în bază din emitor (goluri în tranzistorul $p-n-p$)pe transportul acestora prin regiunea bazei și colectarea lor de către joncțiunea colector-bază.

Vom presupune pentru simplificare că relația dintre curent și tensiune la joncțiunile emitor-bază și colector-bază este dată de ecuația ideală a lui Shockley, unde neglijăm efectul de generare-recombinare, efectele rezistenței serie și nivelul mare de injecție. Cu alte cuvinte, considerăm că ne aflăm la nivel mic de injecție, cînd transportul purtătorilor minoritari injectați în bază se poate descrie complet prin difuzie.

În regim staționar, în regiunea bazei, ecuațiile de continuitate și densitate de curent sînt:

$$D_b \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p - p_b}{\tau_b} = 0,$$

$$j_p = -qD_b \frac{\partial p}{\partial x}; \quad j_n = j_t + qD_b \frac{\partial p}{\partial x}, \tag{4.1}$$

unde D_b și τ_b sînt coeficientul de difuzie și, respectiv, timpul de viață a purtătorilor minoritari în bază, p_b este concentrația purtătorilor minoritari în bază la echilibru și j_t este densitatea totală de curent de conducție. Condițiile la limită sînt (fig. 4.2*a*)

$$p'(0) \equiv p(0) - p_b = p_b\,[\exp(qV_{eb}/kT) - 1],$$
$$p'(W) \equiv p(W) - p_b = p_b\,[\exp(qV_{bc}/kT) - 1]. \tag{4.2}$$

Din ecuațiile (4.1) și (4.2) rezultă

$$p(x) = p_b + \left[\frac{p'(W) - p'(0)e^{-W/L_b}}{2\sinh(W/L_b)}\right] e^{x/L_b} - \left[\frac{p'(W) - p'(0)e^{W/L_b}}{2\sinh(W/L_b)}\right] e^{-x/L_b}, \tag{4.3}$$

unde $L_b = \sqrt{D_b \tau_b}$ este lungimea de difuzie a golurilor în bază. Observăm că dacă $W \gg L_b$, ecuația (4.3) se reduce la

$$p(x) = p_b + p(0)e^{-x/L_b}, \tag{4.4}$$

relație care caracterizează joncțiunea emitor-bază fără nici o legătură cu joncțiunea colector-bază; prin urmare, în această situație este ca și cînd cele două joncțiuni sînt separate și nu există funcția de tranzistor. O altă observație este că în condiții normale de lucru $V_{bc} \ll 0$ și termenii care conțin V_{bc}, în ecuațiile de mai sus, dispar; condiția la limită la $x = W$ este practic $p(W) = 0$, adică $p(W) = -p_b$.

În aceste condiții, pentru $W \ll L_b$, rezultă

$$p(x) = p_b\left(1 - \frac{x}{W}\right), \tag{4.5}$$

și prin urmare distribuția golurilor în bază este liniară. Din bază sînt injectați electroni în emitor și din colector sînt extrași electroni care trec în bază. Condițiile la limită pentru electroni la marginea stratului de baraj din emitor și la marginea stratului de baraj din colector sînt

$$\begin{aligned} n'(-x_e) &\equiv n(-x_e) - n_e = n_e\,[\exp(qV_{eb}/kT) - 1], \\ n'(x_c) &\equiv n(x_c) - n_c = n_c[\exp(qV_{bc}/kT) - 1]. \end{aligned} \tag{4.6}$$

Distribuția electronilor în emitor și colector se găsește rezolvînd ecuația de continuitate pentru electroni și este de forma

$$\begin{aligned} n(x) &= n_e + n'(-x_e)\exp\left[\frac{(x + x_e)}{L_e}\right], \quad x < -x_e, \\ n(x) &= n_c + n'(x_c)\exp\left[-\frac{(x - x_c)}{L_c}\right], \quad x > x_c. \end{aligned} \tag{4.7}$$

unde am notat n_e și n_c concentrațiile de echilibru și cu L_e și L_c lungimile de difuzie ale electronilor în emitor și, respectiv, colector.

Curentul total de emitor conține două componente: o componentă dată de golurile care sînt injectate din emitor în bază și o componentă dată de electronii care trec din bază în emitor

$$\begin{aligned} I_e &= Aj_p\,(x = 0) + Aj_n\,(x = -x_e) = A\left(-qD_b\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=0}\right) + \\ &+ A\left(qD_e\left.\frac{\partial n}{\partial x}\right|_{x=-x_e}\right) = Aq\frac{D_b p_b}{L_b}\coth\left(\frac{W}{L_b}\right)\left[(e^{qV_{eb}/kT} - 1) - \right. \\ &\left. - \frac{1}{\cosh\left(\frac{W}{L_b}\right)}(e^{qV_{bc}/kT} - 1)\right] + Aq\frac{D_e n_e}{L_e}(e^{qV_{eb}/kT} - 1), \end{aligned} \tag{4.8}$$

unde A este aria secțiunii transversale a tranzistorului. Din această ecuație rezultă că, chiar, pentru $V_{eb} = 0$, există un curent de emitor diferit de zero

$$I_e = -Aq\frac{D_b p_b}{L_b}\frac{1}{\sinh\left(\frac{W}{L_b}\right)}(e^{qV_{bc}/kT} - 1). \tag{4.9}$$

Acest curent se datorează faptului că este polarizată joncțiunea colector-bază și că $W < L_b$. În condiții normale de lucru, $V_{bc} \ll 0$ și pentru $W \ll L_b$ se obține curentul de emitor pentru $V_{eb} = 0$, $I_e = AqD_b p_b/L_b$. Deoarece în condiții normale de lucru $V_{bc} \ll 0$, în cele ce urmează vom neglija termenii care conțin $\exp(qV_{bc}/kT)$. Curentul de electroni de la joncțiunea emitor-bază nu curge și prin circuitul de colector; el se închide numai prin circuitul emitor-bază și de aceea trebuie să fie făcut cît mai mic în comparație cu curentul de goluri. Se definește factorul de injecție γ al emitorului

$$\gamma = \frac{\text{curentul de goluri la emitor}}{\text{curentul total la emitor}} = \frac{j_p(x=0)}{j_p(x=0) + j_n(x=-x_e)} \simeq$$

$$\simeq \frac{1}{1 + \left(\frac{n_e}{p_b}\frac{D_e}{D_b}\right)\frac{L_b}{L_e}\tanh(W/L_b)}, \tag{4.10}$$

unde γ se mai numește și eficiența emitorului. Factorul dominant în expresia lui γ este $(n_e/p_b) = N_b/N_e$, unde N_b și N_e sînt concentrațiile impurităților de dopaj în bază și, respectiv, emitor. Pentru ca factorul de injecție să fie cît mai apropiat de unitate este necesar ca $N_b/N_e \ll 1$, adică emitorul să fie mult mai puternic dopat decît baza.

Notînd cu ρ_e și ρ_b rezistivitatea emitorului și, respectiv, colectorului avem $n_e/p_b = (\rho_e/\rho_b)(\mu_p/\mu_n)$ și pentru $(W/L_b) \ll 1$

$$\gamma = \left(1 + \frac{\rho_e W}{\rho_b L_e}\right)^{-1}. \tag{4.11}$$

Pentru $\rho_e = 0{,}1\ \Omega\text{cm}$, $\rho_b = 5\,\Omega\text{cm}$, $W = 0{,}002$ cm, $L_e = 0{,}005$ cm rezultă $\gamma = (1 + 0{,}02 \cdot 0{,}4)^{-1} = 0{,}992$. Curentul total la colector este dat de expresia

$$I_c = Aj_p(x = W) + Aj_n(x = x_c) = A\left(-qD_b\frac{\partial p}{\partial x}\bigg|_{x=W}\right) + A\left(qD_c\frac{\partial n}{\partial x}\bigg|_{x=x_c}\right) =$$

$$= Aq\frac{D_b p_b}{L_b}\frac{1}{\sinh(W/L_b)}[(e^{qV_{eb}/kT} - 1) - \coth(W/L_b)(e^{qV_{bc}/kT} - 1)] -$$

$$- Aq\frac{D_c n_c}{L_c}(e^{qV_{bc}/kT} - 1). \tag{4.12}$$

Datorită procesului de recombinare nu toate golurile injectate din emitor în bază ajung la colector ; se defineşte factorul de transport

$$\alpha_T = \frac{\text{curentul de goluri care ajung la colector}}{\text{curentul de goluri injectate în bază}} = \frac{(\partial p/\partial x)_{x=W}}{(\partial p/\partial x)_{x=0}} \simeq \frac{1}{\cosh(W/L_b)}. \tag{4.13}$$

Pentru $W \ll L_b$

$$\alpha_T \simeq 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{W}{L_b}\right)^2. \tag{4.14}$$

Factorul de transport este cu atît mai apropiat de unitate cu cît grosimea bazei este mai mică faţă de lungimea de difuzie a purtătorilor minoritari în bază. Dacă grosimea bazei este $W = 2 \cdot 10^{-3}$ cm şi lungimea de difuzie a golurilor în germaniu de tip n este $L_b = 5{,}2 \cdot 10^{-2}$ cm, se obţine

$$\alpha_T = 1 - \frac{4 \cdot 10^{-6}}{2{,}27 \cdot 10^{-4}} = 1 - 7{,}4 \cdot 10^{-4} = 0{,}99926.$$

Se defineşte factorul de amplificare în curent continuu în conexiunea cu baza comună

$$\alpha_0 = \gamma \alpha_T = \frac{\Delta I_c}{\Delta I_e}, \tag{4.15}$$

de unde

$$I_c = \alpha_0 I_e + I_{c0}, \tag{4.16}$$

unde I_{c0} este curentul invers al joncţiunii colector-bază cînd curentul de emitor este egal cu zero (emitorul este la circuit deschis).

Curentul bazei este egal cu diferenţa dintre curentul de emitor şi curentul de colector

$$I_b = I_e - I_c. \tag{4.17}$$

Factorul de amplificare în curent continuu în conexiunea cu emitorul comun este

$$\beta_0 = \frac{\Delta I_c}{\Delta I_b} = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0}. \tag{4.18}$$

În condiţiile simplificatoare, joncţiunea ideală şi nivel mic de injecţie, pe care le-am acceptat în deducerea lui α_T şi γ, rezultă că α_0 (ec. (4.15)) nu depinde de curentul de emitor. În realitate, factorul de amplificare în curent depinde de curentul de emitor I_e. Pe figura 4.4 este reprezentată dependenţa lui β_0 de curentul de emitor [3].

La curent de emitor foarte mic curentul de generare-recombinare în stratul de baraj emitor-bază precum şi curentul de scurgere la suprafaţă pot să fie mari în comparaţie cu curentul de difuzie în bază şi factorul de amplificare în curent este mic. Cu creşterea curentului de emitor (a nivelului de injecţie) curentul de difuzie creşte şi domină curentul de generare-recombinare şi ca atare creşte factorul de amplificare în curent. La o creştere mai mare a curentului de emitor factorul de amplificare în curent începe să scadă cu creşterea curentului de emitor (fig. 4.4).

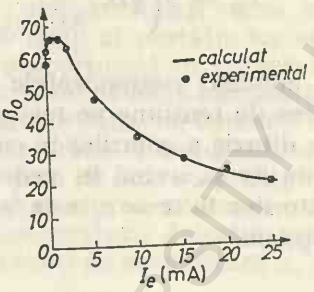


Fig. 4.4. — Factorul de amplificare a curentului în conexiunea cu emitorul comun funcţie de curentul de emitor I_e.

Aceasta este o consecinţă a scăderii factorului de injecţie γ cu creşterea nivelului de injecţie, datorită creşterii concentraţiei purtătorilor majoritari în bază cu creşterea concentraţiei purtătorilor minoritari injectaţi. Cu creşterea curentului de emitor se ajunge la o valoare de la care concentraţia purtătorilor injectaţi în bază (minoritari) devine comparabilă cu concentraţia purtătorilor majoritari din bază. De la această valoare datorită condiţiei de neutralitate electrică, concentraţia purtătorilor majoritari în bază începe să crească cu I_e. Joncţiunea emitor-bază fiind polarizată direct purtătorii majoritari din emitor sînt injectaţi în bază şi purtătorii majoritari din bază sînt injectaţi în emitor. Astfel că această creştere a concentraţiei purtătorilor majoritari în bază duce la micşorarea lui γ deoarece o fracţiune mai mare din curentul de emitor constă din purtătorii injectaţi din bază în emitor. Se defineşte şi o eficienţă a colectorului care se notează cu α^* şi este egală cu $\Delta I_c/\Delta I_{pc}$, unde I_c este curentul total la colector şi I_{pc}—curentul de goluri la colector. În general $\alpha^* = 1$, însă poate fi mai mare decît unitatea. Golurile injectate din emitor în bază, care ajung la stratul de baraj al joncţiunii bază-colector trec în întregime în colector deoarece stratul de baraj fiind polarizat invers procesele de recombinare în el sînt neglijabile. În condiţii normale de lucru aceste goluri nu afectează curentul de difuzie a electronilor care trec din colector în bază $I_{nc} = Aj_n$ $(x = x_c)$ (care este de fapt un curent invers), astfel că $I_c = I_{pc} + I_{nc}$ este dat de expresia (4.12). În acest caz $\alpha^* = 1$. Această concluzie este bazată pe două presupuneri: *a* — curentul de emitor nu afectează concentraţia şi lungimea de difuzie a electronilor în regiunea colectorului, şi *b* —curentul de conducţie al electronilor în regiunea colectorului este neglijabil. În realitate aceste două presupuneri pot să nu fie adevărate. Deoarece în condiţii normale de lucru este dificil să stabilim cît de mult se modifică condiţia enunţată de presupunerea *a*, ne mărginim să discutăm în detaliu numai modificarea condiţiei *b*.

Curentul de colector este dat de

$$I_c = I_{pc} + I_{nc} = Aj_p(x = x_c) + Aj_n(x = x_c), \tag{4.19}$$

$$I_{pc} = A\left(-qD_c'\frac{\partial p}{\partial x}\bigg|_{x=x_c}\right) + Aqp\mu_p\frac{\partial V}{\partial x},$$

$$I_{nc} = A\left(qD_c\frac{\partial n}{\partial x}\bigg|_{x=x_c}\right) + Aqn\mu_n\frac{\partial V}{\partial x}, \tag{4.20}$$

unde am adăugat componentele de cîmp ale curenţilor în colector (V este căderea de tensiune pe regiune neutră a colectorului, D_c este coeficientul de difuzie a golurilor în colector). Condiţia de neutralitate implică $\partial p/\partial x = \partial n/\partial x$ şi, avînd în vedere ecuaţia (4.7), gradientul concentraţiei purtătorilor la $x = x_c$ este n_c/L_c. Eliminînd $\partial V/\partial x$ între ecuaţiile (4.20) obţinem

$$I_{nc} = \frac{n_c\mu_n}{p_c\mu_p}I_{pc} + AqD_c\frac{n_c}{L_c}\left[\frac{n_c}{p_c} + 1\right]. \tag{4.21}$$

Notaţiile au semnificaţiile de mai sus, iar p_c este concentraţia de echilibru a golurilor în colector. Pentru curentul total de colector avem

$$I_c = I_{pc}\left(1 + \frac{n_c\mu_n}{p_c\mu_p}\right) + AqD_c\frac{n_c}{L_c}\left[\frac{n_c}{p_c} + 1\right], \tag{4.22}$$

de unde rezultă pentru tranzistorul $p-n-p$

$$\alpha^* = 1 + \frac{n_c\mu_n}{p_c\mu_p}. \tag{4.23}$$

iar pentru tranzistorul $n-p-n$

$$\alpha^* = \frac{\partial I_c}{\partial I_{nc}} = 1 + \frac{p_c\mu_p}{n_c\mu_n}. \tag{4.24}$$

Se observă că α^* creşte cu creşterea rezistivităţii colectorului.

Dacă notăm cu ρ_c rezistivitatea colectorului, aceste ultime două expresii pot fi scrise

$$\alpha^* = 1 + q^2n_i^2\mu_n\mu_p\rho_c^2, \tag{4.25}$$

unde n_i este concentraţia purtătorilor intrinseci. Este de aşteptat ca efectul cîmpului electric din regiunea colectorului să fie neglijabil în semiconductoarele cu bandă interzisă largă deoarece în acestea n_i are valoare mică. De exemplu, în siliciu acest efect datorită valorii mici a lui n_i^2 se neglijează.

Pentru colector de tip p din Ge, $\alpha^* = 1{,}003$ cînd cu $\rho_c = 5{,}8\ \Omega$cm şi $\alpha^* = 1{,}167$ cînd $\rho_c = 43{,}7$ cm.

Cum se explică din punct de vedere fizic creşterea eficienţei colectorului datorită curentului de cîmp din regiunea neutră a colectorului? Golurile care au traversat baza şi au ajuns la colector sînt aici purtători majoritari şi curentul dat de ele în regiunea neutră a colectorului este un curent de cîmp.

Cîmpul din această regiune apare datorită căderii de tensiune IR determinată de acest curent ohmic şi sensul cîmpului este astfel că electronii (purtători minoritari în colector) sînt antrenaţi către joncţiunea colector-bază. Apare astfel un curent de cîmp al purtătorilor minoritari, adiţional. Deoarece cîmpul ohmic este proporţional cu curentul colectat (dat de golurile care vin de la emitor), curentul de cîmp adiţional al purtătorilor minoritari din colector este deci proporţional cu curentul de emitor şi el constituie o creştere a eficienţei colectorului. Efectul este cu atît mai mare cu cît cîmpul ohmic este mai mare şi cu cît concentraţia purtătorilor minoritari în colector este mai mare, adică cu cît rezistivitatea colectorului este mai mare. α^* creşte cu creşterea temperaturii datorită variaţiei lui n_i cu temperatura. Scriem în general factorul de amplificare α_0 în curent ca produsul a patru factori

$$\alpha_0 = \gamma \alpha_T \alpha^* M. \tag{4.25'}$$

Din această expresie un singur factor mai avem de discutat şi anume factorul de multiplicare în avalanşă M la joncţiunea colector-bază. Tensiunea de străpungere este similară cu cea considerată în paragraful 3.10 pentru o joncţiune $p-n$. Cînd cîmpul electric din stratul de baraj al joncţiunii colector-bază este suficient de puternic, astfel că purtătorii de sarcină capătă energie suficient de mare pentru a scoate electronii din banda de valenţă şi a-i trece în banda de conducţie, generînd astfel perechi electron-gol, apare o multiplicare a numărului purtătorilor de sarcină ceea ce conduce la creşterea curentului de colector. Factorul de multiplicare este dat de expresia empirică [4]

$$M = \frac{1}{1 - (V/V_{bc0})^n}, \tag{4.26}$$

unde V_{bc0} este tensiunea de străpungere la joncţiunea colector-bază în conexiunea cu bază comună şi n — o constantă care depinde de material, de tipul joncţiunii şi de faptul că tranzistorul este $p-n-p$ sau $n-p-n$. El este cunoscut cel mai bine pentru tranzistorii din germaniu fabricaţi prin aliere. În asemenea caz $n = 3$ pentru tranzistorul $p-n-p$ şi $n = 6$ pentru tranzistorul $n-p-n$. În condiţii normale de lucru $\alpha^* \simeq 1$ şi $M = 1$ astfel că factorul de amplificare în curent este dat de expresia uzuală (4.15). Factorul de amplificare în curent este modificat de cîmpul intern din regiunea bazei (dacă acesta există) precum şi de recombinarea la suprafaţa semiconductorului.

În tranzistorii cu cîmp intern (numiţi şi tranzistori de drift) se realizează prin doparea neuniformă a bazei, un cîmp intern care antrenează în direcţia difuziei purtătorii injectaţi din emitor în bază, ceea ce duce la creşterea factorului de transport.

În unul din paragrafele următoare vom studia în amănunțime tranzistorul cu cîmp intern.

Notînd cu s viteza de recombinare la suprafață și cu A aria suprafeței efective pe care are loc recombinarea de suprafață, curentul de recombinare la suprafață se scrie $I_s = qsAp$ și α_T dat de ecuația (4.13) se modifică și devine

$$\alpha_T \simeq 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{W}{L_b}\right)^2 - \frac{sAW}{D_b A}. \qquad (4.27)$$

4.2. CARACTERISTICILE STATICE ALE TRANZISTORULUI ÎN CONEXIUNEA CU BAZA COMUNĂ ȘI CU EMITORUL COMUN

După cum am văzut în paragraful anterior curentul de emitor I_e și curentul de colector I_c sînt funcție de tensiunile aplicate V_{eb} și V_{bc}, adică din ecuațiile (4.8) și (4.12) rezultă $I_e = f_1(V_{eb}, V_{bc})$ și $I_c = f_2(V_{eb}, V_{bc})$. Pentru a exprima toate relațiile care există între tensiunile terminale și curenți sînt necesare două familii de curbe. Dintre toate posibilitățile, cele mai importante sînt curbele curent-tensiune de intrare și de ieșire. În montajul cu baza comună, figura 4.3*a*, circuitul de intrare este circuitul de emitor și circuitul de ieșire este circuitul de colector. Caracteristicile în conexiunea cu baza comună pentru un tranzistor uzual se văd pe figura 4.5. Le vom interpreta pe baza următoarelor considerații: *a* — tensiunile aplicate controlează concentrațiile purtătorilor de sarcină la marginile straturilor de baraj prin termenii exp (qV/kT), *b* — curenții de emitor și colector sînt dați de gradienții purtătorilor minoritari la marginile celor două joncțiuni și, *c* — curentul bazei este egal cu diferența dintre curentul de emitor și curentul de colector. Caracteristicile de intrare I_e funcție de V_{eb}, cu V_{bc} ca parametru, se văd pe figura 4.5*a* și sînt similare

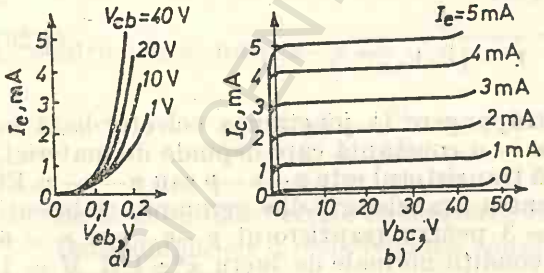


Fig. 4.5. — Caracteristicile tranzistorului $p-n-p$ în conexiunea cu baza comună.

cu cele ale joncțiunii $p-n$ polarizată în sens direct. Putem explica forma acestor curbe urmărind distribuția concentrației golurilor în baza unui tranzistor $p-n-p$ la diverse tensiuni aplicate așa cum este reprezentată în figura 4.6.

În figura 4.6*a* se observă că pentru V_{bc} = const., gradientul golurilor în bază crește cu creșterea concentrației golurilor injectate și, prin urmare, curentul de emitor crește cu creșterea tensiunii emitor-bază.

Figura 4.6*b* explică dependența caracteristicii de emitor de tensiunea colector-bază V_{bc}.

Cu creșterea V_{bc} marginea stratului de baraj se deplasează de la W la W'. Micșorarea stratului de baraj duce la o creștere ușoară a gradientului golurilor la $x = 0$ și, prin urmare, curentul de emitor crește cu creșterea tensiunii de colector pentru o tensiune emitor-bază dată. Acesta se numește efectul Early.

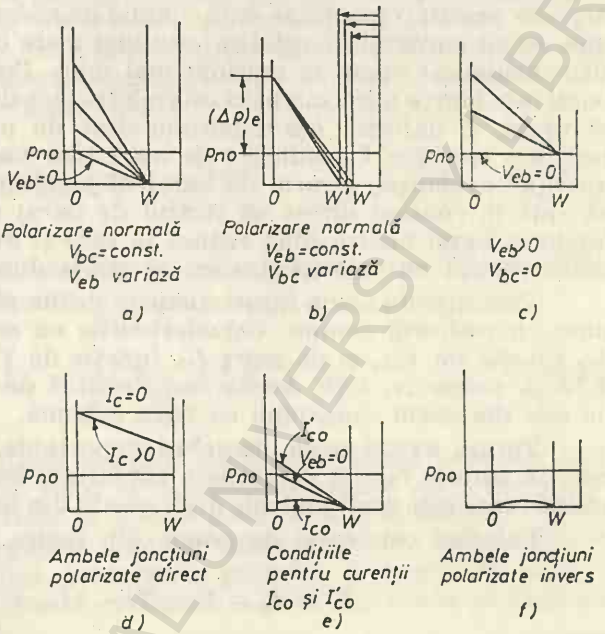


Fig. 4.6. — Concentrația golurilor în regiunea bazei pentru un tranzistor $p-n-p$ la diverse tensiuni aplicate.

Caracteristicile de ieșire I_c funcție de V_{bc}, cu I_e ca parametru, arată că curentul de colector este practic egal cu curentul de emitor ($\alpha_0 \simeq \simeq 1$) și independent de tensiunea colector-bază. Curentul de colector este aproape independent de V_{bc} deoarece toate golurile injectate din emitor în bază care ajung la marginea stratului de baraj al joncțiunii bază-colector sînt extrase de joncțiunea polarizată invers. Curentul de colector rămîne practic constant, chiar pentru $V_{bc} = 0$, deoarece golurile sînt încă extrase de către colector (fig. 4.6*c*). Pentu a reduce curentul de colector la zero este necesar să aplicăm joncțiunii colector-bază o tensiune directă mică (<1V). Aceasta duce la creșterea concentrației golurilor la W și o face egală cu cea de la $x = 0$, așa cum se vede pe figura 4.6*d*. Curentul de saturație al joncțiunii colector-bază, I_{c0} (notat de multe ori I_{cb0}) se măsoară cu emitorul la circuit deschis. Acest curent poate fi considerat ca un curent invers al unei joncțiuni $p-n$ și se datorează extracției de către joncțiunea colector bază a golurilor generate termic în regiunea bazei și a electronilor generați termic în regiunea colectorului. Totuși, acest curent este considerabil mai mic decît curentul ordinar invers al unei joncțiuni $p-n$, deoarece prezența joncțiunii emitor cu un gradient zero al golurilor la $x = 0$ (corespunzător curentului zero de emitor) reduce gradientul golurilor la $x = W$ așa cum se vede pe figura 4.6*e*. Pe aceeași figură se observă

că curentul I_{c0} este considerabil mai mic față de cazul cînd joncțiunea emitor-bază este scurtcircuitată ($V_{eb} = 0$). În practică valoarea lui I_{c0} este de ordinul microamperilor sau mai mică și ea poate crește datorită curenților de scurgere la suprafață. La o anumită valoare, V_{bc0} a tensiunii colector-bază curentul de colector crește rapid. Aceasta se datorează în general străpungerii în avalanșă datorită multiplicării purtătorilor de sarcină în stratul de baraj al joncțiunii colector-bază așa cum am arătat în paragraful precedent. Deoarece factorul de multiplicare (ec. (4.26)) depinde pentru o joncțiune dată numai de căderea de potențial pe joncțiune, cu cît curentul de colector este mai mare cu atît curbura caracteristicii (avalanșa) apare la tensiuni mai mici. Pentru cazul cînd grosimea bazei este foarte mică sau baza este relativ slab dopată, străpungerea poate să apară și datorită așa-numitului efect de perforare (punchthrough): pentru o tensiune V_{bc} suficient de mare (dar mai mică decît cea necesară apariției avalanșei) stratul de baraj al joncțiunii colector-bază poate să să vină în contact direct cu stratul de baraj al joncțiunii emitor-bază, lărgimea bazei neutre fiind redusă la zero și astfel emitorul este practic scurtcircuitat cu colectorul, ceea ce poate duce la creșterea curentului.

Vom discuta acum caracteristicile statice ale tranzistorului în conexiunea cu emitorul comun. Caracteristicile cu emitorul comun de intrare I_b, funcție de V_{be}, și de ieșire I_c, funcție de V_{ec}, sînt arătate în figura 4.7*a* și, respectiv, 4.7*b*. Aceste caracteristici sînt la prima vedere similare cu cele din cazul conexiunii cu baza comună.

Totuși, există unele deosebiri importante, semnificativă fiind apariția în ambele familii de curbe a curentului bazei în locul curentului de emitor, care este mult mai mic decît acesta din urmă.

Folosind convenția de semne din figura 4.3*b* curentul bazei este

$$I_b = I_e - I_c = I_e - (I_{c0} + \alpha_0 I_e),$$

sau

$$I_b = (1 - \alpha_0) I_e - I_{c0}. \qquad (4.28)$$

Curentul bazei are două componente, fiecare din ele fiind de ordinul microamperilor. Curentul $(1 - \alpha_0)I_e$ se datorează curgerii electronilor care

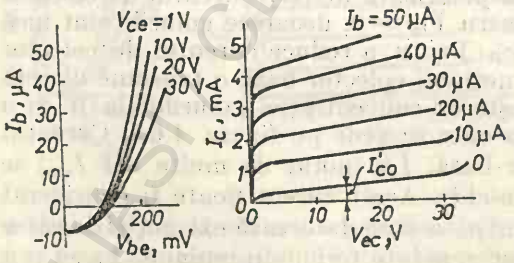


Fig. 4.7. — Caracteristicile tranzistorului $p - n - p$ în montajul cu emitorul comun.

vin din contactul bazei pentru a înlocui pe cei pierduți la injecția golurilor (injecția din bază în colector) și prin procesul de difuzie a golurilor în bază. Cealaltă componentă I_{c0} este curentul invers al joncțiunii colector-bază, iar curentul bazei constituie pierderea în curentul transferat de la emitor

la colector. Pentru un V_{ec} dat curentul bazei este proporțional cu curentul de emitor. Așa cum se vede pe figura 4.7*a* valoarea lui I_b este de $1 - \alpha_0$ ori mai mică decît valoarea lui I_e și este deplasată pe axa curentului cu I_{c0}. De asemenea, se observă că I_b scade cu creșterea V_{ec}. Aceasta se întîmplă deoarece cu creșterea V_{ec} crește V_{bc} pentru un V_{be} dat ceea ce duce la creșterea curentului transferat de la emitor la colector, adică a lui α_0 (prin micșorarea lui W) și prin urmare la micșorarea lui I_b. Din figura 4.7*b* se observă că pentru caracteristicile de ieșire în conexiunea cu emitorul comun, $\beta_0 \gg 1$. O altă proprietate a caracteristicilor de ieșire în conexiunea cu emitorul comun este că curentul I'_{c0} (notat și I_{ce0}), pentru curentul de intrare (curentul bazei, I_b) egal cu zero este mult mai mare decît curentul I_{c0} din conexiunea cu baza comună. Pentru baza la circuit deschis, din relația (4.28) rezultă

$$I'_e\,(I_b = 0) = \frac{I_{c0}}{1 - \alpha_0}\,.$$

În această situație curentul de emitor este egal cu curentul de colector $I_{c0} = I_e$ și prin urmare

$$I'_{c0} = \frac{I_{c0}}{1 - \alpha_0} \simeq \beta_0 I_{c0}, \tag{4.29}$$

deoarece $\alpha_0 \simeq 1$. În asemenea condiții joncțiunea emitor-bază este polarizată direct la o tensiune mică și curentul de emitor se autoreglează astfel că pierderile de electroni la injecția golurilor și prin procesul de difuzie să fie suplinite de electronii care vin din vecinătatea colectorului de unde au fost extrase goluri. Distribuția golurilor în acest caz (I'_{c0}) se vede pe figura 4.6*c*. Se observă pe figura 4.7*b* că I'_{c0} crește cu creșterea tensiunii colector-emitor.

Aceasta este de asemenea o consecință a variației lărgimii bazei cu tensiunea aplicată joncțiunii colector-emitor. Baza fiind la circuit deschis, cu creșterea tensiunii V_{ec} crește și tensiunea V_{bc} ceea ce duce la îngustarea lărgimii bazei și prin urmare la creșterea eficienței transferului de curent de la emitor la colector, adică a lui α_0. Lipsa saturației se observă pentru toate caracteristicile de ieșire, adică și pentru cazul $I_b \neq 0$. Motivul este similar cu cel de mai sus și anume cu creșterea V_{ec} crește factorul de amplificare în curent β_0. Fiecare curbă este trasată pentru un curent constant prin bază I_b. După cum am mai amintit curentul bazei I_b constituie pierderea în curentul transferat de la emitor la colector. Cu creșterea tensiunii V_{ec} pentru aceeași pierdere transferul la emitor la colector devine mai eficient și curentul de colector crește. Deoarece pierderea constituie o fracțiune bine definită din curentul de emitor, panta caracteristicilor este, în mare, proporțională cu curentul bazei. O altă proprietate a caracteristicilor de ieșire este că pentru tensiuni mici colector-emitor curentul de colector scade rapid la zero. Tensiunea V_{ec} este divizată pe cele două joncțiuni astfel că joncțiunea emitor-bază este polarizată direct cu o tensiune mică iar joncțiunea bază-colector este polarizată invers cu o tensiune mare. Pentru curentul bazei constant trebuie să menținem tensiunea emitor-bază constantă și în asemenea condiții, cu micșorarea tensiunii emitor-colector scade tensiunea colector bază. Cînd V_{ec} este micșorată

sub o anumită valoare (~1V pentru tranzistorul din siliciu), tensiunea pe joncțiunea colector-bază devine zero (fig. 4.6*e*) și cu micșorarea lui V_{ec} în continuare joncțiunea colector-bază se polarizează direct și curentul de colector scade foarte rapid la zero (fig. 4.6*d*). În finalul acestui paragraf ne oprim asupra străpungerii unui tranzistor în conexiunea cu emitorul comun. Străpungerea are loc la o tensiune mai mică decît în configurația cu baza comună deoarece o mică creștere în α_0 datorită multiplicării în avalanșă duce la o creștere mare în β_0.

Pentru a deduce expresia tensiunii de străpungere în configurația cu emitorul comun cu baza în gol trebuie să ținem seama că curentul care trece prin joncțiunea emitor-bază este egal cu curentul care trece prin joncțiunea colector-bază $I_e = I_c = I$. Curentul I_e și curentul I_{c0} sînt multiplicați în stratul de baraj al colectorului cu factorul M, astfel că

$$M(I_{c0} + \alpha_0 I) = I,$$

sau

$$I = \frac{MI_{c0}}{1 - \alpha_0 M}. \tag{4.30}$$

Curentul crește rapid cînd $\alpha_0 M \to 1$. Iar din condiția $\alpha_0 M = 1$ și ecuația (4.26) rezultă

$$\frac{V_{ce0}}{V_{bc0}} = \sqrt[n]{1 - \alpha}, \tag{4.31}$$

ceea ce arată că tensiunea de străpungere în conexiunea cu emitorul comun cu baza în gol este mult mai mică decît în conexiunea cu baza comună cu emitorul în gol [5—8]. În lucrarea [8] s-a luat în considerare influența dependenței spațiale a timpului de viață a purtătorilor de sarcină asupra caracteristicilor $I-V$ ale tranzistorilor. S-au obținut următoarele rezultate, care pot fi intuite ușor pe baza celor discutate în paragraful 3.7 : *a* — cînd timpul de viață descrește în direcția de difuzie a purtătorilor, cu creșterea tensiunii aplicate emitorului, curentul de emitor și cel de colector cresc mai încet și cu creșterea tensiunii aplicate la colector, curentul de colector crește mai rapid în comparație cu cazul cînd timpul de viață este constant ; *b* — cînd timpul de viață crește în direcția de difuzie a purtătorilor se obține o situație inversă celei de la punctul *a*.

4.3. TRANZISTORUL ÎN REGIM DE COMUTARE

Tranzistorul de comutare este un tranzistor desemnat pentru a funcționa ca un comutator, care-și poate schimba starea din condiția de tensiune mică și curent mare (poziția DA) în condiția de tensiune mare și curent mic (poziția NU). În tranzistorul de comutare parametrii cei mai importanți sînt cîștigul de curent și timpul de comutare. Pentru analiza problemei considerăm caracteristicile de ieșire din figura 4.8. Pe curbele caracteristice se disting patru regiuni. În regiunea I, care se numește regiune de blocare, joncțiunile emitor-bază și colector-bază sînt polarizate

invers și curentul de colector $I_c = 0$; tranzistorul se comportă asemenea unui circuit deschis iar distribuția sarcinii în bază arată ca în figura 4.6*e*. În regiunea II, care se numește regiune activă, joncțiunea emitor-bază este polarizată direct și joncțiunea colector-bază este polarizată invers; distribuția sarcinii în bază arată ca în figura 4.6*b*.

În regiunea III, care se numește regiune de saturație, ambele joncțiuni sînt polarizate direct și tranzistorul se comportă ca un scurtcircuit; distribuția sarcinii în bază arată ca în figura 4.6*d*.

A patra regiune, numită regiune de avalanșă, este regiunea în care joncțiunea colector-bază lucrează în regim de străpungere în avalanșă. După porțiunile din curbele de ieșire utilizate există trei moduri principale de lucru, a căror linii de sarcină sînt trasate pe figura 4.8 : modul de saturație, modul de curent și modul de avalanșă. Funcționarea în modul de avalanșă este cea mai apropiată de funcționarea unui comutator ideal. În procesul de comutare din poziția DA în poziția NU și invers, curentul de ieșire nu urmează instantaneu curentul de intrare și există niște timpi de întîrziere caracteristici, diferiți pentru cele două sensuri de comutare.

Analiza acestor timpi caracteristici regimului de comutare se face intuitiv în modelul de control prin sarcină al funcționării tranzistorului [9, 10] care se poate înțelege ușor pe baza descrierii fizice a caracteristicilor statice, prezentată în paragraful anterior. În acest model tranzistorul este controlat prin sarcina purtătorilor minoritari stocați în regiunea bazei și curentul care curge este determinat de pierderea de sarcină prin recombinare și de trecerea de la o stare de sarcină la o altă stare de sarcină. S-a prezentat în capitolul anterior funcționarea diodei $p-i-n$ în modelul de control prin sarcină.

Pentru fixarea problemei să considerăm trecerea unui tranzistor în conexiunea cu baza comună din starea de blocare (NU) în starea de conducție (DA) (fig. 4.9). Tranzistorul se află pînă la momentul $t = 0$ în starea de blocare. La $t = 0$ se aplică brusc pe tranzistor un curent de

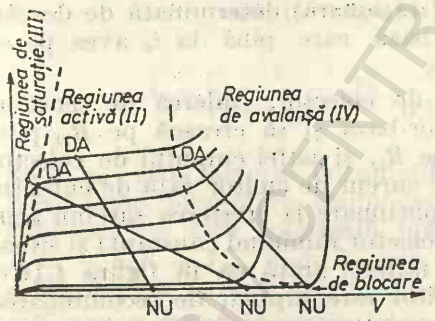


Fig. 4.8. — Regiunile de funcționare și modurile de comutare ale unui tranzistor de comutare.

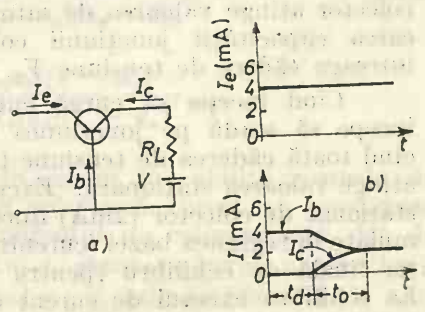


Fig. 4.9. — Tranzistorul $n-p-n$ în conexiunea cu baza comună (*a*) și variația în timp a curenților la trecerea tranzistorului din starea NU în starea DA (*b*).

emitor $I_e = 4$mA (fig. 4.9*b*). La un timp $t > 0$, dar foarte apropiat de $t = 0$, distribuția sarcinii în bază arată ca în figura 4.10*a*; există puțină sarcină injectată în bază, însă gradientul acestei sarcini, dn/dx (în tranzistorul $n-p-n$, purtătorii injectați în bază sînt electronii) este suficient pentru a menține valoarea lui I_e egală cu 4mA. La $t = t_d$ ajung la colec-

tor primii purtători injectați din emitor și distribuția sarcinii este prezentată în figura 4.10*b*.

Pînă la $t = t_d$ curentul de colector are valoarea zero. Timpul t_d se numește timp de tranzit prin difuzie și este timpul necesar ca primii purtători injectați să ajungă la colector, difuzînd prin bază. El are valoarea $W^2/2D_b$, unde D_b este coeficientul de difuzie a purtătorilor minoritari în bază și W este lărgimea bazei. Din momentul $t = t_d$ începe să crească curentul de colector, așa cum rezultă din figura 4.10*b*.

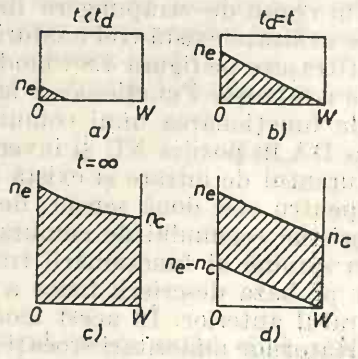


Fig. 4.10. — Sarcina acumulată în bază la trecerea tranzistorului din starea de blocare în starea de saturație (*a*, *b*, *c*) și variația acestei sarcini în timpul de stocare (*d*) care apare la comutarea inversă a tranzistorului.

Valoarea maximă pe care o poate avea curentul de colector (care este valoarea staționară a curentului de colector) este dată de V_0/R_1, unde V_0 este tensiunea bateriei legată în serie cu rezistența de sarcină R_1 în circuitul de colector. Pentru $V_{0c} = 10$ V și $R_1 = 5\text{k}\Omega$, valoarea staționară a lui I_c este egală cu 2mA (fig. 4.10*b*).

Timpul necesar pentru ca curentul de colector să atingă 90% din valoarea sa de saturație se numește timp de creștere și se notează cu t_c. Există o întîrziere între momentul t_d și momentul în care curentul de colector atinge valoarea de saturație (staționară) determinată de descărcarea capacității joncțiunii colector-bază care pînă la t_d avea pe ea întreaga cădere de tensiune V_0.

Cînd începe să curgă curentul de colector, căderea de tensiune începe să scadă pe joncțiunea colector-bază și să crească pe R_1, pînă cînd toată căderea de tensiune trece pe R_1, și astfel curentul de colector atinge valoarea staționară. Excesul de curent de emitor față de curentul staționar de colector (2mA) duce în continuare la creșterea sarcinii acumulate în regiunea bazei (curentul de colector rămînînd constant) și situația finală de echilibru (pentru timp infinit) arată ca în figura 4.10 *c*. La echilibru excesul de curent de emitor este suplinit de recombinarea sarcinii stocate în bază. Gradientul concentrației purtătorilor de sarcină la granițele bazei 0 și W este astfel încît curentul de emitor este 4mA și curentul de colector este 2mA, tranzistorul aflîndu-se în regiunea de saturație (poziția DA).

Tranzistorul de comutare se folosește în mod obișnuit în conexiunea cu emitorul comun cu o rezistență de sarcină în serie cu colectorul. În acest caz, curentul de sarcină I_c este controlat de curentul bazei I_b, însă în regim de comutare se folosește o variație mare a curentului bazei și curentul de sarcină (de colector) este fie foarte mic (poziția NU) fie este limitat de o rezistență de sarcină (poziția DA). Dacă aplicăm pe bază un

puls de curent I_b (fig. 4.11*a*), curentul de colector funcție de timp arată ca în figura 4.11*b*.

În procesul de comutare sînt importante trei perioade de timp : t_0 — timpul de creștere, t_s — timpul de stocare și t_f — timpul de scădere. Timpul de trecere din poziția NU în poziția DA este $t_d + t_0$ și cel de trecere din poziția DA în poziția NU este $t_s + t_f$ (cu t_d am notat timpul de tranzit prin difuzie amintit mai înainte). Acești timpi de tranziție depind de parametrii tranzistorului și de mărimea curentului bazei în

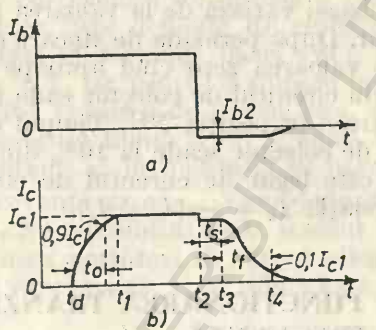


Fig. 4. 11. — Pulsul de curent de intrare pe bază (*a*) și pulsul de curent (de răspuns) pe colector (*b*).

raport cu $I_c(1 - \alpha)/\alpha$. Folosind metoda transformării Laplace, Moll a dedus următoarele relații pentru timpii de comutare [11] (figura 4.11):

$$t_0 = \frac{1}{(1 - \alpha_n)\omega_n} \ln \frac{I_b}{I_b - 0{,}9\, I_c(1 - \alpha_n)/\alpha_n},$$

$$t_s = \frac{\omega_n + \omega_r}{\omega_n \omega_r (1 - \alpha_n \alpha_r)} \ln \frac{I_b - I_{b2}}{I_c(1 - \alpha_n)/\alpha_n - I_{b2}}, \qquad (4.32)$$

$$t_f = \frac{1}{(1 - \alpha_n)\omega_n} \ln \frac{I_c - I_{b2}\alpha_n/(1 - \alpha_n)}{0{,}1 I_c - I_{b2}\alpha_n/(1 - \alpha_n)},$$

unde α_n este factorul de amplificare în curent în condiții normale de lucru (cînd joncțiunea emitor-bază este polarizată direct și joncțiunea colector-bază este polarizată invers); curentul de colector este dat de $I_c = -\alpha_n I_e + I_{c0}$, unde I_{c0} este curentul de saturație invers al joncțiunii colector-bază cu emitorul la circuit deschis; α_r este coeficientul de amplificare în curent în condiții de lucru inversate, adică joncțiunea emitor-bază este polarizată invers și joncțiunea colector bază este polarizată direct; curentul de emitor se scrie $I_e = -\alpha_r I_c + I_{e0}$, unde I_{e0} este curentul de saturație invers al joncțiunii emitor-bază cu colectorul la circuit deschis. ω_n și ω_r sînt frecvențele unghiulare limită ale lui α_n și, respectiv, α_r.

Frecvența limită este frecvența la care factorul de amplificare a curentului în conexiunea cu baza comună scade la valoarea $1/\sqrt{2}$ din valoarea sa la frecvența zero. I_{b2} este curentul aplicat pe bază pentru a grăbi trecerea din starea DA în starea NU (fig. 4.11*a*). Timpul de creș-

tere t_0 aşa cum l-am definit şi mai înainte, este timpul necesar curentului de colector să atingă 90% din valoarea sa de saturaţie. După ce pulsul de intrare pe bază încetează, tranzistorul mai rămîne în starea de saturaţie o perioadă de timp t_s numit timp de stocare. În această perioadă de timp (de stocare), deoarece curentul de colector rămîne constant, gradientul concentraţiei purtătorilor de sarcină rămîne constant. La începutul perioadei de stocare (la sfîrşitul pulsului de intrare) concentraţia purtătorilor în regiunea bazei variază de la valoarea n_e la emitor la valoarea n_c la colector. La sfîrşitul perioadei de stocare concentraţia purtătorilor în regiunea bazei variază de la valoarea $(n_e - n_c)$ la emitor la valoarea zero la colector. După perioada de stocare curentul de colector începe să scadă şi atinge valoarea zero cînd aproape întreaga cădere de tensiune de la bateria din circuitul de colector cade pe joncţiunea colector bază şi tranzistorul trece în poziţia NU. Timpul de cădere t_f este timpul după care curentul de colector scade la 10% din valoarea sa de saturaţie. Curentul bazei I_b este legat de curentul de emitor I_e şi de curentul de colector I_c prin relaţia $I_b = -(I_e + I_c)$.

4.4. FUNCŢIONAREA TRANZISTORULUI LA ÎNALTĂ FRECVENŢĂ

Proprietăţile tranzistorului la înaltă frecvenţă sînt determinate de timpul de zbor al purtătorilor minoritari de la emitor la colector precum şi de procesele de tranziţie legate de capacităţile joncţiunilor şi de rezistenţele regiunilor neutre ale tranzistorului. Ca atare, timpul de întîrziere a semnalului de la emitor la colector, τ_{ec}, depinde de structura fizică a tranzistorului. În acest paragraf vom studia timpul de întîrziere τ_{ec}, unele elemente necesare pentru proiectarea tranzistorului la înaltă frecvenţă şi tranzistorul de drift (cu cîmp intern).

4.4.1. Timpul de întîrziere a semnalului de la emitor la colector, τ_{ec}, şi frecvenţa maximă de oscilaţie

τ_{ec} poate fi separat în patru componente

$$\tau_{ec} = \tau_e + \tau_b + \tau_c + \tau_c', \tag{4.33}$$

unde τ_e este timpul de încărcare a stratului de baraj al emitorului, τ_b — timpul de zbor al purtătorilor minoritari prin regiunea bazei, τ_c — timpul de tranzit al purtătorilor prin stratul de baraj al colectorului şi τ_c' — timpul de încărcare a stratului de baraj al colectorului. τ_e este un produs RC şi este dat de expresia

$$\tau_e = r_e(C_e + C_c + C_p), \tag{4.34}$$

unde r_e este rezistenţa serie a emitorului, C_e — capacitatea joncţiunii emitor-bază, C_c — capacitatea joncţiunii bază-colector şi C_p — o capacitate parazită legată de firele de conexiune. Legea ideală a caracteristicii $I - V$ a diodei dă valoarea pentru rezistenţa emitorului, $r_e = (kT/q)/I_e$;

care descrește cu creșterea tensiunii aplicate; I_e este curentul de emitor care este egal cu curentul de colector I_c.

Timpul de zbor al purtătorilor minoritari prin regiunea bazei pe care l-am numit și timp de tranzit prin difuzie, τ_b, este dat de expresia

$$\tau_b = \frac{W^2}{\eta D_b}, \tag{4.35}$$

unde W este lărgimea bazei, D_b — coeficientul de difuzie a purtătorilor minoritari în bază iar η — un factor care depinde de cîmpul de drift asociat cu un gradient de impurități în regiunea bazei [21]. Pentru o dopare uniformă a regiunii bazei $\eta = 2$, iar pentru o dopare neuniformă (tranzistorul de drift) η poate să aibă valoarea de cîteva zeci. Prin definiție $\tau_b = 1/2\pi f_\alpha$, unde f_α este frecvența limită a lui α adică frecvența la care factorul de amplificare în curent, α, în montajul cu baza comună scade la $1/\sqrt{2}$ din valoarea sa la frecvența zero α_0. Vom deduce expresia lui τ_b pentru bază uniform dopată. Ne reamintim de la studiul joncțiunii p—n că ecuația de continuitate pentru purtători în curent alternativ este aceeași ca și în curent continuu, cu excepția că τ se înlocuiește cu

$$\tau/(1 + i\omega\tau). \tag{4.36}$$

Pentru a obține curenții alternativi în tranzistori putem folosi expresiile din curent continuu făcînd această substituție simplă. Rezultatele sînt valabile la semnal alternativ mic. Factorul de amplificare în curent α variază cu frecvența în special datorită factorului de transport α_T, variația factorului de injecție fiind neglijabilă cu frecvența la semnal variabil mic. Amintindu-ne de expresia lui α_T, scriem la semnal variabil mic

$$\alpha_T = \frac{1}{\cosh(W/\sqrt{D_b\tau_b(1 + i\omega\tau_b)})} \simeq \frac{1}{1 + i\dfrac{W^2\omega}{2D_b}}. \tag{4.37}$$

Expresia din dreapta acestei ecuații a fost scrisă în condiția că lărgimea bazei W este mult mai mică decît lungimea de difuzie a purtătorilor de sarcină. Cum $\alpha = \gamma\alpha_T$, neglijînd variația lui γ cu frecvența, găsim că α variază cu frecvența după legea

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + i\omega/\omega_\alpha}, \tag{4.38}$$

unde

$$\omega_\alpha = \frac{2D_b}{W^2} \tag{4.39}$$

se numește frecvență unghiulară limită a lui α. Factorul de amplificare α scade cu creșterea frecvenței. Se observă că la frecvența limită factorul de curent α scade la $1/\sqrt{2}$ din valoarea sa la frecvență zero, α_0, și

între curentul de colector și curentul de emitor există o diferență de fază de $\pi/4$ (Calcule mai exacte arată că la această frecvență defazajul între cei doi curenți este mult mai mare). Avînd în vedere definiția lui τ_b se obține din (4.39) expresia (4.34) cu $\eta = 2$. Pentru conexiunea în montajul cu emitorul comun frecvența limită a lui $\beta = \alpha/(1 - \alpha)$ este mai mică. Folosind ecuația (4.38) obținem

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + i\omega/\omega_\beta}, \tag{4.40}$$

unde β_0 este valoarea lui β la frecvența zero. Rezultă pentru frecvența limită

$$\omega_\beta = \omega_\alpha(1 - \alpha). \tag{4.41}$$

Micșorarea frecvenței limită în montajul cu emitorul comun se datorează sensibilității foarte mari a lui β cu variația lui α. În realitate în conexiunea cu emitorul comun se poate merge la frecvențe mai mari decît aceasta. Se definește în aceste caz o altă frecvență limită, f_t, ca frecvența pentru care coeficientul de amplificare β capătă valoarea egală cu unitatea. Această frecvență, f_t, este legată direct de timpul de întîrziere a semnalului de la emitor la colector, τ_{ec}, prin relația

$$f_t = \frac{1}{2\pi\tau_{ec}}. \tag{4.42}$$

A treia contribuție la τ_{ec} (ec. (4.33)) este adusă de timpul de tranzit prin regiunea stratului de baraj al colectorului

$$\tau_c = \frac{x_c - W}{2v_l}, \tag{4.43}$$

unde $(x_c - W)$ este lărgimea stratului de baraj al colectorului (fig. 4.2*a*) iar v_l — viteza purtătorilor limitată de împrăștiere. De fapt timpul de zbor al purtătorilor prin stratul de baraj este $(x_c - W)/v_l$, însă întrucît jumătate din sarcina care trece prin stratul de baraj este atrasă din bază iar restul este atrasă din colector, timpul de tranzit al curentului este egal cu jumătate din timpul de tranzit al purtătorilor. Altfel zis, tensiunea alternativă pe stratul de baraj dă naștere la un curent de deplasare prin stratul de baraj și acesta duce la o schimbare de fază a curentului total față de tensiune în așa fel că timpul de tranzit τ_c este egal cu jumătate din timpul de zbor [14]. Termenul final din ecuația (4.33) este timpul de încărcare a joncțiunii colector-bază. Dacă regiunea colectorului este depusă prin epitaxie, atunci rezistența acestuia r_c este foarte mică astfel că $\tau_c' = r_c C_c$ poate fi micșorat sub 1ps și prin urmare se neglijează în comparație cu ceilalți timpi. Astfel $\tau_{ec} = \tau_e + \tau_b + \tau_c$ și putem scrie pentru frecvența limită (ec. (4.42))

$$f_t = \left\{2\pi\left[\frac{kT(C_e + C_c + C_p)}{qI_e} + \frac{W^2}{\eta D_b} + \frac{x_c - W}{2v_l}\right]\right\}^{-1}. \tag{4.44}$$

Se observă că frecvența limită de lucru poate fi mărită prin micșorarea grosimii bazei W, a lărgimii stratului de baraj al colectorului ($x_c - W$) și prin creșterea curentului de lucru I_e. De asemenea f_t crește prin micșorarea capacităților joncțiunilor, adică prin micșorarea ariilor acestora. Pe lîngă frecvențele limită definite mai sus, frecvența limită a lui α (ec. (4.39)) (pentru care factorul de curent în montajul cu baza comună scade la $1/\sqrt{2}$ din valoarea sa la frecvență zero) și frecvența limită f_t (ec. (4.42)) (pentru care cîștigul de curent în montajul cu emitorul comun capătă valoarea egală cu unitatea) se definește și o frecvență maximă de oscilație a tranzistorului f_{max}. Frecvența maximă de oscilație este frecvența pentru care amplificarea de putere a tranzistorului devine egală cu unitatea. Această frecvență este mai mare decît f_t deoarece datorită deosebirii dintre impedanța de intrare și de ieșire există o amplificare de putere chiar dacă amplificarea de curent în montajul cu emitorul comun a devenit egală cu unitatea. Un tranzistor la înaltă frecvență este caracterizat de produsul dintre rădăcina pătrată din amplificarea de putere și lărgimea benzii de frecvență [15].

$$K \equiv (\text{amplificarea de putere})^{1/2} \times (\text{lărgimea benzii}) = \frac{1}{4\pi(r'_b C_c \tau_{ec})^{1/2}}, \tag{4.45}$$

unde r'_b este rezistența bazei. Cînd amplificarea de putere devine egală cu unitatea se obține din relația de mai sus, pentru frecvența maximă de oscilație, expresia

$$f_{max} \simeq \frac{1}{4\pi(r'_b C_c \tau_{ec})^{1/2}}. \tag{4.46}$$

Performanțele tranzistorului la înaltă frecvență depind atît de caracteristicile intrinseci ale semiconductorului cît și de posibilitățile tehnologice (de care este legată geometria dispozitivului). În scopul îmbunătățirii acestor performanțe trebuie făcute unele compromisuri în alegerea parametrilor optimi și dimensiunilor geometrice optime ale tranzistorului pentru că adeseori variația unui parametru în sensul dorit implică variația altui parametru în sensul nedorit. Tocmai aceste dificultăți au stimulat dezvoltarea a noi procedee tehnologice de fabricare a tranzistorilor, în momentul de față tehnologia planar-epitaxială fiind aceea adecvată pentru construcția tranzistorului de microunde. Pe figura 4.12 sînt arătate etapele de fabricare a tranzistorului $n-p-n$ din siliciu prin această tehnologie.

Dintr-o bară de siliciu de rezistivitate mică se taie plăcuțe cu o mașină de tăiat care folosește disc de diamant. Plăcuțele se șlefuiesc cu pudră de carborundum (de mărime sub gradul M-5) și se decapează chimic astfel încît grosimea finală a unei plăcuțe să fie în jur de 200 μm. Pe această plăcuță, folosită ca substrat (n^+) se depune epitaxial un strat de siliciu de tip n de rezistivitate mai mare (n). În continuare plăcuța este acoperită cu un strat protector de bioxid de siliciu (fig. 4.12*b*) prin încălzirea ei timp de cîteva ore în atmosferă de oxigen uscat la 1250°C. Grosimea stratului de SiO_2 este de 0,6—0,7μm. Apoi plăcuța se gravează foto îndepărtîndu-se stratul de bioxid de siliciu pe porțiuni de diametru

de 240 μm (ferestre pentru bază). Gravarea foto (tehnica fotorezistului) constă în următoarele : peste stratul de bioxid de siliciu se depune un material, numit fotorezist, care în mod normal este solubil, dar cînd este expus la lumină ultravioletă devine insolubil atît în acizi cît și în solvenți. Se așază peste acesta o foaie de mascare care conține suprafețe opace și transparente, numită fotomască, sau pur și simplu mască, și se expune plăcuța la lumină ultravioletă.

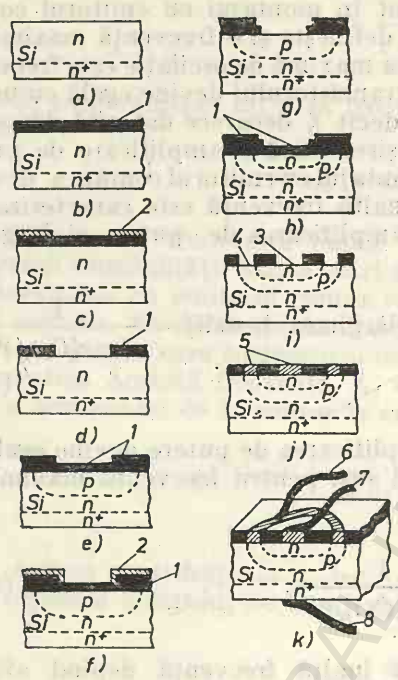


Fig. 4.12. — Fabricarea tranzistorului din siliciu prin tehnologia epitaxial-planară : *a* — creșterea epitaxială a unui strat de rezistivitate mare (n) pe un substat de rezistivitate mică (n^+) ; *b* — oxidarea probei ; *c* — primul proces de gravare foto ; *d* — tăierea ferestrei bazei în stratul de bioxid de siliciu ; *e* — difuzia borului în prezența curentului de oxigen ; *f* — al doilea proces de gravare foto ; *g* — tăierea ferestrei emitorului în bioxidul de siliciu ; *h* — difuzia locală a fosforului ; *i* — al treilea proces de gravare foto și tăierea inelului pentru contactul bazei și cercului emitor ; *j* — evaporarea aluminiului și îndepărtarea sa de pe stratul de oxid ; *k* — conectarea conductorilor bazei și emiterului prin termocompresie ; *1* — stratul de bioxid de siliciu ; *2* — fotorezist ; *3* — cercul de emitor ; *4* — inelul bazei ; 5 — aluminiu evaporat, ; *6*, *7*, *8* — conductorii de emitor, bază, și respectiv colector.

Unde pătrunde lumina prin suprafețele transparente ale măștii fotorezistul devine insolubil iar sub regiunile opace fotorezistul este neafectat și deci poate fi îndepărtat prin dizolvare pentru a lăsa bioxidul de siliciu neacoperit. În continuare se introduce plăcuța într-o soluție de acid fluorhidric, oxidul de siliciu neacoperit este înlăturat prin coroziune lăsînd expus liber siliciul, restul bioxidului de siliciu fiind protejat de fotorezistul insolubil. Pe o plăcuță de siliciu de 35—40 mm diametru se pot grava mai mult de 600 de ferestre (adică se pot face peste 600 de tranzistori). Ferestrele bazei se folosesc pentru formarea regiunilor bazei (de tip p) de adîncime 4—4,5μm în plăcuța de siliciu (în stratul de tip n) prin difuzia în două trepte (în două rînduri) a borului la temperatura de 1 120°C. În același timp cu difuzia are loc al doilea proces de oxidare a plăcuței. Apoi prin aceeași metodă, de fotorezist, se taie ferestre de diametru 100μm, pentru emitor. Regiunile de emitor (tip n) se formează prin difuzia fosforului prin aceste ferestre (difuzia se face în două trepte). Grosimea stratului de emitor difuzat este de 3μm astfel că grosimea bazei tranzistorului rămîne de 1—2μm. Difuzia fosforului se face timp de o oră la o temperatură de aproximativ 1 000°C. Simultan cu această difuzie plăcuța se oxidează din nou în atmosferă de oxigen uscat. După aceea,

din nou, prin procedeul fotorezist se decupează bioxidul de siliciu realizîndu-se ferestre circulară și inelară pentru contactele de emitor și, respectiv, colector. Contactele electrice ale bazei emitorului și colectorului se realizează prin depunerea unui strat de aluminiu de 0,5 μm grosime pe plăcuța de siliciu (depunerea se face prin evaporare în vid); aluminiul de pe stratul de oxid se îndepărtează prin procedeul fotorezist. Am amintit că pe o plăcuță de siliciu de 35—40 mm diametru se obțin peste 600 tran-

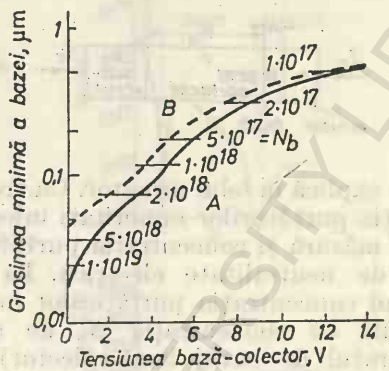


Fig. 4.13. — Grosimea minimă a bazei unui tranzistor (linia plină).

zistori. Structurile de tranzistori se separă unele de altele prin tăiere cu o mașină, „scriber" cu ac de diamant. Pe figura 4.13 este reprezentată grosimea minimă a bazei unui tranzistor limitată de efectul de perforare și de tensiunea de străpungere pentru o tensiune colector-bază dată. Pe aceeași figură se arată cu linie întreruptă modificarea rezultatului datorită fluctuațiilor de dopaj în bază [17]. De asemenea, este repre-

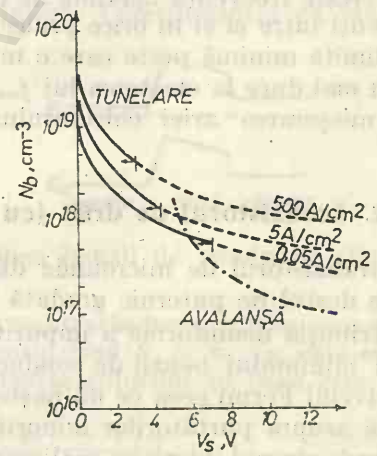


Fig. 4.14. — Tensiunea de străpungere V_s pentru o joncțiune din siliciu abruptă, puternic asimetrică, funcție de concentrație de doping N_b.

zentată pe figură concentrația de dopaj corespunzătoare în bază, N_b, pentru care apare străpungerea joncțiunii colector-bază.

Legătura dintre concentrația de dopaj în bază și tensiunea de străpungere a fost evaluată pe baza rezultatului obținut pentru o joncțiune $p—n$ puternic asimetrică din siliciu care este reprezentată pe figura 4.14 [17]. Curbele pentru străpungerea prin efect tunel se pot folosi

numai la stînga săgeților de pe figură, deoarece la tensiuni mai mari devine importantă străpungerea datorată multiplicării în avalanșă. Din expresia lui τ_{ec} și a frecvenței maxime de oscilație se observă că aceasta din urmă poate crește cu creșterea curentului de lucru, I_c, datorită scăderii timpului de încărcare a joncțiunii emitor-bază. Însă, de la o anumită valoare a curentului I_c timpul de întîrziere τ_{ec} începe să crească cu creșterea curentului și prin urmare f_{max} de oscilație începe să scadă. Această

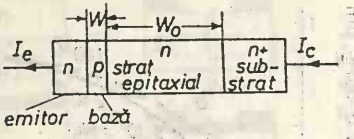


Fig. 4.15. — Tranzistorul $n-p-n$ obținut prin tehnologia epitaxial-planară.

situație se explică în felul următor. Cu creșterea curentului de lucru crește concentrația purtătorilor minoritari injectați din emitor în bază și crește în aceeași măsură și concentrația purtătorilor majoritari datorită cerinței condiției de neutralitate electrică. La nivel mare de injecție (curent mare), cînd concentrația purtătorilor minoritari injectați în bază devine comparabilă cu concentrația N_b de dopaj în bază, regiune de cîmp intens (stratul de baraj bază-colector) localizată inițial la regiune de tranziție dintre bază și stratul epitaxial se deplasează la interfața dintre stratul epitaxial și substrat ceea ce duce la creșterea grosimii efective a bazei de la W la $W + W_0$ (fig. 4.15) și, deci, la creșterea τ_{ec}.

Acesta se numește efectul Kirk [18]. În scopul alegerii dimensiunilor favorabile ale tranzistorului de microunde se fixează întîi cea mai bună valoare a produsului $r'_b C_c$ pentru tehnologia și materialul dat. Acest produs, precum și factorul τ_{ec} din ecuația (4.46) trebuie să descrească pentru a crește frecvența maximă de oscilație. Acești trei factori nu sînt independenți între ei și în orice proiectare a tranzistorului de microunde există o limită minimă peste care o micșorare în continuare a unuia din factori nu mai duce la creșterea lui f_{max}. De exemplu, dacă se micșorează C_c prin micșorarea ariei colectorului, crește rezistența de contact și crește r'_b.

4.4.2. Tranzistorul de drift (cu cîmp intern)

În tranzistorul de microunde distribuția impurităților în regiunea bazei este destul de puternic gradată (fig. 4.16).

Distribuția neuniformă a impurităților duce la variația cu distanța a poziției minimului benzii de conducție și maximului benzii de valență față de nivelul Fermi ceea ce dă naștere unui cîmp electric în bază care acționează asupra purtătorilor minoritari injectați în ea. În tranzistorul de microunde cîmpul intern se realizează așa fel ca să antreneze purtătorii minoritari în direcția difuziei acestora. Distribuția impurităților în asemenea caz se vede pe figura 4.16 iar diagrama de benzi energetice se vede pe figura 4.17.

Mai precis, situația prezentată în figura 4.17 se poate explica astfel. Profilul concentrației de impurități determină o variație similară a concentrației purtătorilor majoritari în regiunea bazei.

Gradientul concentrației purtătorilor majoritari dă naștere unui curent electric și deoarece la echilibru nu curge curent electric înseamnă că curentul de difuzie trebuie să fie echilibrat de un curent de cîmp, egal și de semn contrar cu el. Prin urmare, trebuie să existe un cîmp electric în bază. În regiunea bazei benzile energetice se înclină deoarece la echilibru nivelul Fermi trebuie să rămînă constant pe cînd distanța

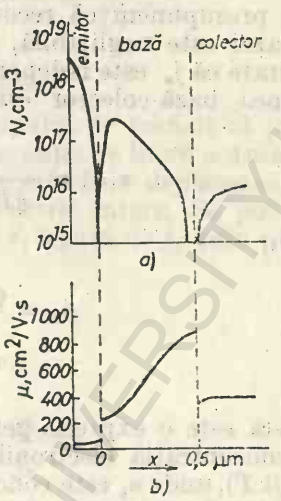


Fig. 4.16. — Tranzistorul $n-p-n$ dublu difuzat cu cîmp intern (a) și mobilitatea purtătorilor minoritari în acest tranzistor (b).

dintre nivelul Fermi și marginea superioară a benzii de valență este funcție de concentrația impurităților acceptoare (în baza de tip p). Înclinarea marginii benzii și prin urmare a potențialului electrostatic (cap. I) constituie un cîmp electric intern. Corespunzător cu marginea

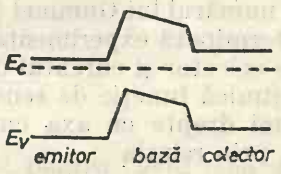


Fig. 4.17. — Diagrama energetică a tranzistorului cu cîmp intern în regiunea bazei.

benzii de valență se înclină și marginea benzii de conducție (lărgimea benzii interzise nu se modifică).

Notînd cu N_b diferența dintre concentrația impurităților acceptoare și a impurităților donoare în bază și considerînd $N_b \gg n_i$ (n_i este concentrația purtătorilor intrinseci), concentrația golurilor în bază este

$$p \simeq N_b = n_i \exp\left[\frac{q(\Phi - \Psi)}{kT}\right], \tag{4.47}$$

unde Φ este potențialul Fermi și Ψ este potențialul, Fermi intrinsec. În cazul ideal al nivelului mic de injecție și nivel Fermi constant pentru purtătorii majoritari avem pentru cîmpul electric intern relația

$$\mathcal{E}_b = -\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}x} = \frac{kT}{q}\frac{1}{N_b}\frac{\mathrm{d}N_b}{\mathrm{d}x}. \tag{4.48}$$

Acest cîmp intern acţionează asupra purtătorilor minoritari injectaţi în bază. Densitatea curentului de electroni este

$$j_n = q\left[n\mu_n\mathcal{E} + D_b\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}\right] = qD_b\left\{\frac{n}{N_b}\frac{\mathrm{d}N_b}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}\right\}. \tag{4.49}$$

Dacă presupunem că recombinarea purtătorilor de neechilibru în regiunea bazei este neglijabilă, adică luăm $\alpha_0 \simeq 1$, rezultă din ecuaţia de continuitate că j_n este independent de x. Avem astfel în presupunerea că joncţiunea bază-colector este invers polarizată ($n = 0$ la $x = W$)

$$n(x) = \frac{j_n}{qD_bN_b(x)}\int_x^W N_b(x)\mathrm{d}x, \tag{4.50}$$

iar la $x = 0$

$$j_n = \frac{qD_bn(0)N_b(0)}{\int_0^W N_b(x)\mathrm{d}x}. \tag{4.51}$$

Aceasta este o expresie generală valabilă la orice nivel de injecţie. $n(0)$ este concentraţia electronilor în bază la $x = 0$ şi este egal cu $n_b\exp(qV_{eb}/kT)$, unde n_b este concentraţia electronilor de echilibru în bază. Numărul total de impurităţi din bază pe unitatea de arie

$$N_b = \int_0^W N_b(x)\mathrm{d}x, \tag{4.52}$$

se numeşte numărul lui Gummel [19]. Gummel a arătat că această mărime poate fi determinată experimental trasînd graficul diferenţa dintre curentul total de colector şi curentul de saturaţie al joncţiunii colector-bază în scară logaritmică funcţie de tensiunea emitor-bază. Punctul de intersecţie al acestei drepte cu axa curentului defineşte curentul I_1 care este legat de N_b prin relaţia

$$N_b = (q/I_1)AD_bn_i^2, \tag{4.53}$$

unde A este aria joncţiunii colector-bază şi n_i este concentraţia purtătorilor intrinseci. Expresia (4.53) se obţine folosind relaţiile de mai sus şi avînd în vedere că $n(0)N_b(0) = n(0)\,p(0) = n_i^2\exp(qV_{eb}/kT)$ iar curentul total de colector se scrie $I_c = I_n + I_{c0} = I_1\exp(qV_{eb}/kT) + I_{c0}$ şi $I_n = Aj_n$ (am considerat $\alpha_0 \simeq 1$).

Expresia factorului de transport α_T în tranzistorul cu cîmp intern diferă de cea pentru tranzistorul cu distribuţie uniformă a impurităţilor dată de ecuaţia (4.37) şi anume cînd concentraţia impurităţilor în bază variază după legea $N_b(x) = N_b(0)\exp(-mx/W)$, avem

$$\alpha_T = \mathrm{e}^m\frac{Z}{m\sinh Z + Z\cosh Z}, \tag{4.54}$$

unde

$$m = \frac{1}{2} \ln \frac{N_b(0)}{N_b(W)} = \frac{1}{2} \frac{q\mathcal{E}_b}{kT} W,$$

$$Z = (i\Phi + m^2)^{1/2} \; ; \quad \Phi = \omega \frac{W^2}{D_b}, \tag{4.55}$$

unde ω este frecvența unghiulară de lucru.

Cîmpul intern duce la scăderea timpului de tranzit al purtătorilor prin regiunea bazei și deci la creșterea frecvenței de lucru a tranzistorului. Aceasta se întîmplă deoarece purtătorii injectați se deplasează nu numai datorită difuziei ci și datorită cîmpului electric intern. Se poate defini o viteză medie pentru purtătorii minoritari $\bar{v}$, legată de j_n prin relația

$$j_n = qn\bar{v}.$$

Timpul de tranzit prin bază devine

$$\tau_b = \int_0^W \frac{\mathrm{d}x}{\bar{v}} = \int_0^W \frac{qn}{j_n} \mathrm{d}x. \tag{4.56}$$

Pentru distribuția uniformă a impurităților de dopare în bază se obține pentru τ_b rezultatul anunțat mai înainte. Dacă concentrația impurităților în bază variază exponențial cu distanța, după legea $N_b(x) = N_b(0) \exp(-mx/W)$, atunci cîmpul intern este constant (nu variază cu distanța) și introducînd relația (4.51) în (4.55) se obține pentru τ_b expresia (4.35) cu η dat de [20]

$$\eta = \frac{m^2}{m - 1 + \mathrm{e}^{-m}}. \tag{4.57}$$

Această expresie a fost generalizată pentru cazul cînd coeficientul de difuzie al purtătorilor minoritari variază cu distanța în [21] și pentru un profil oarecare al impurităților în [22].

Pe figura 4.18 este reprezentată frecvența limită a lui α, f_α, de fapt produsul $W^2 f_\alpha$ funcție de concentrația impurităților la $x = 0$, $N_b(0)$, pentru concentrația impurităților la $x = W$, $N_b(W) = 4 \cdot 10^{15}$ cm^{-3} [21]. Sînt trasate curbele pentru trei profile ale concentrației de dopare în bază. În figura 4.19 este reprezentată variația concentrației de electroni injectați la $x = 0$ (normată la cazul $m = 0$) funcție de parametrul m din legea exponențială a variației concentrației acceptorilor în bază; $m = \ln[N_b(0)/N_b(W)]$. Se vede că $n(0)/n_0$ are un minim pentru $m = 3{,}5$; prin n_0 am notat $n(0)$ pentru $m = 0$.

Dependența lui $n(0)/n_0$ de m se explică în felul următor. Pentru valori mici ale lui m cîmpul electric și, prin urmare, componenta de drift a curentului este mică. Cea mai mare contribuție la curentul de colector în acest caz o aduce curentul de difuzie și deci $n(0)/n_0$ și, de asemenea $\mathrm{d}n/\mathrm{d}x$ este mare la joncțiunea emitor-bază. Cu creșterea lui m

crește și cîmpul electric intern $\mathcal{E}_b$ și ca atare și componenta de drift a curentului electric. Totuși, deoarece curentul total de colector este constant, componenta de difuzie a curentului trebuie să scadă, ceea ce explică descreșterea raportului $n(0)/n_0$ și deci și al lui dn/dx cu creșterea lui m. Cu creșterea în continuare a lui m începe să predomine descreșterea mobilității electronilor. Cînd rata de descreștere a mobilității cu

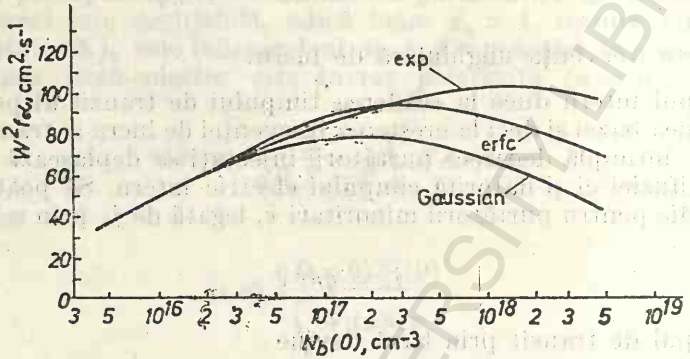


Fig. 4.18. — Variația frecvenței limită a lui α cu concentrația de impurități $N_b(0)$ pentru diverse profile de dopare în bază.

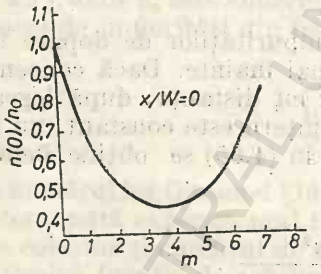


Fig. 4.19. — Variația densității de sarcină la $x = 0$, normată, funcție de parametrul m.

creșterea lui m devine mai mare decît rata de creștere a cîmpului electric cu m, viteza de drift $\mu_n \mathcal{E}$ descrește cu m și prin urmare descrește componenta de drift a curentului. Pentru ca curentul total de colector să rămînă constant trebuie ca componenta de difuzie a curentului să crească. Aceasta cauzează o creștere atît în valoarea lui $n(0)/n_0$ cît și a lui dn/dx ceea ce explică apariția unui minim în dependența de m a lui $n(0)/n_0$. Avînd în vedere aceste considerații se poate explica din punct de vedere fizic și apariția unui maxim pe curbele de pe figura 4.19. Din comparația celor trei curbe se vede că valoarea cea mai mare a frecvenței limită se obține pentru o dependență exponențială a concentrației impurităților în bază. Explicația este că rata de descreștere a concentrației impurităților are valoarea cea mai mare pentru distribuția exponențială în comparație cu celelalte distribuții (distribuția după funcția complementară a erorilor și după funcția gaussiană) și, prin urmare, și cîmpul electric intern are valoarea cea mai mare. Considerăm util să spunem cîteva cuvinte despre variația mobilității cu concentrația impurităților în bază. Se cunoaște [23, 24] că datorită împrăștierii pe impurități,

mobilitatea electronilor începe să descrească cu creşterea concentraţiei de la valori ale acesteia de peste 10^{15} cm^{-3}. Deoarece în tranzistorii moderni cu baza difuzată concentraţia în regiunea bazei de lîngă emitor este mult mai mare decît această valoare rezultă că mobilitatea şi deci coeficientul de difuzie a electronilor va varia de la punct la punct (concentraţia impurităţilor variază de la punct la punct). Dependenţa mobilităţii purtătorilor minoritari de distanţă în tranzistorul $n-p-n$ dublu difuzat din siliciu se vede în figura 4.16*b* [25]. Rezultatul este obţinut pentru o distribuţie exponenţială a impurităţilor în bază. Valoarea mobilităţii depinde şi de profilul impurităţilor.

Pe lîngă micşorarea timpului de tranzit prin bază şi deci creşterea frecvenţei de lucru, tranzistorul de drift prezintă şi alte avantaje. Concentraţia mică a impurităţilor la capătul bazei de lîngă colector micşorează capacitatea colectorului şi creşte tensiunea de străpungere a joncţiunii colector-bază. Concentraţia mare a impurităţilor la capătul bazei de lîngă emitor face mai puţin probabilă străpungerea tranzistorului prin perforare.

4.5. AMPLIFICAREA. STRĂPUNGEREA A DOUA

În aplicaţiile uzuale tranzistorul este folosit ca amplificator, oscilator sau dispozitiv de comutare, fiind un element de circuit activ, lucru esenţial pentru îndeplinirea funcţiei de amplificator. Tranzistorul este un dispozitiv activ polarizat de la o sursă de curent continuu. În conexiunea cu emitorul comun se poate folosi o singură sursă de curent continuu pe cînd în conexiunea cu baza comună sînt necesare două surse de curent continuu pentru polarizarea tranzistorului. În practică întîi se fixează un punct de funcţionare în regiunea activă a tranzistorului, adică anumite valori ale curenţilor de emitor şi de colector şi ale tensiunilor pe joncţiunile tranzistorului. Punctul de funcţionare se specifică prin curentul continuu de colector (sau de emitor) şi prin tensiunea continuă colector-emitor în cazul conexiunii cu emitorul comun sau colectorul comun, ori prin curentul continuu de colector (sau emitor) şi tensiunea continuă colector-bază în cazul conexiunii cu baza comună. El se găseşte grafic ducînd dreapta de sarcină a caracteristicilor de colector, în acelaşi mod ca la circuitul cu o diodă sau o pentodă. Figura 4.20 *a* prezintă un amplificator uzual cu tranzistor în conexiunea cu emitorul comun.

Figura 4.20*b* ilustrează caracteristicile de colector, dreapta de sarcină BC (are panta $1/R_1$) şi un punct de funcţionare A ales astfel încît curentul bazei să aibă posibilitate de variaţie maximă. Valorile numerice depind de tranzistorul ales. În cazul de faţă rezistenţa de sarcină R_1 este de 4 kΩ, V_{0c} este de 10 V , V_{cc} este de 5V pentru un curent de colector I_c de 1,25 mA (dreapta de sarcină satisface relaţia $V_{0c} = V_{cc} + I_c R_1$). Se observă că punctul de funcţionare ales A corespunde curentului bazei egal cu 20μA pentru care, aşa cum reiese din caracteristica de intrare, este necesară o tensiune V_{be} cuprinsă între 100 şi 200 mV. Cum bateria V_{bb} are o tensiune de 1,5 V este necesară o rezistenţă de intrare R_2 în jur de 100 kΩ. Semnalul alternativ de amplificat se aplică pe baza tranzistorului prin intermediul capacităţii C_2, iar semnalul amplificat se culege pe rezitenţa de sarcină R_1 şi este separat de

componenta continuă prin intermediul capacității C_1. Presupunem că aplicăm un semnal alternativ care produce un curent al bazei de 10μA. Aceasta înseamnă că semnalul obligă tranzistorul să urmeze porțiunea de pe dreapta de sarcină cuprinsă între punctele D și E, pentru că $I_b(A) - I_b(E) = I_b(D) - I_b(A) = 10$ μA, corespunzînd celor două alternanțe ale semnalului.

Citind variația în curentul de colector pe axa verticală observăm că ea este $\Delta I_c = 1{,}75 - 0{,}8 = 0{,}95$ mA, iar variația în tensiunea de

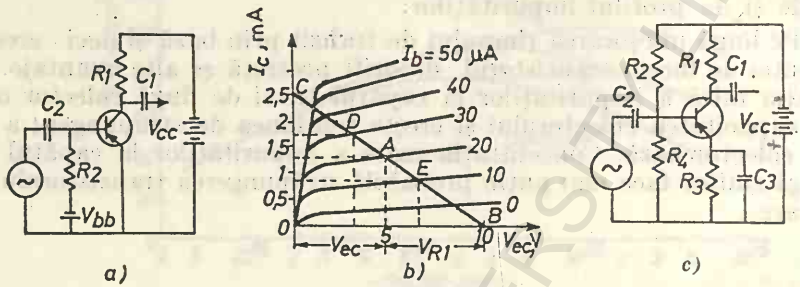


Fig. 4.20. — Circuit de amplificare cu emitorul comun (*a*) și dreapta de sarcină a caracteristicilor de colector (*b*). Circuit de amplificare cu emitorul comun cu o singură baterie de alimentare și care asigură stabilitatea cu temperatura a punctului de funcționare (*c*).

colector-emitor pe axa orizontală găsim că este $\Delta V = 7 - 3 = 4$V. Aceste valori împărțite la doi ne dau curentul și, respectiv, tensiunea alternativă de ieșire, de unde rezultă puterea alternativă de ieșire $P \simeq \simeq 0{,}95$ mW. Cum puterea alternativă de intrare este cu aproximativ două ordine de mărime mai mică decît aceasta (așa cum reiese pe caracteristica de intrare prezentată în figura 4.8*a*, variația tensiunii de intrare bază-emitor este de zeci de mV pentru o variație a curentului bazei de 10 μA), rezultă o amplificare a ei. Surplusul de putere este luat de la bateria de curent continuu, tranzistorul ca element activ de circuit nu face altceva decît să convertească puterea continuă în putere alternativă.

Performanțele depind de alegerea rezistenței de sarcină și de proiectarea detaliată a amplificatorului. În practică nu se folosește circuitul din figura 4.20*a* datorită inconvenienței, pe de o parte, că bateriile sînt separate și, pe de altă parte, datorită instabilității punctului de funcționare cu temperatura. Un amplificator cu o singură baterie și care asigură stabilitatea punctului de funcționare este reprezentat pe figura 4.20*c*.

Deplasarea punctului de funcționare cu temperatura se datorează în special variației cu temperatura a lui V_{eb} și I_{c0}. Cea mai mare contribuție la acest fenomen o aduce I_{c0} care este foarte sensibil cu temperatura; el se dublează pentru o creștere a temperaturii cu 8—10°C în tranzistorii din germaniu și pentru o creștere a temperaturii cu 5°C în tranzistorii din siliciu (la temperaturi moderate). Fenomenul este important în montajul cu emitorul comun unde I_{c0} constituie o parte însemnată din curentul de colector. Ca atare cu creșterea temperaturii caracteristicile de colector (fig. 4.19*b*) se deplasează în sus și amplificatorul poate distorsiona semnalul alternativ dacă acesta este mare (punctul de funcționare se deplasează în sus pe dreapta de sarcină și se poate ajunge ca să nu se poată obține la ieșire decît o semialternanță, dacă acesta ajunge

în C). În plus, cu creşterea curentului creşte disiparea de putere care duce la creşterea temperaturii, aceasta ducînd la creşterea curentului ş.a.m.d., şi se poate atinge o valoare a temperaturii la care tranzistorul să se distrugă (prin topirea materialului).

În tranzistorii din siliciu, unde I_{c0} este extrem de mic, joacă rol important variaţia cu temperatura a tensiunii emitor-bază V_{eb}, spre deosebire de tranzistorii din germaniu unde rolul predominant îl joacă $I_{c0} \cdot V_{eb}$ scade cu aproximativ 2 mV pe grad Celsius atît în tranzistorii din siliciu cît şi în cei din germaniu. Pentru ca amplificatorul să poată fi folosit pe un domeniu larg de temperatură circuitului i se aduc îmbunătăţiri astfel că creşterea curentului continuu de ieşire datorată temperaturii să conducă la micşorarea tensiunii de polarizare de la intrare printr-un proces de reacţie negativă ceea ce să determine micşorarea curentului continuu de ieşire. Circuitul care se foloseşte în mod normal se vede pe figura 5.20 unde rezistenţa R_3 produce reacţia negativă de tensiune continuă proporţională cu curentul de emitor (şi deci de colector) iar divizorul de tensiune R_2, R_4 păstrează valoarea potenţialului pe bază constant. Capacitatea C_3 este pusă pentru a se înlătura reacţia negativă de tensiune alternativă. Componentele circuitului din figura 4.20 se proiectează după tranzistorul folosit şi după nevoi; de exemplu pentru $R_3 = 1\text{k}\Omega$, R_2 şi R_4 sînt de 60 kΩ şi, respectiv, 10 kΩ.

Analiza amplificării pe baza caracteristicilor curent-tensiune poartă numele de analiză grafică. Ea se utilizează în special la semnal mare. La semnal mic se foloseşte metoda circuitului echivalent care este o metodă analitică [26—30].

Tranzistorul de putere. Tranzistorul de putere se foloseşte pentru amplificarea de putere şi pentru a se obţine o putere mare la ieşire. Puterea maximă de ieşire este limitată în principal de efectele termice ale curentului electric. Cu creşterea puterii creşte temperatura joncţiunii, T_j, şi valoarea ei maximă, $T_{j,\max.}$ este limitată de temperatura la care regiunea bazei devine intrinsecă. Din această cauză peste $T_{j,\max.}$ dispare funcţia de tranzistor a dispozitivului deoarece colectorul devine practic scurtcircuitat cu emitorul. În al doilea rînd nu trebuie depăşită o temperatură limită din motive de siguranţă în funcţionare şi pentru evitarea unei îmbătrîniri timpurii a tranzistorului. Temperatura maximă a joncţiunii este pentru dispozitivele din germaniu între 70 şi 110°C (valori tipice 85 sau 100°C) iar pentru dispozitivele din siliciu între 125 şi 210°C (valori tipice 175 sau 200°C). Astfel, puterea maximă este limitată în afară de unele caracteristici intrinseci ale materialului (cu cît banda interzisă este mai mare cu atît $T_{j,\max.}$ este mai mare) şi de condiţiile de transmitere a căldurii. Condiţiile de transmitere a căldurii sînt relativ complicate deoarece intervin atît fenomene de conducţie cît şi fenomene de radiaţie şi convecţie; ele depind de asemenea de geometria tranzistorului şi de condiţiile de încapsulare. Materialul care are conductivitate termică mai mare are posibilitatea unei transmisii mai rapide a căldurii. La tranzistoarele de mică putere transmisia căldurii se face direct de la carcasă spre mediul ambiant fără utilizarea unor mijloace speciale de răcire. La tranzistoarele de putere căldura disipată este transmisă spre mediul înconjurător prin mijloace speciale de răcire (convecţie suplimentară, suprafeţe de răcire-radiatoare). Un rol important îl joacă tem-

peratura mediului înconjurător. Pentru tranzistoarele de mică putere se dă în foile de catalog rezistența termică, R_{th}, definită prin relația

$$R_{th} = \frac{T_j - T_a}{P}, \tag{4.58}$$

unde T_j este temperatura joncțiunii, T_a — temperatura mediului ambiant și P — puterea electrică disipată. Pe figura 4.21 este reprezentată puterea

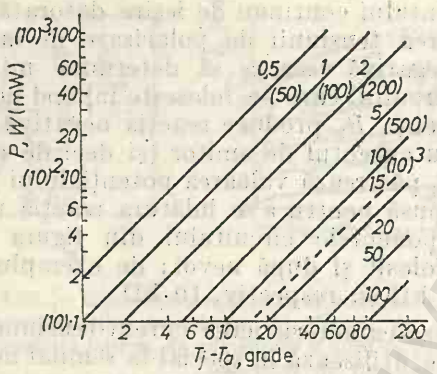


Fig. 4.21. — Dependența puterii disipate, P, de diferența de temperatură $T_j - T_a$. Parametrul este rezistența termică R_{th} în °C/W.

maximă disipată funcție de diferența de temperatură $T_j - T_a$ pentru R_{th} ca parametru [31].

Tranzistoarele de mică putere sînt cele care au rezistența termică R_{th} mai mare decît 15°C/W. Pentru tranzistoarele de mare putere se definește o rezistență termică internă

$$R_{thi} = \frac{T_j - T_c}{P}, \tag{4.59}$$

unde T_c este temperatura carcasei. Ca tranzistoare de putere sînt considerate acele tranzistoare pentru care rezistența termică R_{thi} este mai mică decît 15°C/W. Se mai definește pentru tranzistoarele de putere și o rezistență termică între carcasă și suprafața de răcire. Tranzistoarele de putere sînt caracterizate în foile de catalog prin R_{thi} în absența unei convecții suplimentare și radiatorului. Caracterizarea tranzistorului prin relațiile de mai sus se face cînd acesta lucrează în regim static și puterea disipată este constantă în timp. Se poate mări puterea de lucru a tranzistorului dacă se lucrează în impulsuri (deoarece există o oarecare întîrziere între creșterea temperaturii și creșterea puterii disipate). Cu cît lărgimea pulsului este mai mică cu atît puterea disipată poate să fie mai mare. Problema este ca în timpul pulsului temperatura joncțiunii să nu atingă $T_{j,\max}$. În afară de limitarea termică prezentată mai sus un rol important în limitarea puterii tranzistorului îl joacă străpungerea a doua care limitează nu numai puterea tranzistoarelor ci și a altor dispozitive cu semiconductoare. Ea se manifestă prin micșorarea căderii de tensiune pe dispozitiv și creșterea curentului odată cu filamentarea acestuia, ceea ce poate duce la distrugerea dispozitivului. Inițial, fenomenul celei de a doua stră-

pungeri a fost descris de Thornton și Simmons [32]; a fost studiat, de asemenea în [33—35]. Distrugerea dispozitivului se face prin topire, datorită creșterii locale a temperaturii cauzată de creșterea curentului în filament. Apar așa-numitele spoturi calde (de temperatură înaltă). Trei categorii de probleme se pun în legătură cu etapele de dezvoltare ale străpungerii a doua : *a* — cauzele care să explice constricția curentului, în filament, ceea ce duce la creșterea locală a temperaturii în cristal; *b* — mecanismele care să explice micșorarea puternică a căderii de tensiune pe dispozitiv și *c* — modelele fizice care să descrie starea cristalului după a doua străpungere. Amintim deocamdată trei cauze care ar duce la filamentarea curentului. Creșterea locală a densității curentului poate fi legată pe de o parte de prezența neomogenităților în cristalul însuși care condiționează variații locale ale rezistivității și ale tensiunii de străpungere, iar pe de altă parte de neomogenitățile care apar în timpul procesului de fabricare a tranzistorului (contact prost în diferite puncte, lărgime diferită a bazei în diverse puncte, conductivitate slabă a căldurii). A treia cauză a filamentării curentului este apariția cîmpurilor electrice transversale în bază după prima străpungere (în stratul de baraj colector-bază) fără să fie necesară existența neomogenităților locale. Ne vom opri mai întîi asupra acestei ultime cauze. Datorită străpungerii în avalanșă, în stratul de baraj colector-bază se generează un număr mare de perechi electron-gol și electronii trec în bază ca purtători majoritari (ne referim la tranzistorul $p—n—p$). Acest fapt determină apariția unui cîmp electric îndreptat către centrul de simetrie al bazei și la o distribuție neuniformă a tensiunii emitor-bază de-a lungul suprafeței emitorului fig. 4.22) ceea ce face ca pe regiunea centrală a joncțiunii emitor-bază să cadă o tensiune directă mai mare și ca atare să existe o intensitate locală

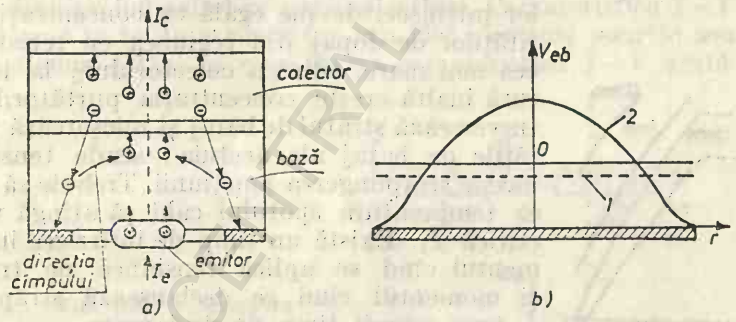
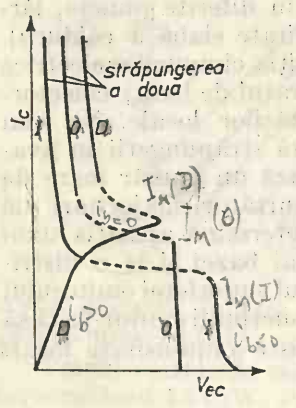


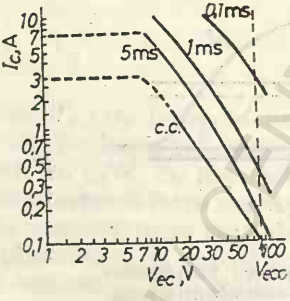
Fig. 4.22. — Filamentarea curentului electric : *a* — mișcarea purtătorilor de sarcină în domeniul de filamentare a curentului ; *b* — distribuția tensiunii emitor-bază de-a lungul razei *r* a emitorului : curba *1* — absența efectului de filamentare, stratul de baraj este epuizat în purtători liberi ; curba *2* — prezența efectului de filamentare, centrul stratului de baraj este deplasat în direcția permisă.

mai mare a injecției. Creșterea densității curentului de emitor în regiunea centrală duce la îngustrarea domeniului sarcinii spațiale în centrul joncțiunii colector-bază și la creșterea cîmpului electric, ceea ce duce la creșterea în continuare a curentului în filament ș.a.m.d. Procesul de filamentare se face rapid și ca atare are loc trecerea rapidă a tranzistorului în regimul străpungerii a doua [36].

Aceasta se numeşte filamentare determinată de curent deoarece ea este legată de apariţia cîmpului transversal în bază, adică are natură electrică. În mod corespunzător străpungerea a doua se numeşte străpungere „în modul" de curent. Există însă şi o străpungere a doua „în modul de temperatură". Filamentarea datorată temperaturii determinată de instabilitatea termică internă a tranzistorului este legată de existenţa structurii neomogene a acestuia, de stări de microplasmă localizate. Acest efect explică rezultatele experimentale ale apariţiei străpungerii a doua chiar cînd curentul bazei este invers, adică atunci cînd caracteristicile (de ieşire) sînt sub caracteristicile corespunzătoare lui $I_b = 0$. Un exemplu este arătat în figura 4.23*a* unde sînt trasate caracteristicile de ieşire în cazul cînd apare străpungerea a doua pentru trei valori ale curentului bazei : $I_b > 0$, curba D, $I_b < 0$, curba I şi $I_b = 0$, curba 0.



a.



b.

Fig. 4.23. — Curentul de colector funcţie de tensiunea colector-emitor, cînd apare străpungerea a doua (*a*); limitarea funcţionării tranzistorului (*b*).

Problema instabilităţii unui proces electrotermic închis este legată atît de conducţia curentului electric şi de conversia energiei electrice în energie termică (prin efect Joule) cît şi de transmisia căldurii în condiţiile date : variaţia temperaturii de la punct la punct este determinată de existenţa unui cîmp transversal în bază sau de neomogenităţile cristalului ori configuraţia dispozitivului. Fie că străpungerea a doua este cauzată electric sau termic, în condiţiile filamentării curentului apar straturi localizate de temperatură înaltă (spoturi calde). Declanşarea străpungerii a doua începe din momentul cînd temperatura spotului cald atinge o valoare critică, T_1. Aceasta este temperatura la care concentraţia purtătorilor intrinseci devine egală cu concentraţia impurităţilor de dopaj din regiunea cu rezistivitatea cea mai mare, adică a colectorului ; la temperatură înaltă creşte concentraţia purtătorilor care traversează stratul de baraj şi micşorează proprietăţile de baraj ale acetuia : scade tensiunea şi începe străpungerea joncţiunii. Trebuie să se evite ca temperatura spotului cald să atingă valoarea critică T_1. Există un timp de întîrziere între momentul cînd se aplică tensiunea pe tranzistor şi momentul cînd se declanşează străpungerea a doua, numit timp de declanşare.

Lucrul în impulsuri dă posibilitatea ca tranzistorul să funcţioneze la puteri mai mari. Pentru ca tranzistorul să nu se distrugă în timpul funcţonării se specifică aria de siguranţă de funcţionare. Un exemplu este arătat pe figura 4.23*b* pentru un tranzistor cu siliciu în configuraţia cu emitorul comun [37]. Datele sînt calculate pentru o temperatură a joncţiunii T_j de 150°C. Curbele pline reprezintă limitele impuse de a doua străpungere cînd se lucrează în curent continuu şi în regim de impulsuri (duratele pulsurilor sînt indicate pe curbe) ; se observă că cu cît lărgimea pulsului este mai mică cu atît curentul de colector este mai mare.

Liniile drepte întrerupte reprezintă limitarea termică a tranzistorului despre care am vorbit mai înainte iar linia întreruptă verticală reprezintă limitarea datorită primei străpungeri.

În încheiere ne oprim puțin asupra formei caracteristicilor de pe figura 4.22 care se numesc caracteristici de tip S, deoarece au forma unei litere *S*. Scăderea tensiunii (pe porțiunea de rezistență negativă) se datorează la mai multe cauze [35]: *a* — variația rezistivității materialului cu variația temperaturii; *b* — variația concentrației purtătorilor injectați; *c* — variația densității curentului însuși; *d* — variația geometriei regiunii colectorului datorită efectului Kirk. Primele două cauze nu depind de variația densității de curent. Amintim că Dumke [38] a arătat că poate să apară o caracteristică $I-V$ de tip S și datorită fotoconducției interne adică datorită creșterii concentrației purtătorilor prin absorbția luminii emisă dintr-o altă regiune a dispozitivului unde are loc recombinare radiantă.

4.6. STRUCTURI $p-n-p-n$. TIRISTORUL

O structură $p-n-p-n$ (fig. 4.24*a*) are o caracteristică $I-V$ de tip S (figura 4.24*b*).

Ea conține trei joncțiuni $p-n$ legate în serie, notate cu J_1, J_2, J_3. Cînd se folosesc electrozi numai la cele două regiuni de la capete P_1 și N_2 (figura 4.24*a*) structura se numește diodă Shockley, iar cînd se folosește un al treilea electrod, aplicat la regiunea P_2, structura se numește tiristor (fig. 4.24*c*); acest al treilea electrod se numește electrod poartă. Structura se poate folosi și cu al doilea electrod poartă, aplicat la regiunea N_1, funcționînd astfel cu patru electrozi. Caracteristica $I-V$ este de aceeași formă în toate cazurile (cu sau fără electrozi poartă) așa cum se vede pe figura 4.24*b*. În sens invers caracteristica $I-V$ arată ca la o

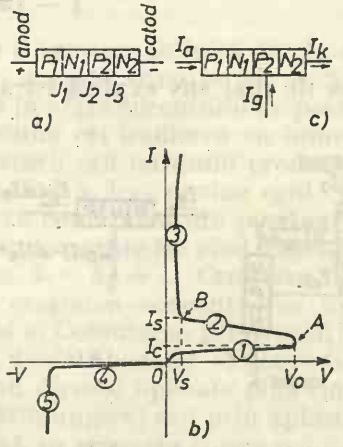


Fig. 4.24. — Structura $p-n-p-n$ (*a*) și caracteristica sa $I-V$ (*b*); tiristorul (*c*).

joncțiune obișnuită, o regiune de blocare (*4*) și o regiune de străpungere (*5*). În sens direct caracteristica $I-V$ are trei regiuni distincte. Regiunea *1* este regiunea în care dispozitivul este în starea de blocare, prezentînd

o impedanță mare (poziția NU). Regiunea *2* este regiunea de rezistență negativă iar regiunea *3* este regiunea de impedanță mică, în care dispozitivul se află în poziția DA. Astfel, în sens direct structura $p-n-p-n$ este un dispozitiv bistabil și se folosește în comutare. În punctele A și B, $dV/dI = 0$. În punctul A definim tensiunea de comutare V_0 și curentul de comutare I_c iar în punctul B definim tensiunea de susținere V_s și curentul de susținere I_s. Funcționarea structurii $p-n-p-n$ se poate înțelege cel mai bine dacă o considerăm ca doi tranzistori, un tranzistor $p-n-p$ și un tranzistor $n-p-n$, care au joncțiunea din mijloc comună : colectorul unui tranzistor este atașat la baza celuilalt și invers. Figura 4.25 arată o astfel de despărțire artificială a unei structuri $p-n-p-n$, unde curenții asociați la fiecare din părțile $p-n-p$ și $n-p-n$ ale structurii pot fi definiți în același fel ca la tranzistor. Notăm cu α_1 și α_2 factorul de amplificare în curent în configurația cu baza comună pentru tranzistorul $p-n-p$ și, respectiv, $n-p-n$. Curentul bazei tranzistorului $p-n-p$

$$I_{b1} = (1 - \alpha_1) I_a - I_{c01} \qquad (4.60)$$

este egal cu curentul de colector al tranzistorului $n-p-n$

$$I_{c2} = \alpha_2 I_k + I_{c02}, \qquad (4.61)$$

adică putem scrie

$$(1 - \alpha_1) I_a - I_{c01} = \alpha_2 I_k + I_{c02}. \qquad (4.62)$$

În cazul cînd structura are doi electrozi $I_k = I_a$ iar cînd are trei electrozi (tiristor) $I_k = I_a + I_g$. În acest ultim caz rezultă din relația (4.62)

$$I_a = \frac{\alpha_2 I_g + I_{c01} + I_{c02}}{1 - (\alpha_1 + \alpha_2)}. \qquad (4.63)$$

Ecuația de mai sus explică caracteristica $I-V$ a dispozitivului.

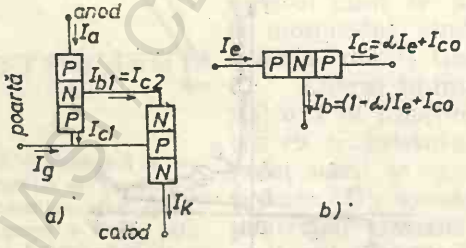


Fig. 4.25. — Structura $p-n-p-n$ poate fi aproximată cu doi tranzistori cu o joncțiune $p-n$ comună (*a*); relațiile dintre curenții unui tranzistor (*b*).

Comutarea din poziția NU în poziția DA are loc atunci cînd numitorul expresiei (4.63) tinde la zero, adică atunci cînd $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ se apropie de valoarea 1. În poziția NU $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$ iar în poziția DA $\alpha_1 + \alpha_2 > 1$. De fapt comutarea din poziția NU în poziția DA are loc atunci cînd $dV/dI_a = 0$, condiție care se atinge în general înainte ca să devină $(\alpha_1 + \alpha_2) = 1$.

α_1 și α_2 reprezintă factorii de amplificare în curent continuu. În curent alternativ, la semnal mic, notăm $\tilde{\alpha}_1$ și $\tilde{\alpha}_2$

$$\tilde{\alpha}_1 \equiv \frac{\partial I_c}{\partial I_a} = \alpha_1 + I_a \frac{\partial \alpha_1}{\partial I_a}, \qquad (4.64)$$

$$\tilde{\alpha}_2 \equiv \frac{\partial I_c}{\partial I_k} = \alpha_2 + I_k \frac{\partial \alpha_2}{\partial I_k}.$$

În general α crește cu creșterea curentului astfel că $\tilde{\alpha}$ este mai mare decît α. Se poate arăta că condiția de comutare se obține cînd $(\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2) = 1$ [39, 40]. Vom arăta acest lucru pentru cazul cînd comutarea are loc prin variația curentului de poartă. Cînd curentul de poartă I_g crește cu o cantitate mică ΔI_g, curentul anodic crește cu ΔI_a și curentul catodic crește cu

$$\Delta I_k = \Delta I_a + \Delta I_g. \qquad (4.65)$$

Joncțiunea din mijloc joacă rol de joncțiune colector-bază atît pentru tranzistorul $p-n-p$ cît și pentru tranzistorul $n-p-n$. Ea colectează curentul de goluri $\tilde{\alpha}_1 \Delta I_a$ și curentul de electroni $\tilde{\alpha}_2 \Delta I_k$; suma acestor două componente trebuie să fie egală cu variația curentului anodic

$$\Delta I_a = \tilde{\alpha}_1 \Delta I + \tilde{\alpha}_2 \Delta I_k. \qquad (4.66)$$

Din aceste două relații rezultă

$$\frac{\Delta I_a}{\Delta I_g} = \frac{\tilde{\alpha}_2}{1 - (\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2)}. \qquad (4.67)$$

O creștere mică în I_g produce o creștere infinită în I_a atunci cînd $\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2$ devine egal cu unitatea; în această situație $\Delta I_a = \Delta I_k$. Pentru comutarea dispozitivului $p-n-p-n$ în afara curentului de poartă se poate folosi variația temperaturii sau tensiunii ori iradierea cu lumină sau alte particule. O creștere mică a temperaturii sau tensiunii produce de asemenea o creștere infinită în I_a atunci cînd $\alpha_1 + \alpha_2$ devine egal cu unitatea. Oricare din metode se folosește pentru comutarea din poziția NU în poziția DA a structurii $p-n-p-n$, comutarea are loc cînd curentul atinge o valoare suficient de mare pentru ca $\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 = 1$. Creșterea temperaturii duce la creșterea curentului (prin creșterea concentrației de purtători generați termic) și deci la creșterea lui α. Comutarea prin variația tensiunii, metodă care se folosește în special la dioda Shockley se poate face pe două căi: prin creșterea ușoară a tensiunii directe aplicate pînă cînd se atinge valoarea tensiunii de comutare (de străpungere) sau prin aplicarea rapidă a tensiunii anodice (aceasta din urmă se numește comutare dV/dt). Procesul prin care crește $\alpha_1 + \alpha_2$ în cazul creșterii tensiunii aplicate este multiplicarea în avalanșă în joncțiunea din mijloc. Comutarea dV/dt este legată de faptul că creșterea rapidă a tensiunii anodice duce la creșterea curentului de deplasare $d(CV)/dt$, unde C este capacitatea joncțiunii din mijloc.

Variația curentului de deplasare poate conduce la condiția $\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2 = 1$, adică la comutare. Cînd structura $p-n-p-n$ se află în condiția NU, distribuția tensiunii la polarizare directă arată ca în figura 4.26*a*

Joncțiunile J_1 și J_3 sînt polarizate direct, în timp ce joncțiunea J_2 este polarizată invers, astfel că tensiunea totală $V = V_1 + V_2 + V_3$. După comutare, în poziția DA, distribuția tensiunilor pe cele trei joncțiuni arată ca în figura 4.26*b*, adică și joncțiunea din mijloc devine polarizată

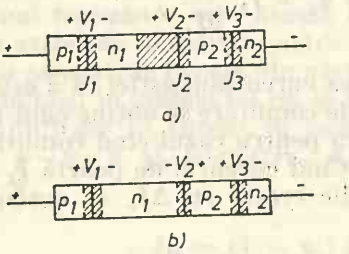


Fig. 4.26. — Structura $p-n-p-n$ în condiția NU (*a*) și în condiția DA (*b*).

direct și tensiunea totală $V = V_1 - |V_2| + V_3$ are o valoare mult mai mică decît în cazul cînd tranzistorul se află în poziția NU. Procesul fizic responsabil pentru comutare este următorul. Întîi, el este legat în principal de joncțiunea din mijloc J_2. Dacă I_a este curentul anodic și I_k este curentul catodic, atunci rata de injecție a golurilor din stînga în regiunea N_1 și rata de injecție a electronilor din dreapta în regiunea P_2 sînt $\alpha_1 I_a/q$ și respectiv, $\alpha_2 I_k/q$. Deoarece curentul care trece prin joncțiunea din mijloc este I_a, numai I_a/q purtători din numărul total de purtători $(\alpha_1 I_a + \alpha_2 I_k)/q$ vor putea trece pe secundă prin joncțiune din mijloc.

Restul purtătorilor injectați se vor îngrămădi la marginile joncțiunii din mijloc, golurile în regiunea N_1 și electronii în regiunea P_2. Aceasta face ca în aceste regiuni concentrațiile purtătorilor minoritari să depășească valorile lor de echilibru, ceea ce duce la variația polarizării joncțiunii din mijloc. Variația are loc imediat ce $\alpha_1 + \alpha_2$ se apropie de valoarea egală cu unitatea; joncțiunea din mijloc trece rapid din condiția de polarizare inversă în condiția de polarizare directă. Acest lucru explică de ce panta curbei $I-V$ din regiunea 2 de pe figura 4. 24 este relativ abruptă.

Tensiunea de comutare V_s scade cu creșterea curentului de poartă I_g și cu creșterea temperaturii [41, 42].

4.7. TRANZISTORUL CU EFECT DE CÎMP

Tranzistorul studiat pînă aici se numește tranzistor bipolar deoarece în funcționarea lui participă ambele tipuri de purtători, electronii și golurile. Am văzut că funcționarea acestui tranzistor se bazează pe injecția purtătorilor minoritari și neutralizarea sarcinii spațiale a acestora de o cantitate adițională de purtători majoritari. Totuși aceasta nu este singura cale de a controla independent curentul din semiconductor. Pe un principiu cu totul diferit funcționează tranzistorul cu efect de cîmp, numit și unipolar (deoarece la conducția curentului electric în acesta participă numai un singur tip de purtători și anume purtătorii majoritari). Toate tipurile de tranzistori unipolari au o regiune semiconductoare îngustă numită

canal care are la cele două capete electrozi, numiți sursă și drenă. Este de așteptat ca comanda tranzistorului să se facă cu o tensiune aplicată pe un al treilea electrod, cunoscut aici sub numele de poartă prin intermediul căruia se poate varia rezistența canalului și deci curentul sursă-drenă. Astfel, sursa, drena și poarta îndeplinesc aceleași funcții ca emitorul, colectorul și baza unui tranzistor bipolar.

Deosebirea externă esențială între cele două clase de tranzistori este că comanda în tranzistorul bipolar se face prin intermediul curentului bazei în timp ce în tranzistorul unipolar se face prin intermediul tensiunii de poartă. Curentul de poartă în tranzistorul unipolar nu este un curent de conducție și poate fi făcut extrem de mic, astfel că impedanța de intrare a tranzistorului unipolar poate fi mult mai mare decît a tranzistorului bipolar. În toate tipurile de tranzistori unipolari controlul rezistenței sursă-drenă se face prin variația numărului de purtători liberi din canal (a lărgimii canalului) cu ajutorul tensiunii de poartă. Această variație se datorează cîmpului electric determinat de tensiunea de poartă și din acest motiv tranzistorul unipolar se numește tranzistor cu efect de cîmp. Există două tipuri principale de tranzistori cu efect de cîmp care diferă prin localizarea canalului și prin metoda exactă de control a rezistenței acestuia. În tranzistorul cu efect de cîmp „de suprafață" (sau cu poartă izolatoare) canalul de conducție este chiar la suprafața semiconductorului și electrodul poartă este separat electric de semiconductor prin intermediul unui strat subțire de oxid. Din acest motiv acest tranzistor se mai numește și tranzistor metal-oxid-semiconductor (MOS) sau tranzistor metal-izolator-semiconductor (MIS). În tranzistorul cu efect de cîmp cu joncțiuni canalul de conducție se află în volumul semiconductorului și lărgimea lui este controlată de către stratele de baraj ale celor două joncțiuni p-n adiacente lui, care sînt polarizate invers. În acest paragraf ne vom ocupa de tranzistorul cu efect de cîmp cu joncțiuni (fig. 4.27).

Pe o plăcuță de siliciu de tip p, puternic dopat, se crește un strat epitaxial de siliciu de tip n, de grosime de cîțiva μm, slab dopat. Prin fața superioară a stratului de tip n se realizează prin difuzie o regiune de tip p puternic dopată de o asemenea lărgime încît să rămînă un canal de tip n între această regiune și substratul inițial. Regiunile p de sus și de jos

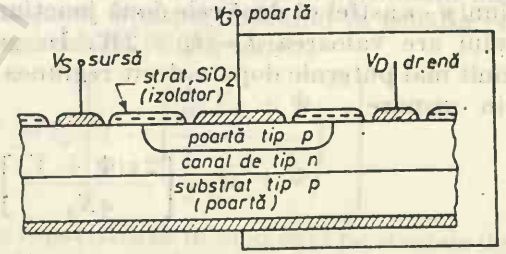


Fig. 4.27. — Tranzistorul cu efect de cîmp cu joncțiuni.

constituie poarta. Electrozii sursă, dren și poartă se realizează prin depunerea aluminiului în vid. Canalul de tip n este mărginit în acest fel de două joncțiuni p—n care se polarizează invers. Aceasta înseamnă că V_G trebuie să fie negativ față de V_S și V_D. Deoarece purtătorii majoritari din regiunea canalului se mișcă în mod normal de la sursă spre drenă este necesar ca V_D să fie mai mare decît V_S pentru ca cîmpul electric să antreneze electronii în direcția normală. Comanda curentului sursă-drenă prin inter-

mediul tensiunii de poartă se realizează prin penetrația tot mai accentuată a regiunilor de sarcină spațială (stratelor de baraj) ale celor două joncțiuni $p-n$ în canal, reducînd lărgimea acestuia, odată cu creșterea polarizării inverse a celor două joncțini $p-n$.

Prin îngustarea canalului crește rezistența dintre sursă și drenă și se micșorează curentul de drenă. Polarizarea inversă a celor două joncțiuni $p-n$ are importanță dublă : întîi izolează canalul de cele două regiuni de tip p și în al doilea rînd dă posibilitatea variației puternice a lărgimii

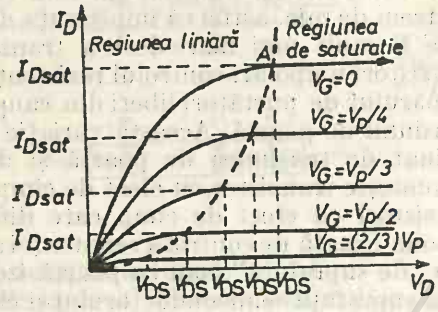


Fig. 4.28. — Caracteristicile curent-tensiune ale tranzistorului cu efect de cîmp cu joncțiuni.

canalului. Curentul de poartă este curentul invers al joncținilor $p-n$. Carateristicile $I-V$ ale tranzistorului cu efect de cîmp sînt arătate pe figura 4.28; caracteristicile $I-V$ reprezintă curentul de drenă funcție de tensiunea de drenă. Se observă că la tensiuni mici de drenă curentul de drenă crește liniar cu tensiunea de drenă și la tensiuni mai mari atinge o saturație.

Cu creșterea tensiunii inverse aplicată pe poartă scade curentul de drenă. Înțelegem intuitiv forma caracteristicilor $I-V$ urmărind ilustrațiile de pe figura 4.29. În figură am reprezentat punctat lărgimile stratelor de baraj ale celor două joncțiuni $p-n$.

Notăm cu l_0 lărgimea maximă a canalului (fig. 4.29), cu L lungimea, cu h grosimea acestuia iar cu W notăm lărgimea stratului de baraj al unei joncțiuni $p-n$ astfel că dacă cele două joncțiuni au aceeași lărgime, lărgimea canalului are valoarea $l = l_0 - 2W$. În general regiunile de poartă p sînt mult mai puternic dopate decît regiunea canalului n, adică $N_a \gg N_d$ și prin urmare

$$W = \left[\frac{2\varepsilon(\Phi + V)}{qN_d}\right]^{1/2}, \tag{4.68}$$

unde ε este constanta dielectrică a semiconductorului, Φ — potențialul de difuzie al unei joncțiuni $p-n$ și V — tensiunea inversă aplicată joncțiunii. Cînd $W = 1/2$, cele două straturi de baraj se ating și canalul este închis. Din această condiție rezultă tensiunea de închidere V_s dată de relația

$$\frac{1}{2} V_s = \frac{qN_d l_0^2}{8\varepsilon} - \Phi, \tag{4.69}$$

unde V_s are valori de cîţiva volţi pentru tranzistorii de tensiune joasă şi de ordinul a 100 volţi pentru tranzistorii de tensiune înaltă.

Rezistenţa canalului se scrie

$$R_c = \frac{L}{q\mu_n N_a h(l_0 - W)}. \tag{4.70}$$

Dacă tensiunea drenă-sursă este mică, pătrunderea stratelor de sarcină spaţială este uniformă în lungul canalului astfel că variaţia

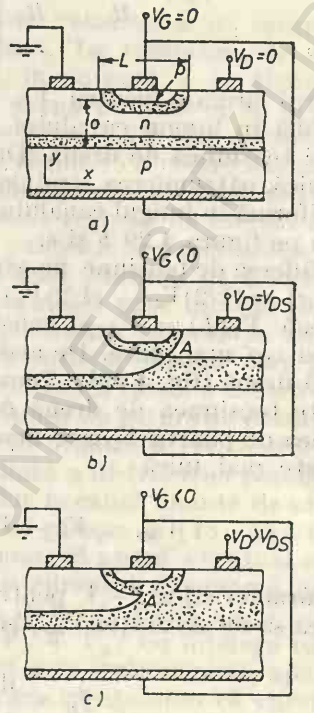


Fig. 4.29. — Vedere în secţiune a tranzistorului cu efect de cîmp cu joncţiuni: *a* — situaţia la echilibru; *b* — punctul de închidere unde straturile de baraj penetrează întregul canal şi se ating; *c* — situaţia după închidere (punctul *a* se deplasează către sursă).

lărgimii stratelor de baraj, şi deci a canalului, este determinată numai de tensiunea de poartă V_G. În această situaţie, înlocuind în ecuaţia (4.68) V cu $(1/2)V_G$ şi avînd în vedere şi relaţia (4.69), scriem

$$l = l_0 - 2W = l_0\left[1 - \left(\frac{\frac{1}{2}V_G + \Phi}{\frac{1}{2}V_s + \Phi}\right)^{1/2}\right]. \tag{4.71}$$

Am considerat că V_G se repartizează în mod egal pe stratele de baraj ale celor două joncţiuni. Rezistenţa canalului (ec. (4.70)) este dată de expresia

$$R_c = R_0 \frac{1}{1 - \left(\frac{\frac{1}{2}V_G + \Phi}{\frac{1}{2}V_s + \Phi}\right)^{1/2}}, \tag{4.72}$$

unde

$$R_0 = \frac{L}{q\mu_n N_d h l_0} . \tag{4.73}$$

Curentul de drenă se scrie funcție de tensiunea sursă-drenă V_D

$$I_D = \frac{V_D}{R_c} = \frac{1}{R_0}\left[1 - \left(\frac{\frac{1}{2}V_G + \Phi}{\frac{1}{2}V_s + \Phi}\right)^{1/2}\right] V_D . \tag{4.74}$$

Prin urmare pentru V_D mic, adică pentru variația de potențial neglijabilă în lungul canalului, există o relație liniară între curentul de drenă și tensiunea de drenă. Dacă tensiunea drenă-sursă nu este neglijabil de mică, pătrunderea stratelor de baraj ale joncțiunilor $p-n$ în canal nu este uniformă în lungul canalului, crescînd de la sursă către drenă, așa cum se vede pe figura 4.29 *b* și *c*.

Căderea de tensiune pe stratul de baraj al unei joncțiuni $p-n$ este $(1/2)V(x) = (1/2)V_G + (1/2)V_D(x)$ și deci variază în lungul canalului. La drenă $V_D(L) = V_D$ și tensiunea inversă aplicată pe joncțiune are valoarea cea mai mare. De aceea închiderea canalului are loc în punctul A, lîngă drenă (fig. 4.29*b*). Tensiunea de închidere, $V_s = V_G + V_{DS}$, unde V_{DS} este tensiunea de drenă de saturație notată pe figura 4.28. Cu cît tensiunea de poartă V_G este mai mare, cu atît tensiunea de drenă de saturație este mai mică

$$V_{DS} = V_s - V_G = \frac{qN_d l_0^2}{4\varepsilon} - 2\Phi - V_G . \tag{4.75}$$

Caracteristica $I-V$ pentru tensiunea de drenă, V_D, mai mică decît valoarea sa de saturație V_{DS}, se obține din relația

$$I_D = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}R_c} = \frac{\mathrm{d}V(x)}{\rho \mathrm{d}x/l(x)h} , \tag{4.76}$$

unde ρ este rezistivitatea canalului $\rho = 1/q\mu_n N_d$ și $\mathrm{d}V/\mathrm{d}x$ este cîmpul în direcția x iar

$$l = l_0 - 2W = l_0\left[1 - \left(\frac{\frac{1}{2}V_G + \Phi + \frac{1}{2}V_D(x)}{\frac{1}{2}V_s + \Phi}\right)^{1/2}\right] . \tag{4.77}$$

Înlocuind (4.77) în (4.76) și integrînd de la sursă (unde $x = 0$, $V_D(x) = 0$) la drenă (unde $x = L$, $V_D(L) = V_D$) obținem ecuația fundamentală a tranzistorului cu efect de cîmp

$$I_D = \frac{1}{R_0}\left\{V_D - \frac{4}{3\left(\frac{1}{2}V_s + \Phi\right)^{1/2}}\left[\left(\frac{1}{2}V_G + \Phi + \frac{1}{2}V_D\right)^{3/2} - \left(\frac{1}{2}V_G + \Phi\right)^{3/2}\right]\right\} . \tag{4.78}$$

Pentru tensiuni de drenă mici, adică $(1/2)V_D < (1/2)V_G + \Phi$, dezvoltînd în serie termenul din paranteză se obține relația (4.74).

Relația (4.78) reprezintă caracteristica $I-V$ a tranzistorului cu efect de cîmp înainte de saturație. În deducerea acestei ecuații am presupus că variația lărgimii canalului în lungul său de la sursă la drenă se face suficient de lent astfel că în fiecare punct al canalului să se poată considera problema unidimensională pentru analiza regiunii de sarcină spațială. Dacă lărgimea canalului variază rapid problema trebuie rezolvată pentru o distribuție bidimensională a sarcinii.

Cu creșterea tensiunii de drenă peste valoarea sa de saturație V_{DS} curentul de drenă rămîne practic constant. La tensiunea de saturație are loc închiderea canalului lîngă drenă, în punctul A pe figura 4.29*b*. Cu creșterea mai departe a tensiunii de drenă punctul A se deplasează către electrodul sursă așa cum se vede pe figura 4.29*c* iar curentul curge traversînd o regiune de sarcină spațială, regiune ce crește extinzîndu-se către sursă. Continuitatea curentului se face prin deplasarea purtătorilor injectați din canal în punctul A în această regiune de sarcină spațială. Curentul rămîne practic constant egal cu valoarea sa de saturație (la tensiunea de saturație V_{DS}) deoarece cu creșterea tensiunii de drenă surplusul $V_D - V_{DS}$ cade pe stratul de sarcină spațială care închide canalul și situația este asemănătoare cu creșterea polarizării inverse pe stratul de baraj al joncțiunii colector-bază într-un tranzistor bipolar care nu duce la o creștere sensibilă a curentului de ieșire. Există totuși o ușoară creștere a curentului cu tensiunea de drenă în regiunea de saturație datorită micșorării ușoare a lungimii canalului (și prin urmare a rezistenței lui) cu creșterea tensiunii de drenă. Analiza detaliată a distribuției potențialului, cîmpului electric și concentrației electronilor în canal înainte de saturație, în apropierea saturației și după saturație se găsește în [43—45]. Cu creșterea în continuare a tensiunii de drenă poate să apară eventual străpungerea în avalanșă a diodei poartă-canal și curentul să crească puternic. Străpungerea are loc la capătul canalului de lîngă drenă unde tensiunea inversă are valoarea cea mai mare $V = V_D + V_G$. Se înțelege că cu cît tensiunea de poartă V_G este mai mare cu atît străpungerea apare la o tensiune de drenă V_D mai mică. În încheiere menționăm că curentul de drenă I_D variază cu temperatura datorită variației mobilității purtătorilor și a lui Φ cu temperatura (ec. (4.95)); în general scade cu creșterea temperaturii [46].

4.8. TRANZISTORUL UNIJONCȚIUNE

Tranzistorul unijoncțiune [47] se mai numește și diodă cu baza dublă [48]. Structura tranzistorului unijoncțiune se vede pe figura 4.31*a*. Este constituit dintr-o bară semiconductoare care are o singură joncțiune numită joncțiunea emitor și două contacte ohmice la bază numite baza unu (B_1) și baza doi (B_2). Caracteristica $I-V$ așa cum se vede pe figura 4.30*b* prezintă o rezistență negativă de tip S.

Punctul A de pe caracteristică este punct de pic al tensiunii (tensiunea are valoarea maximă V_p) iar punctul D este punctul de vale al tensiunii (tensiunea are valoarea minimă V_v). În aceste două puncte dV_e/dI_e este egal cu zero. Regiunea de pe caracteristică în care curentul este mai

mic decît I_p este regiune de blocare în care tranzistorul se află în poziția NU iar regiunea în care curentul este mai mare decît I_v este regiunea de saturație, în care tranzistorul se află în poziția DA. Forma caracteristicii $I-V$ arată că tranzistorul unijoncțiune se poate folosi în procesele de comutare. Atîta timp cît tensiunea V_e este mai mică decît tensiunea $V_A = V_{B1A}$ (provenită de la bateria V_b), joncțiunea emitor este polarizată invers și prin circuitul de emitor curge curentul invers de saturație

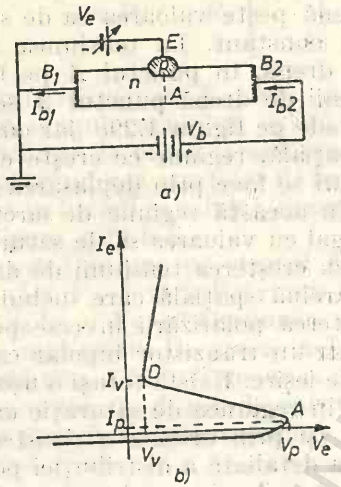


Fig. 4.30. — Tranzistorul unijoncțiune: diagrama schematică (*a*) și caracteristica $I-V$ (*b*).

al joncțiunii $p-n$. Cînd tensiunea V_e atinge valoarea V_A joncțiunea $p-n$ capătă polarizare directă, începe să curgă curentul în sens direct și sînt injectate goluri din regiunea p în bara semiconductoare. Golurile injectate se deplasează sub influența cîmpului electric din bară spre baza B_1 și micșorează rezistența porțiunii barei din stînga punctului A.

Aceasta face să se schimbe distribuția căderii de tensiune pe bară și anume să se micșoreze căderea de tensiune din partea stîngă a barei ceea ce duce la o polarizare și mai mare a joncțiunii $p-n$ în sens direct ceea ce determină în continuare o creștere a concentrației golurilor injectate în bară ș.a.m.d. Această reacție pozitivă este responsabilă pentru rezistența negativă de pe caracteristică și comutarea tranzistorului din punctul de pic A în punctul de vale D. Mărimea regiunii de rezistență negativă este determinată întîi de eficiența joncțiunii. Valoarea absolută maximă a rezistenței negative se obține atunci cînd eficiența de injecție a emitorului este apropiată de unitate, adică pentru ρ_n/ρ_p cît mai mare; ρ_n este rezistivitatea barei (de tip n) și ρ_p este rezistivitatea regiunii p (difuzate). Deoarece procesul de comutare a tranzistorului unijoncțiune depinde de creșterea conductivității barei în regiunea dinspre capătul acesteia polarizat negativ (pentru bara semiconductoare de tip n), este evident că un astfel de dispozitiv poate fi comutat în poziția DA și prin iluminarea acestei regiuni a barei sau prin injecția golurilor în această regiune prin orice mijloc.

BIBLIOGRAFIE

1. J. Bardeen, W. H. Brattain, Phys. Rev., **74**, 230 (1948).
2. W. Shockley, Bell Syst. Tech. J., **28**, 435 (1949).
3. W. M. Webster, Proc. I.R.E., **42**, 914 (1954).
4. S. L. Miller, Phys. Rev., **99**, 1234 (1955).
5. M. Drăgănescu, *Procese electronice în dispozitive semiconductoare de circuit.* Edit. Academiei, Bucureşti, 1964.
6. M. J. Morant, *Introduction to Semiconductor Devices*, London, 1964.
7. S. M. Sze, *Physics of Semiconductor Devices*, J. Wiley, New York, 1969.
8. V. Dolocan, J. Appl. Phys., **40**, 4095 (1969).
9. J. L. Moll, *Physics of Semiconductors*, McGraw-Hill, New York, 1964.
10. L. P. Hunter, *Handbook of Semiconductor Electronics*, McGraw-Hill, New York, 1970; M. Saji, C. H. Leung, K. C. Kao, J. Non-Crystalline Solids, **23**, 147 (1977).
11. J. L. Moll, Proc. I.R.E., **25**, 1773 (1954).
12. J.J. Ebers, J. L. Moll, Proc. I.R.E., **42**, 1761 (1954).
13. W. Shockley, M. Sparks, G. K. Teal, Phys. Rev., **83**, 131 (1951).
14. J. M. Early, Bell Syst. Tech. J., **33**, 517 (1954); C.T. Wright, Electronic Letters, **12**, 37 (1976).
15. R. L. Pritchard, Winter A.I.E.E. Meeting, New York, January, 1954.
16. J. M. Early, Proc. I.R.E., **46**, 1924 (1958).
17. B. Hoeneisen, C. A. Mead, Solid-State Electron, **15**, 891 (1972).
18. C. T. Kirk, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED-9**, 164 (1962).
19. H. K. Gummel, Proc. I.R.E., **49**, 834 (1961).
20. M. B. Das, A. R. Boothroyd, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED-8**, 15 (1961).
21. A. N. Daw, N. K. D. Choudhury, N. Sen Gupta, J. Sinha, Solid-State electron., **16**, 669 (1973); J. R. A. Beale, J. A. G. Slatter, Solid-State Electron., **19**, 549 (1976).
22. A. N. Daw, R. N. Mitra, N. K. D. Choudhury, Solid-State Electron., **10**, 359 (1967).
23. M. B. Prince, Phys. Rev., **92**, 681 (1953).
24. W. Shockley, *Electrons and Holes in Semiconductors*, Van Nostrand, Princeton, N.J., 1950.
25. G. Radi, Solid-State Electron., **15**, 883 (1973).
26. C. A. Lee, Bell Syst. Tech. J., **35**, 23 (1956).
27. J. M. Early, Bell Syst. Tech. J., **32**, 1271 (1953); **32**, 1305 (1953).
28. V. Dolocan, I. Munteanu, M. Sostarich, D. Brâncuş, *Caiet de lucrări de laborator la cursul Semiconductori şi aplicaţii*, Centrul de multiplicare al Universităţii din Bucureşti, 1973.
29. E. G. Nielson, Proc. I.R.E., **45**, 957 (1957).
30. A. van der Ziel, Proc. I.R.E., **48**, 114 (1960); T.E. Wade, A. van der Ziel, Solid-State Electron., **19**, 909 (1976).
31. R. Paul, *Tehnica măsurării tranzistoarelor*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1971.
32. C. G. Thornton, C. D. Simmons, IRE Trans. Electron Devices, **ED-5**, 6 (1958).
33. H. A. Shafft, Proc. IEEE, **55**, 1272 (1967).
34. N. Klein, în *Advances in Electronics and Electron Physics*, Academic Press, New York, 1969.
35. G. Roman, Solid-State Electron., **13**, 961 (1970); S. Y. Yu, G. Thomas, J. Appl. Phys., **48**, 1166 (1977).
36. R. Paul, *Transistoren*, VEB Verlag Technik, Berlin, 1969.
37. L. L. Lehner, Electronics, 105 (1968).
38. W. P. Dumke, *Proc. Intern. Conf. Semiconductors*, 7th, p. 611, Dunod, Paris, 1964.
39. F. E. Gentry, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED-11**, 74 (1964).
40. E. S. Yang, N. C. Voulgaris, Solid-State Electron., **10**, 641 (1967).
41. F. E. Gentry, F. W. Gutzwieler, N. H. Holoniak, E. E. von Zastrow, *Semiconductor controled Rectifiers*, Pentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1964.
42. J. H. Bernard, B. Knuppertz, *Iniţiere în tiristoare*, Edit. tehnică, Bucureşti, 1974.
43. H. Tango, J. I. Wishizawa, Solid-State Electron., **13**, 139 (1970).
44. K. Lehovek, R. Zuleeg, Solid-State Electron., **13**, 1415 (1970).
45. B. Himsworth, Solid-State, Electron., **15**, 1353 (1972); H. Q. Tserng şi colab., IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, **MTT-24**, 936 (1976).
46. H. E. Hallady, A. van der Ziel, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED-13**, 531 (1966); A. Y. Cho, J. V. Di Lorentzo, B. S. Hewitt, W. C. Niehan, W. O. Schlosser, C. Radice, J. Appl. Phys., **48**, 3461 (1977).
47. W. Shockley, G. L. Pearson, J. R. Hayness, Bell Syst. Tech. J., **28**, 344 (1949).
48. I. A. Lesk, V. P. Mathis, I.R.E. Conv. Rec., Part 6, 2 (1953).

CAPITOLUL V

DIODA TUNEL

Dioda tunel a fost realizată pentru prima dată în anul 1958 de către fizicianul japonez Leo Esaki [1].

Dioda tunel este o joncțiune $p-n$ cu cele două regiuni p și n puternic dopate astfel că joncțiunea este suficient de abruptă încît într-un anumit domeniu de polarizare electronii să poată tunela prin bariera de potențial pe

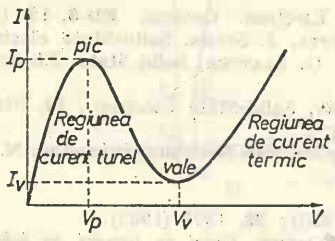


Fig. 5.1. — Caracteristica $I-V$ a diodei tunel la polarizare directă.

stări energetice situate în partea opusă a joncțiunii. Tunelarea legată de structura particulară a benzilor de energie conduce la o caracteristică $I-V$ care prezintă o rezistență negativă la polarizare directă (fig. 5.1). Caracteristica $I-V$ a diodei tunel este de tip N (i se spune așa fiindcă are forma literei N).

Întrucît la tunelare participă purtătorii majoritari, efectul tunel este foarte rapid ceea ce dă posibilitatea să se construiască dispozitive care să lucreze la frecvențe înalte, în domeniul undelor milimetrice. Dioda tunel se folosește ca amplificator și oscilator.

Curentul mare în sens invers și neliniaritatea în jurul originii permit folosirea dispozitivului ca schimbător de frecvență în care caz dioda se numește diodă inversă. Dioda tunel folosită în domeniul rezistenței negative se numește diodă Esaki. În acest capitol vom studia caracteristica $I-V$ și parametrii diodei tunel, schema echivalentă și legătura dintre parametrii diodei tunel.

5.1. CARACTERISTICA $I-V$ A DIODEI TUNEL

Caracteristica $I-V$ a diodei tunel se vede pe figura 5.1. I_p și V_p se numesc curentul și tensiunea de pic iar I_v și V_v se numesc curentul și tensiunea de vale. Forma caracteristicii $I-V$ se poate explica calitativ considerînd procesele de tunelare care au loc într-o joncțiune $p-n$ în care regiunile p și n sînt degenerate.

În semiconductorul degenerat nivelul Fermi pătrunde în banda permisă astfel că la echilibru termic diagrama energetică a diodei tunel arată ca în figura 5.2.

F_n este nivelul Fermi în regiunea n, F_p este nivelul Fermi în regiunea p iar ξ_n și ξ_p sînt pătrunderile nivelelor Fermi în benzile permise în regiunile p și n. La echilibru termic nivelul Fermi coincide în întreg siste-

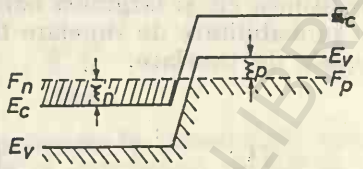


Fig. 5.2.— Diagrama energetică a diodei tunel la echilibrul termic

mul considerat. Pe figura 5.3 sînt ilustrate procesele de tunelare pentru diverse puncte ale caracteristicii $I-V$.

Ilustrația 1 reprezintă situația de echilibru, reprezentată și în figura 5.2, în care are loc tunelarea electronilor dintr-o parte în alta, astfel încît curentul total este zero. La polarizare directă apare un flux net de electroni care tunelează din stările ocupate, din banda de conducție a regiunii n în stările libere din banda de valență a regiunii p. Curentul atinge un maxim cînd suprapunerea stărilor ocupate și libere este maximă (ilustrația 2) și scade la o valoare minimă cînd nu mai există stări permise pentru tunelare de o parte și de alta a barierei (ilustrația 4); în acest ultim caz curentul tunel ar trebui să scadă la zero, însă există un curent finit numit curent de vale datorat tunelării pe cozile de stări și curentului exces (provenit din tunelarea prin intermediul nivelelor locale situate în banda interzisă a semiconductorului) [2—4].

Peste o anumită valoare a tensiunii directe aplicate, prin diodă curge curentul termic care este curentul obișnuit de injecție (cap. III). La polarizare inversă are loc tunelarea electronilor din banda de valență a regiunii p în banda de conducție a regiunii n (fig. 5.4) și curentul crește exponențial cu tensiunea aplicată.

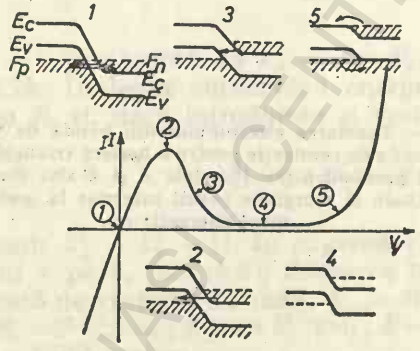


Fig. 5.3.—Ilustrarea schematică a caracteristicii curent-tensiune a diodei tunel.

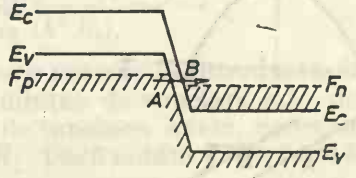


Fig. 5.4.—Tunelarea din banda de valență în banda de conducție în dioda tunel polarizată invers.

În figura 5.5 este reprezentată caracteristica $I-V$ a diodei tunel cu diversele contribuții la curentul direct, iar în figura 5.6 sînt prezentate comparativ caracteristicile $I-V$ experimentale pentru diode tunel din Ge, GaSb, Si, GaAs [5].

5.2. TUNELAREA. METODA WKB

După cum am amintit în capitolul I condițiile necesare pentru tunelare sînt: *1* — să existe stări de energie ocupate în partea de unde tunelează electronii: *2* — să existe stări de energie neocupate de aceeași energie cu cele din (*1*), în partea unde tunelează electronii; *3* — atît înălțimea cît și lărgimea barierei de potențial să fie mici pentru a exista o probabilitate de tunelare finită și, *4* — să se conserve impulsul în procesele de tunelare.

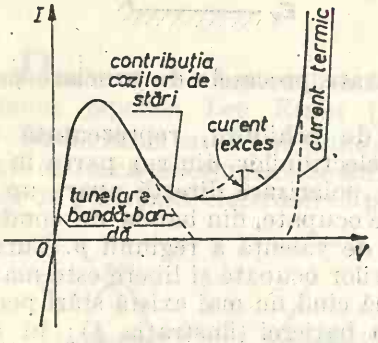


Fig. 5.5. — Caracteristica $I-V$ a diodei tunel cu curentul de vale datorat cozilor de stări și nivelelor locale din banda interzisă.

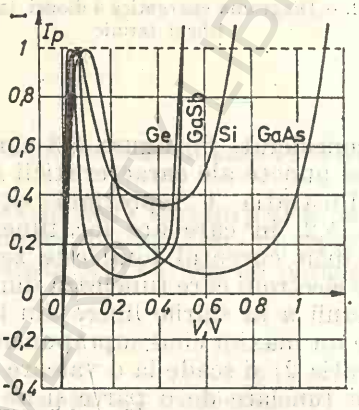


Fig. 5.6. — Comparație între caracteristicile $I-V$ ale diodelor tunel din Ge, GaSb, Si și GaAs. Curentul de pic I_p este normat.

Nu este cunoscută exact forma barierei de potențial pentru un electron care tunelează prin banda interzisă. Se fac în general calcule pe bariere de formă rectangulară, triunghiulară, și parabolică.

Rezultatele pentru probabilitatea de tunelare nu diferă decît printr-un factor numeric. În figura 5.7 *a* și *b* sînt reprezentate o barieră

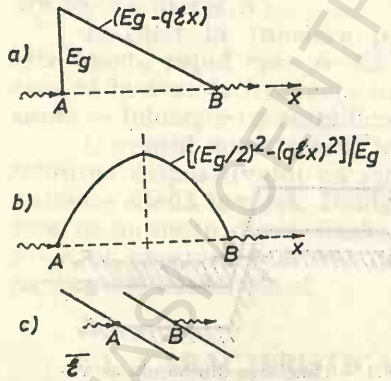


Fig. 5.7. — Tunelarea electronului din banda de valență în banda de conducție pentru o barieră triunghiulară (*a*) și parabolică (*b*). Punctele *A* și *B* sînt două puncte situate la marginile benzii interzise la același nivel energetic (*c*).

triunghiulară și, respectiv, parabolică. Pentru bariera triunghiulară probabilitatea de tunelare este dată de ecuația (1.71) (cap. I) cu $x_A = 0$ și $x_B = x_2$ unde se înlocuiește V_0 cu E_g, deoarece E_g este înălțimea barierei pentru electronul care tunelează. În plus, masa electronului care intră în această expresie este o masă redusă

$$m_r^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}, \qquad (5.1)$$

unde m_c este masa de conducție a electronilor (ec. (1.20)) și m_p — masa golurilor în banda de valență (în cele mai multe cazuri este masa golurilor ușoare). Apariția masei reduse în probabilitatea de tunelare se poate demonstra după cum urmează.

Dacă presupunem că un electron imediat ce a dispărut din banda de valență se comportă ca un electron din banda de conducție (adică timpul de tunelare este infinit mic), din legea conservării energiei rezultă (fig. 5.7*a*)

$$q\mathcal{E}x + E_v - \frac{\hbar^2 k_v^2}{2m_p} = E_c + \frac{\hbar^2 k_c^2}{2m_c} \tag{5.2}$$

Dacă nu are loc nici un fenomen de împrăștiere în procesul de tunelare, din legea conservării vectorului de undă (a impulsului) rezultă $\boldsymbol{k}_v = \boldsymbol{k}_c = \boldsymbol{k}$ și ținînd cont că $E_c - E_v = E_g$, se obține [6]

$$k = \frac{i\sqrt{2m_r(E_g - q\mathcal{E}x)}}{\hbar}, \tag{5.3}$$

unde m_r este dat de expresia (5.1). Introducînd această valoare a lui k în relația (1.68)

$$T_t \simeq \exp\left[-2\int_0^{x_2} |k(x)|\,dx\right],$$

se obține

$$T_t = \exp\left(-\frac{4\sqrt{2m_r}E_g^{3/2}}{3q\hbar\mathcal{E}}\right). \tag{5.4}$$

Relația (5.3) arată că vectorul de undă în banda interzisă este imaginar în timp ce în benzile permise este real. Pentru o barieră de formă parabolică (fig. 5.7*b*) dacă se alege origine $x = 0$ la jumătatea distanței dintre A și B, energia barierei E_b, care satisface condiția $E_b = 0$ la $x = -x_A$ și $x = x_B$ este dată de expresia

$$E_b = \frac{(E_g/2)^2 - (q\mathcal{E}x)^2}{E_g}. \tag{5.5}$$

Se observă că $x_A + x_B = E_g/q\mathcal{E}$, ceea ce este în acord cu diagrama 5.7*b*. În legea conservării energiei (ec. (5.2)), $E_g - q\mathcal{E}x$ se înlocuiește cu E_b și, dacă introducem și vectorul de unda transversal, rezultă

$$k_x^2 = -k_\perp^2 - 2m_r\frac{(E_g/2)^2 - (q\mathcal{E}x)^2}{(\hbar^2 E_g)}, \tag{5.6}$$

unde $k_\perp^2 = k_y^2 + k_z^2$. În expresia (1.68) este necesar să introducem în locul lui k pe k_x (ec. (5.6)) deoarece probabilitatea de tunelare este determinată de vectorul de undă, k_x în direcția de tunelare. Avem, corespunzător, $E_x = \hbar^2 k_x^2/2m_r$; $E_\perp = \hbar k_\perp^2/2m_r$; $E = E_x + E_\perp$. Dacă notăm $y = 2q\mathcal{E}x/(4E_\perp E_g + E_g^2)^{1/2}$ scriem

$$T_t = \exp\left[-2\int_{-x_A}^{x_B} |k(x)|\,dx\right] = \exp\left[-\frac{m_r^{1/2}(4E_\perp E_g + E_g^2)}{\sqrt{2}\,q\,E_g^{1/2}\,\mathcal{E}\,\hbar}\int_{-1}^{1}(1-y^2)^{1/2}dy\right] =$$

$$= \exp\left(-\frac{\pi m_r^{1/2}E_g^{3/2}}{2\sqrt{2}\,q\hbar\mathcal{E}}\right)\exp\left(-\frac{2E_\perp}{\bar{E}}\right);\quad \bar{E} = \frac{\sqrt{2}q\hbar\mathcal{E}}{\pi m_r^{1/2}E_g^{1/2}}. \tag{5.7}$$

Pentru vector de undă transversal egal cu zero

$$T_t = \exp\left(-\frac{\pi\, m_r^{1/2}\, E_g^{3/2}}{2\sqrt{2}\, q\, \hbar\, \mathcal{E}}\right) \tag{5.8}$$

Această expresie este virtual identică cu ecuaţia (5.4) cu excepţia unui factor numeric, care pentru bariera triunghiulară este $4\sqrt{2}/3 = 1{,}88$ şi pentru bariera parabolică este $\pi/2\sqrt{2} = 1{,}11$. Aceste expresii ale probabilităţii de tunelare (pentru barieră triunghiulară şi parabolică) sînt aproximative deoarece este aproximativă expresia probabilităţii dată de ecuaţia (1.71) obţinută în aproximaţia WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) metodă familiară în teoria tunelării particulei libere [7]. Problema este

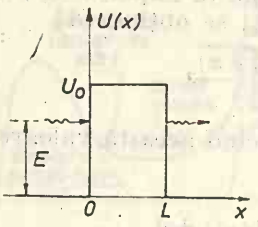


Fig. 5.8. — Tunelarea printr-o barieră rectangulară.

legată de faptul că atît pentru bariera triunghiulară cît şi pentru bariera parabolică energia potenţială (înălţimea barierei) este funcţie de distanţă (fig. 5.7*a* şi *b*). De aceea în deducerea expresiei analitice a probabilităţii de tunelare se recurge la metode aproximative în rezolvarea ecuaţiei Schrödinger care descrie mişcarea electronului. Metoda uzual folosită este metoda WKB al cărei rezultat l-am utilizat în deducerea expresiilor (5.4) şi (5.7) pentru bariera triunghiulară şi, respectiv, parabolică. Metoda WKB se bazează pe presupunerea că energia potenţială, care este modificată de cîmpul electric, este o funcţie care variază slab cu distanţa [7] (Variaţia energiei datorită cîmpului electric, pe o lungime egală cu constanta reţelei, este mică în comparaţie cu lărgimea benzii interzise sau a benzii de valenţă).

Un rezultat exact se obţine pentru barieră rectangulară (fig. 5.8), caz în care energia potenţială este constantă ($U(x) = U_0 = E_g$)

$$T_t = \left[\cosh^2 k L + \frac{1}{4}\left(\frac{k_1}{k} - \frac{k}{k_1}\right)^2 \sinh^2 k L\right]^{-1} \tag{5.9}$$

unde

$$k = \sqrt{\frac{2 m_r (U_0 - E)}{\hbar^2}}\,; \quad k_1 = \sqrt{\frac{2 m_r E}{\hbar^2}}$$

În deducerea acestei expresii s-a neglijat vectorul de undă transversal.

Pentru lărgimea barierei L, foarte îngustă, T_t se apropie de unitate. Pentru lărgime mare a barierei $kL \gg 1$

$$T_t \simeq 4\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{k_1}{k} - \frac{k}{k_1}\right)^2\right]^{-1} \exp(-2kL) \simeq \frac{16E(U_0 - E)}{U_0^2} \exp(-2kL). \tag{5.10}$$

Dacă utilizăm în cazul barierei rectangulare rezultatul aproximației WKB, ecuația (1.68), obținem

$$T_{t,\mathrm{WKB}} = \exp\,(-2kL). \tag{5.11}$$

Raportul dintre $T_{t,\mathrm{exact}}$ dat de ecuația (5.10) și $T_{t,\mathrm{WKB}}$ (ec. (5.11)) este

$$\eta \equiv \frac{T_{t,\mathrm{exact}}}{T_{t,\mathrm{WKB}}} \simeq 4\left[1 + \frac{1}{4}\left(\frac{k_1}{k} - \frac{k}{k_1}\right)^2\right]^{-1} \tag{5.12}$$

Pentru vectorul de undă din apropierea marginii benzii (k mic) $\eta \simeq 16k^2/k_1^2$, adică are o dependență pătratică de k. Valoarea lui η (ec. (6.12))

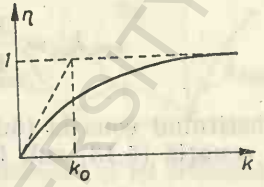


Fig. 5.9. — Eroarea în aproximația WKB funcție de vectorul de undă măsurat de la marginea benzii. Vectorul de undă critic k_0 este inversul pantei în origine.

nu este egală cu unitatea nici pentru k mare (datorită marginilor abrupte ale barierei rectangulare) ceea ce arată că aproximația WKB pentru o barieră rectangulară nu este aplicabilă. Aceasta este o proprietate a barierelor abrupte deoarece în acest caz lărgimea regiunii de tranziție între regiunile permise și interzise din punct de vedere clasic este zero ceea ce face ca lungimea de undă în regiunea permisă să fie, într-un anumit sens, întotdeauna mare și aproximația WKB să nu fie niciodată valabilă. Pentru bariere neabrupte raportul dintre $T_{t,\mathrm{exact}}$ și $T_{t,\mathrm{WKB}}$ (fig. 5.9) [8].

Pentru asemenea bariere, rezultatele complete analitice nu sînt simple ca pentru bariera rectangulară [9]. Aplicabilitatea aproximației WKB în asemenea cazuri este determinată de un singur parametru, panta lui $\eta = T_{t,\mathrm{exact}}/T_{t,\mathrm{WKB}}$ la $k = 0$. Inversul pantei determină vectorul de undă critic k_0 (fig. 5.9) care reprezintă valoarea minimă a vectorului de undă inițial sau final măsurată de la un extremum al energiei, pentru care este valabilă aproximația WKB.

În general un criteriu rezonabil de folosire a aproximației WKB este ca raza k_F a suprafeței Fermi în semiconductorul degenerat să fie mai mare decît k_0. De exemplu, pentru un semiconductor degenerat, punînd în relația (2.14) $F - E_c = \hbar^2 k_F^2/2m_c$ obținem $n = k_F^3/3\pi^2$. Dacă $n = 10^{18}$ cm^{-3} rezultă $k_F = 3{,}1 \cdot 10^6$ cm^{-1}. Valoarea lui k_0 depinde de forma barierei și de parametrii semiconductorului. Pentru un semiconductor degenerat, cu $n = 10^{18}$ cm^{-3}, $\varepsilon = 10$, $m = 0$, $1m_0$ valoarea lui k_0 pentru o barieră de formă parabolică este $2{,}2 \cdot 10^6$ cm^{-1}, adică foarte apropiată de valoarea lui k_F, ceea ce face discutabilă valabilitatea folosirii aproximației WKB în asemenea caz.

Metoda WKB și probabilitatea de tunelare. Metoda WKB este descrisă în orice carte de mecanică cuantică [7]. Ea se bazează pe dezvoltarea funcției de undă după puterile lui $\hbar$, unde se neglijează termenii de ordin superior lui $\hbar$. Această metodă se aplică ușor la problemele unidimensionale, în particular la tunelare.

Scriem ecuația Schrödinger independentă de timp în cazul unidimensional

$$\Psi'' + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0, \tag{5.13}$$

care este satisfăcută de funcția de undă

$$\Psi = A \exp\left(\frac{\mathrm{i}\, S(x)}{\hbar}\right). \tag{5.14}$$

și notăm vectorul de undă

$$k_x = \frac{1}{\hbar}\{2m\,[E - U(x)]\}^{1/2}. \tag{5.15}$$

Substituind ecuația (5.14) în ecuația (5.13) și ținînd cont de (5.15) obținem ecuația (5.13) sub forma

$$i\hbar S'' - S'^2 + \hbar^2 k_x^2 = 0, \tag{5.16}$$

unde „prim" înseamnă derivata în raport cu x. Aproximația WKB constă în a dezvolta pe S în serie după puterile lui $\hbar$

$$S = S_0 + \hbar\, S_1 + \ldots \tag{5.17}$$

și a ne opri la termenul de ordinul unu în $\hbar$. Substituind ecuația (5.17) în ecuația (5.16) și egalînd termenii care au aceeași putere a lui $\hbar$ avem

$$-S_0'^2 + 2m[E - U(x)] = 0, \tag{5.18}$$

$$\mathrm{i}\, S_0'' - 2S_0' S_1' = 0. \tag{5.18'}$$

Integrarea acestor ecuații dă

$$S_0(x) = \pm\hbar \int_{x_0}^{x} k_x\, \mathrm{d}x, \quad S_1(x) = \frac{1}{2}\,\mathrm{i} \ln k_x,$$

unde am omis constantele de integrare arbitrare, care pot fi incluse în coeficientul A. Prin urmare, în aproximația WKB, funcția de undă Ψ (ec. (5.14)) are expresia

$$\Psi = A k_x^{-1/2} \exp\left(\pm\,\mathrm{i}\int_{x_0}^{x} k_x\, \mathrm{d}x\right). \tag{5.19}$$

În benzile permise, banda de conducție și banda de valență, unde $E > U(x)$, k_x este real și funcțiile de undă descriu unde sinusoidale, pe cînd în banda interzisă, $E < U(x)$, k_x este imaginar și funcțiile de undă cresc sau descresc exponențial cu distanța. Probabilitatea de tunelare printr-o barieră, adică coeficientul de transmisie, care se mai numește

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITY LIBRARY IAȘI

și transparența barierei, T_t, este raportul dintre fluxul undei transmise prin barieră și fluxul undei incidente pe barieră. Să calculăm probabilitatea de tunelare pentru o barieră de forma prezentată în figura 5.10 [10]. Tunelarea unui electron prin banda interzisă este formal aceeași cu tunelarea electronului prin bariera prezentată în această figură. Punctele a și b, în care $E = U(x)$, sînt punctele de întoarcere ale mișcării clasice,

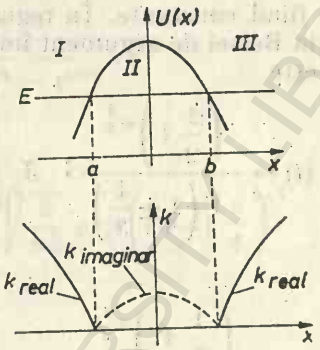


Fig. 5.10. — Energia potențială și vectorul de undă k în cazul tunelării. Pentru $x < a$ (regiunea I) și $x > b$ (regiunea III) electronii sînt descriși de unde sinusoidale. Pentru $a < x < b$ (regiunea II) funcțiile de undă sînt exponențiale crescătare sau descrescătoare.

adică punctele în care viteza particulei se anulează și își schimbă semnul. În aceste puncte vectorul de undă k se anulează. Trebuie să presupunem că vectorul de undă variază continuu în banda interzisă și are un maxim undeva în apropierea centrului benzii interzise și acesta deoarece nu este posibil să cunoaștem în toate cazurile forma barierei de potențial a electronului în banda interzisă și prin urmare relația dintre poziția lui în banda interzisă și vectorul de undă k_{imaginar}. În vecinătatea punctelor de întoarcere a mișcării clasice, aproximația WKB nu este valabilă și pentru a descrie mișcarea completă a electronului trebuie să rezolvăm ecuația Schrödinger într-un domeniu de întindere convenabilă din jurul punctului de întoarcere și să racordăm această soluție cu soluțiile de tipul (5.19), care reprezintă bine funcția de undă în domeniile vecine domeniului considerat în care aproximația WKB este valabilă; cu alte cuvinte, în situația de față, soluția ecuației Schrödinger în jurul punctului de întoarcere trebuie să tindă asimptotic într-o parte la o formă WKB exponențială (regiunea cu k_{imaginar}) iar în cealaltă parte la o formă WKB oscilatorie (regiunea cu k_{real}).

Să considerăm inițial punctul de întoarcere b, situat între regiunile II și III. În acest punct energia cinetică $E - U(x)$ tinde la zero ca $x - b$ și rămîne, cu o aproximație bună, proporțională cu $x - b$ într-o regiune care se întinde peste cel puțin una dar de preferință peste mai multe „lungimi de undă" de o parte și de alta. Prin urmare, într-un domeniu din jurul punctului de întoarcere, putem înlocui în ecuația Schrödinger (5.13) pe $E - U(x)$ cu $C(x - b)$, unde C este o constantă pozitivă. Făcînd schimbarea de variabilă

$$t = \int_b^x \left[\frac{2mC}{\hbar^2}(x-b)\right]^{1/2} \mathrm{d}x\,; \quad \Psi = t^{1/3}\,u, \tag{5.20}$$

în jurul punctului b ecuația Schrödinger devine

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{t}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} + \left(1 - \frac{1}{9t^2}\right)U^2 = 0, \tag{5.21}$$

care este o ecuație de tip Bessel și are soluția $u = \mathrm{J} \pm \frac{1}{3}(t)$. Funcția de undă Ψ are forma

$$\Psi = t^{1/3}\,[B\,\mathrm{J}_{1/3}(t) + D\mathrm{J}_{-1/3}(t)], \tag{5.22}$$

B și D fiind constante. În regiunea II funcția Bessel J se înlocuiește cu I, funcția Bessel de argument imaginar. Dezvoltarea asimptotică a acestor funcții este

$$\mathrm{J}_{\pm\frac{1}{3}}(t) \underset{t\to 0}{\to} \frac{\left(\frac{1}{2}t\right)^{\pm\frac{1}{3}}}{\Gamma\left(1\pm\frac{1}{3}\right)}; \quad \mathrm{J}_{\pm\frac{1}{3}}(t) \underset{t\to\infty}{\to} \left(\frac{1}{2}\pi t\right)^{-1/2} \cos\left(t \mp \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right), \tag{5.23}$$

$$\mathrm{I}_{\pm\frac{1}{3}}(t') \underset{t'\to 0}{\to} \frac{\left(\frac{1}{2}t'\right)^{\pm\frac{1}{3}}}{\Gamma\left(1\pm\frac{1}{3}\right)}; \quad \mathrm{I}_{\pm\frac{1}{3}}(t') \underset{t'\to\infty}{\to} (2\pi t')^{-1/2}\left[e^{t'} + e^{-t'}\,e^{-\left(\frac{1}{2}\pm\frac{1}{3}\right)\pi i}\right],$$

unde $t = it'$; $t'^2 > 0$ și Γ este funcția gama. Construim o funcție de undă care, departe de punctul de întoarcere clasică, să fie de forma WKB, iar în apropierea acestuia să fie de forma ecuației (5.22)

$$\Psi \simeq \sqrt{\frac{\Phi}{k}}[A\mathrm{J}_{1/3}(\Phi) + B\,\mathrm{J}_{-1/3}(\Phi)], \tag{5.24}$$

unde

$$\Phi = \int_b^x \left[\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\right]^{1/2} \mathrm{d}x\,; \quad k = \left[\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\right]^{1/2}.$$

Pentru $x > b$, unde $|\Phi| \gg 1$ funcția (ec. (5.24)) are forma asimptotică

$$\Psi \to \sqrt{\frac{2}{\pi k}}\left[B\cos\left(\varphi - \frac{5\pi}{12}\right) + D\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{12}\right)\right] \tag{5.25}$$

care este de forma undelor WKB. Pentru $x < b$, k și Φ sînt imaginare și funcțiile $\mathrm{J}_{\pm 1/3}$ devin funcții $\mathrm{I}_{\pm 1/3}$. În acest caz forma asimptotică a funcției Ψ (ec. (5.22)) devine [11]

$$\Psi \to \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{\pi|k|}}\left[(D-B)\,e^{|\Phi|} + (Be^{\pi i/6} + De^{-\pi i/6})\,e^{-|\Phi|}\right]. \tag{5.26}$$

BCU ȘTIINȚĂ CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

Am notat $k = |k| \exp(i\pi/2)$ şi $\Phi = |\Phi| \exp(3i\pi/2)$. Această formă a funcţiei de undă este de forma funcţiei WKB în regiunea II (exponenţială crescătoare sau descrescătoare). Prin urmare, funcţiile (5.25) şi (5.26) descriu mişcarea electronului la dreapta şi la stînga punctului b de întoarcere clasică. Funcţia (5.26) reprezintă unda care se propagă spre dreapta în regiunea III (adică spre x crescător), deoarece este în întregime transmisă. Dacă alegem pentru simplitate

$$D = B^*, \; B = \frac{2}{e^{-\pi i/6} - e^{\pi i/2}}, \tag{5.27}$$

obţinem pentru funcţia de undă

$$\Psi_{III} \to \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \exp\left[i\left(\Phi - \frac{\pi}{4}\right)\right] \to \sqrt{\frac{2}{\pi k}} \exp\left(i\Phi - i\frac{\pi}{4}\right), \tag{5.28}$$

în regiunea III şi

$$\Psi_{II} \to \sqrt{\frac{2}{\pi k}} ie^{|\Phi|} \text{ plus termen în } e^{-|\Phi|}, \tag{5.29}$$

în regiunea II. Păstrăm în ecuaţia (5.29) numai termenul exponenţial crescător deoarece termenul exponenţial descrescător exp $(-|\Phi|)$ aduce o contribuţie neglijabilă. Să considerăm acum punctul de întoarcere a. La stînga punctului a, adică în regiunea I, funcţia de undă este tot de forma ecuaţiei (5.25) cu deosebirea că constantele B şi D se înlocuiesc cu alte constante B' şi D' iar Φ cu Φ'

$$\Phi' = \int_x^a \left[\frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\right]^{1/2} dx. \tag{5.30}$$

În regiune II, la dreapta punctului a, funcţia de undă este de forma ecuaţiei (5.26), de asemenea cu B şi D schimbaţi cu B' şi D' iar Φ schimbat cu Φ'. La dreapta punctului a situaţia fizică cere ca să eliminăm unda crescătoare, adică luăm $A' = B'$ şi rămîne din ecuaţia (5.26) numai

$$\Psi_{II} \to \sqrt{\frac{2}{\pi k}}\left(B' \cos\frac{\pi}{6}\right) e^{-|\Phi'|}. \tag{5.31}$$

Egalînd ecuaţiile (5.31) şi (5.29), avem

$$B' = \frac{1}{\cos\dfrac{\pi}{6}} ie^{\theta}, \tag{5.32}$$

unde am notat

$$\theta = |\Phi| + |\Phi'| = \left|\int_a^b \left[\frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\right]^{1/2} dx\right|. \tag{5.33}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Funcția de undă a electronului în regiunea I, care este dată de ecuația (5.25) cu $B = D = B'$, se poate scrie

$$\Psi_I \to \sqrt{\frac{2}{\pi k}}\left[\frac{B'}{2}\left(e^{-5\pi i/12} + e^{-\pi i/12}\right)e^{i\Phi'} + \frac{B'}{2}\left(e^{5\pi i/12} + e^{\pi i/12}\right)e^{-i\Phi'}\right], \quad (5.34)$$

B fiind determinat de ecuația (5.32). Avem astfel funcția de undă (5.34) incidentă pe bariera de potențial și funcția de undă (5.28) transmisă prin bariera de potențial. În continuare se calculează fluxul transmis și fluxul incident și se face raportul lor pentru a găsi probabilitatea de tunelare. Fluxul undei este dat de relația

$$\mathrm{Re}\,\Psi^* \frac{h}{im}\nabla\Psi. \quad (5.35)$$

Se obține pentru raportul dintre fluxul undei transmise și fluxul undei incidente, adică pentru probabilitatea de tunelare, expresia (1.68)

$$T_t = \frac{1}{\left|\frac{B'}{2}\left(e^{-5\pi i/12} + e^{-\pi i/12}\right)\right|^2} = e^{-2\theta}. \quad (5.36)$$

Pentru ca metoda WKB să fie aplicabilă este necesar ca energia potențială $U(x)$ să varieze suficient de lent astfel că impulsul particulei să fie sensibil constant pe multe lungimi de undă.

Această condiție reiese din compararea valorilor termenilor succesivi S_0 și $\hbar S_1$ din dezvoltarea în serie a lui S (ec. (5.17)) [11]. Deoarece S_0 este funcția de x monoton crescătoare, atîta timp cît k nu se anulează, raportul $\hbar S_1/S_0$ este mic dacă $\hbar S_1'/S_0'$ este mic. Soluția (5.19) este valabilă în domeniul din x în care

$$\left|\frac{\hbar S_1'}{S_0'}\right| = \left|\frac{k'}{2k^2}\right| \ll 1, \quad (5.37)$$

unde k' este $\mathrm{d}k/\mathrm{d}x$ și avînd în vedere că lungimea de undă de Broglie locală este $\lambda = 2\pi/k$, relația (5.37) se scrie

$$\frac{\lambda}{4\pi}\left|\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}x}\right| \ll k, \quad (5.38)$$

ceea ce arată că variația lui k (sau a lungimii de undă) pe distanța $\lambda/4\pi$ este mică în comparație cu unitatea. Același criteriu se găsește și pentru domeniul $U(x) > E(k_{\text{imaginar}})$, cu deosebirea că lungimea de undă se definește în această situație ca distanța pe care valoarea lui Ψ (ec. (5.19)) variază cu factorul 2π. Notînd cu U' derivata energiei potențiale U în raport cu x, criteriul de aplicabilitate a aproximației WKB (ec. (5.38)) se poate scrie

$$\frac{|\,m\hbar U'\,|}{|2m(E-U)|^{3/2}} \ll 1.$$

În afară de această condiție am văzut că în calculul probabilității de tunelare este necesar ca pe mai multe lungimi de undă, în jurul punctului de întoarcere, $U(x)$ să poată fi reprezentat printr-o funcție liniară de x, ceea ce impune ca bariera să aibă o grosime de mai multe lungimi de undă și prin urmare ca T să aibă o valoare foarte mică($\leqslant 10^{-5}$). La sfîrșitul primei părți a acestui paragraf am văzut [9] de asemenea că eroarea în probabilitatea de tunelare dedusă prin teoria WKB este mare cînd lungimea de undă în benzile permise este mare, adică atunci cînd vectorul de undă al stării inițiale sau finale a electronului este în apropierea marginii benzii (de conducție sau de valență); în legătură cu aceasta există o valoare minimă a concentrației de doping din semiconductor pentru ca aproximația WKB să fie aplicabilă în dioda tunel considerată.

5.3. CURENTUL TUNEL

Pentru a obține expresia curentului tunel folosim modelul simplu al diodei tunel arătat în figura 5.11, adică considerăm cîmpul electric constant în regiune de trecere.

Spre deosebire de cazul studiat în capitolul I, referitor la emisia autoelectronică, în cazul de față trebuie să luăm în considerare probabilitatea de ocupare cu electroni a stărilor pe care aceștia tunelează. Probabilitatea de tunelare T_t a fost dedusă în presupunerea că stările pe care tunelează electronii sînt complet libere.

Dacă banda permisă în care tunelează electronii este parțial ocupată atunci probabilitatea de tunelare de la stînga la dreapta se reduce cu factorul $1 - f(E_2)$, unde $f(E_2)$ este funcția de distribuție a electronilor în banda din dreapta (în cazul reprezentat pe figură este banda de valență). La fel, probabilitatea de tunelare de la dreapta la stînga se reduce cu factorul $1 - f(E_1)$ unde $f(E_1)$ este funcția de distribuție a electronilor în banda din stînga (în cazul reprezentat este banda de conducție). Pentru calculul curentului tunel luăm în considerare electronii care se mișcă cu

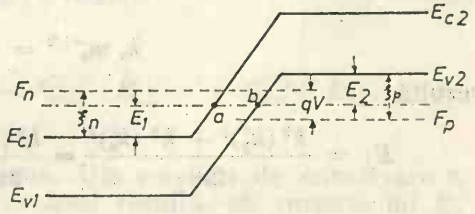


Fig. 5.11. — Diagrama energetică a unor joncțiuni $p - n$ cu indicarea simbolurilor folosite în text.

viteza v, perpendicular pe joncțiune. Concentrația electronilor din elementul de volum din spațiul k, $dk_x\, dk_y\, dk_z$ este.

$$dn = 2f(E)\frac{dk_x\, dk_y\, dk_z}{(2\pi)^3}. \qquad (5.39)$$

Factorul doi din ecuația (5.39) se datorează degenerării de spin; $f(E)$ este funcția de distribuție Fermi-Dirac pentru electroni. Numărul de electroni care lovesc în timp de o secundă suprafața joncțiunii de 1 cm^2 este $v_x\, dn$. Dacă notăm cu $T_{t,s-d}$ probabilitatea de tunelare de la stînga

la dreapta atunci densitatea de curent tunel de la stînga la dreapta este

$$\mathrm{d}j_{s-d} = q\, v_{1x}\, \frac{2\mathrm{d}k_{1x}\, \mathrm{d}k_{1y}\, \mathrm{d}k_{1z}}{(2\pi)^3}\, f(E_1)\ [1 - f(E_2)]\, T_{t,s-d}. \tag{5.40}$$

Analog, densitatea de curent de la dreapta la stînga este

$$\mathrm{d}j_{d-s} = q v_{2x}\, \frac{2\mathrm{d}k_{2x}\, \mathrm{d}k_{2y}\, \mathrm{d}k_{2z}}{(2\pi)^3}\, f(E_2)\ [1 - f(E_1)]\, T_{t,d-s}. \tag{5.41}$$

Densitatea netă de curent este egală cu suma acestor două expresii. Pentru a le aduna trebuie să stabilim legăturile: a — între $T_{t,s-d}$ și $T_{t,d-s}$ și, b — între $v_{1x}\, \mathrm{d}k_{1x}\, \mathrm{d}k_{1y}\, \mathrm{d}k_{1z}$ și $v_{2x}\, \mathrm{d}k_{2x}\, \mathrm{d}k_{2y}\, \mathrm{d}k_{2z}$. Presupunem că $T_{t,s-d} = T_{t,d-s} = T_t$. Pentru a găsi relația (b) ne amintim că

$$E = E_x + E_\perp,\ E_x = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m_x},\ E_\perp = \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_y} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_z}, \tag{5.42}$$

de unde obținem

$$v_x\, \mathrm{d}k_x = (1/\hbar)\, \mathrm{d}E_x, \tag{5.43}$$

și în acord cu figura 5.12

$$\mathrm{d}k_y\, \mathrm{d}k_z = 2\pi\, k_\perp\, \mathrm{d}k_\perp. \tag{5.44}$$

Relația (5.44) se obține scriind elementul de suprafață $\mathrm{d}S = \mathrm{d}k_y \mathrm{d}k_z$ în coordonate polare $\mathrm{d}S = k_\perp\, \mathrm{d}\alpha\, \mathrm{d}k_\perp$ și avînd în vedere că nici o mărime din ecuația (5.40) și (5.41) nu depinde de unghiul α, se pot integra simplu aceste expresii după α ceea ce înseamnă a le înmulți cu 2π.

Notînd

$$k_y\, m_y^{-1/2} = k'_y\, m_\perp^{-1/2},$$

$$k_z\, m_z^{-1/2} = k'_z\, m_\perp^{-1/2},$$

rezultă

$$E_\perp = \frac{\hbar^2 (k'_y)^2 + \hbar^2 (k'_z)^2}{2m_\perp} = \frac{\hbar^2 (k'_\perp)^2}{2m_\perp}\ ;\ k'_\perp\, \mathrm{d}k'_\perp = \frac{1}{\hbar^2}\, m_\perp\, \mathrm{d}E_\perp,$$

și analog cu ecuația (5.44) avem

$$\mathrm{d}k'_y\, \mathrm{d}k'_z = 2\pi\, k'_\perp\, \mathrm{d}k'_\perp,$$

iar

$$\mathrm{d}k_y\, \mathrm{d}k_z = \frac{(m_y m_z)^{1/2}}{m_\perp}\, \mathrm{d}k'_y\, \mathrm{d}k'_z = \frac{(m_y m_z)^{1/2}}{m_\perp} \cdot 2\pi\, k'_\perp\, \mathrm{d}k'_\perp =$$

$$= \frac{2\pi}{\hbar^2} (m_y m_z)^{1/2}\, \mathrm{d}E_\perp. \tag{5.45}$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Astfel

$$v_x \, dk_x \, dk_y \, dk_z = \frac{2\pi}{\hbar^3} \, (m_y \, m_z)^{1/2} \, dE_x \, dE_\perp. \tag{5.46}$$

Pentru a găsi relaţia (*b*) ţinem cont că în tranziţia tunel se respectă următoarele două legi de conservare : (1) — conservarea impulsului transversal pe direcţia de tunelare

$$k_{1y} = k_{2y} = k_y \; ; \; k_{1z} = k_{2z} = k_z, \tag{5.47}$$

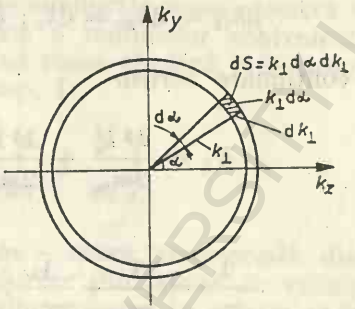


Fig. 5.12. — Sistemul de coordonate cilindrice.

şi (2)—conservarea energiei totale a electronului care tunelează

$$E_1 = E_{v2} - E_{c1} - E_2, \tag{5.48}$$

unde $E_{v2} - E_{c1}$ este distanţa dintre maximul benzii de valenţă din semiconductorul de tip p şi minimul benzii de conducţie din semiconductorul de tip n : $E_{v2} - E_{c1} = \xi_n + \xi_p - qV$ şi

$$E_1 = \frac{\hbar^2 k_{1x}^2}{2m_{cx}} + \frac{\hbar^2 k_{1y}^2}{2m_{cy}} + \frac{\hbar^2 k_{1z}^2}{2m_{cz}} = E_{1x} + E_{1\perp}, \tag{5.49}$$

$$E_2 = \frac{\hbar^2 k_{2x}^2}{2\, m_{px}} + \frac{\hbar^2 k_{2y}^2}{2m_{py}} + \frac{\hbar^2 k_{2z}^2}{2m_{pz}} = - E_{2x} - E'_{2\perp} = - E_{2x} + E_{2\perp},$$

unde V este tensiunea aplicată joncţiunii. Din condiţia de conservare a energiei totale E şi a impulsului transversal rezultă că variaţia lui E_x prin tranziţie este

$$E_{1x} - E_{2x} = \frac{\hbar^2 k_{1x}^2}{2m_{cx}} + \frac{\hbar^2 k_{2z}^2}{2m_{px}} = \xi_n + \xi_p - qV - \hbar^2 k_y^2 \left(\frac{1}{m_{cy}} + \frac{1}{m_{py}} \right) -$$

$$- \hbar^2 k_z^1 \left(\frac{1}{m_{cz}} + \frac{1}{m_{pz}} \right), \tag{5.50}$$

În această expresie am notat cu m_c masa electronilor din banda de conducţie a semiconductorului n şi cu m_p masa golurilor din banda de

BCU IAŞI / CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

valență a semiconductorului p. Am notat $E_{2x} = -\hbar^2 k_{2x}^2/2m_{px} = \hbar^2 k_{2x}^2/2m'_{nx}$, unde m'_{nx} este masa electronului din banda de valență a semiconductorului p, care este egală cu masa golului din această bandă cu semn schimbat [6]. Deoarece toți electronii cu k_y și k_z dați își schimbă energia E_x cu aceeași cantitate (ec. (5.50)), înseamnă că această diferență nu variază și, prin urmare

$$dE_{1x} = dE_{2x}. \tag{5.51}$$

În acord cu ecuația (5.47) avem

$$dk_{1y} = dk_{2y} = dk_y\,;\ dk_{1z} = dk_{2z} = dk_z. \tag{5.52}$$

În continuare scriem

$$E_\perp = \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_{ry}} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_{rz}} = E_{1\perp} - E'_{2\perp}, \tag{5.53}$$

unde

$$\frac{1}{m_{ry}} = \frac{1}{m_{cy}} + \frac{1}{m_{py}}\,;\ \frac{1}{m_{rz}} = \frac{1}{m_{cz}} + \frac{1}{m_{pz}}. \tag{5.54}$$

Avînd în vedere ecuațiile (5.45), (5.52) rezultă

$$\frac{2\pi}{\hbar^2}(m_{ny}\,m_{nz})^{1/2}\,dE_{1\perp} = \frac{2\pi}{\hbar^2}\,(m_{py}\,m_{pz})^{1/2}\,dE_{2\perp} = \frac{2\pi}{\hbar^2}(m_{ry}\,m_{rz})^{1/2}\,dE_\perp. \tag{5.55}$$

Prin urmare

$$v_{1x}\,dk_{1x}\,dk_{1y}\,dk_{1z} = v_{2x}\,dk_{2x}\,dk_{2y}\,dk_{2z} = \frac{1}{\hbar}\,dE_x \cdot \frac{2\pi}{\hbar^2}(m_{ry}\,m_{rz})^{1/2}\,dE_\perp. \tag{5.56}$$

Densitatea de curent tunel în domeniul de energie $dE_\perp\,dE_x$ este

$$dj_t = dj_{s-d} - dj_{d-s},$$

iar densitatea de curent tunel totală se obține din integrarea acestei expresii

$$j_t = \int q\,\frac{4\pi}{\hbar^3}T_t\,[f(E_1) - f(E_2)]\,(m_{ry}\,m_{rz})^{1/2}\,dE_\perp\,dE_x. \tag{5.57}$$

Putem trece de la integrala după dE_x la integrala după dE avînd în vedere că

$$dE_x = \left(\frac{\partial E_x}{\partial E}\right)_{E_\perp = \text{const}} dE = dE. \tag{5.58}$$

Folosind pentru T_t expresia (5.7) avem

$$j_t = \frac{q m_r}{2\pi^2 \hbar^3} \exp\left(-\frac{\pi\, m_r^{1/2} E_g^{3/2}}{2\sqrt{2}\, q \hbar \mathcal{E}}\right) \int [f(E_1) - f(E_2)]\, dE \int \exp\left(-\frac{2E_\perp}{E}\right) dE_\perp, \tag{5.59}$$

unde am folosit faptul că într-un corp cu simetrie cubică $m_{cx} = m_{cy} = m_{cz} = m_c$; $m_{px} = m_{py} = m_{pz} = m_p$ şi m_r este dat de relaţia (5.1). În aceste calcule x,y,z sînt axele de coordonate ale cristalului (x fiind direcţia de tunelare). Într-un cristal cu simetrie cubică, de exemplu Ge şi Si, cu toate că într-un minim indirect din banda de conducţie masa efectivă este anizotropă, datorită distribuţiei simetrice a minimelor echivalente în zona Brillouin, pe orice direcţie în cristal masa efectivă este izotopă şi este egală cu masa de conducţie m_c (cap. I)

$$\frac{1}{m_c} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{m_l} + \frac{2}{m_t}\right), \tag{5.60}$$

unde m_l este masa longitudinală, m_t — masa transversală din minimul benzii de conducţie, m_p — masa golurilor din banda de valenţă care de cele mai multe ori este masa golurilor uşoare. În relaţia (5.59) limitele de integrare sînt date de condiţiile $0 \leqslant E_\perp \leqslant E_1$; $0 \leqslant E_\perp \leqslant E_2$, unde E_1 şi E_2 sînt energiile electronului măsurate de la marginile benzilor în regiunile n şi p (figura 5.11). Limitele de integrare pentru E sînt date de marginile benzilor: $E_{v2} < E < E_{c1}$. Integrala pe $E_\perp$ ne dă

$$j_t = \frac{q m_r}{2\pi^2 \hbar^3} \exp\left(-\frac{\pi\, m_r^{1/2} E_g^{3/2}}{2\sqrt{2}\, q \hbar \mathcal{E}}\right)\left(\frac{\bar{E}}{2}\right) \int [f(E_1) - f(E_2)]\, [1 - \exp(-2E_s/E_\perp)]\, dE, \tag{5.61}$$

unde E_s este egală cu cea mai mică dintre valorile E_1 şi E_2. Notăm

$$D = \int [f(E_1) - f(E_2)]\ [1 - \exp(-2E_s/E_\perp)]\, dE, \tag{5.62}$$

care determină forma caracteristicii $I-V$. Toate mărimile din ecuaţia (5.61) sînt pozitive cu excepţia lui D şi V, care sînt pozitive la polarizare directă şi negative la polarizare inversă. Evaluarea integralei D se face uşor la temperatura de zero grade Kelvin, unde funcţiile Fermi-Dirac $f(E_1)$ şi $f(E_2)$ sînt funcţii în treaptă. Cu variaţia tensiunii aplicate V variază diferenţa dintre nivelele Fermi F_n şi F_p (fig. 5.11) care la $V = 0$ erau la acelaşi nivel energetic. Diferenţa $f(E_1) - f(E_2)$ este egală cu unitatea pe domeniul de energie qV şi este zero în afara acestui domeniu de energie (fig. 5.13).

Prin urmare

$$D = \int [1 - \exp\ (-2E_s/\bar{E})]\, dE, \tag{5.63}$$

D are dimensiunile unei energii și depinde de temperatură, de ξ_n și ξ_p și de tensiunea aplicată. La tensiuni directe valoarea maximă a lui D are loc pentru $qV = \xi_{min}$ cînd $\xi_{max} \geqslant 2\xi_{min}$ și pentru $qV = (\xi_n + \xi_p)/3$ cînd $\xi_{max} \leqslant 2\xi_{min}$; ξ_{min} și ξ_{max} sînt cel mai mic și, respectiv, cel mai mare dintre ξ_n și ξ_p (În partea a doua a acestui paragraf se face eva-

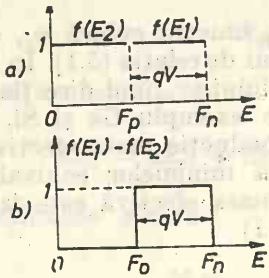


Fig. 5.13. — Funcțiile de distribuție în funcție de energie în cele două regiuni p și, respectiv, n (o); diferența dintre funcțiile Fermi-Dirac — această diferență este diferită de zero cînd există o tensiune V aplicată).

luarea integralei D). Pe figura 5.14 este reprezentată integrala D pentru cazurile $\xi_p = \xi_n$ și $\xi_{max} = 3\xi_{min}$, atunci cînd $\bar{E}$ este foarte mare în comparație cu ξ_{min} și qV. În cazul opus, cînd $\bar{E} \ll qV$, ξ_{min}, integrala D are formă trapezoidală în funcție de tensiunea aplicată (fig. 5.15).

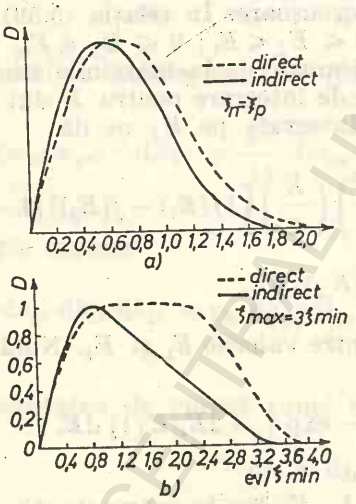


Fig. 5.14. — Densitatea efectivă de stări D funcție de tensiune la polarizare directă, pentru tunelare „directă" și „indirectă" cu $\bar{E}$ foarte mare: $a - \xi_p = \xi_n$; $b - \xi_{max} = 3\xi_{min}$.

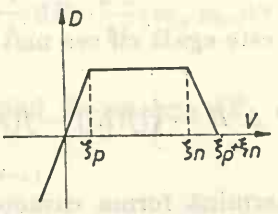


Fig. 5.15. — Densitatea efectivă de stări D funcție de tensiune, pentru tunelare directă și indirectă cu $\bar{E}$ foarte mic.

Așa cum reiese din figură, la început D crește cu tensiunea V aplicată pînă cînd zona goală din regiunea p se află complet în dreptul zonei pline din regiunea n sau viceversa, depinzînd dacă $\xi_p < \xi_n$ sau $\xi_p > \xi_n$. Aceasta apare evident din figura 5.11. În cazul de față am considerat $\xi_p < \xi_n$, adică $\xi_{min} = \xi_p$ și $\xi_{max} = \xi_n$. Cu creșterea mai departe a lui V numărul stărilor posibile pentru tunelare este limitat de stările goale din regiunea p. Ca atare valoarea lui D rămîne constantă pînă cînd F_p

scade sub E_{c1}. Din acest moment valoarea lui D descreşte liniar cu V. La $qV = \xi_n + \xi_p$, adică atunci cînd E_{v2} scade sub E_{c1}, valoarea lui D*) devine egală cu zero.

La polarizare inversă, evaluarea este mai simplă. În acest caz $E_{v2} - E_{c1} = \xi_n + \xi_p + qV_i$, unde V_i este tensiunea aplicată în sens

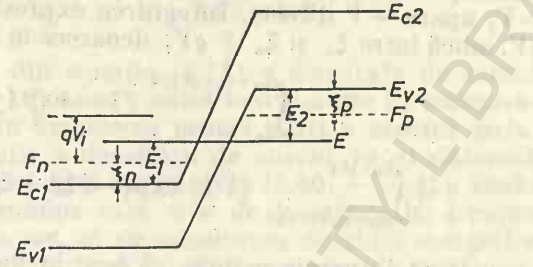


Fig. 5.16. — Diagrama energetică joncţiunii $p - n$ polarizată invers.

invers, $V_i > 0$ (fig. 5.16) (am considerat ecuaţia (5.49) $V = -V_i$) şi din ecuaţia (5.48) rezultă

$$E_2 = \xi_n + \xi_p + q\,V_i - E_1, \tag{5.64}$$

unde E_1 este energia electronului măsurată de la marginea benzii de conducţie şi E_2 este energia măsurată de la marginea benzii de valenţă. Fixînd zero-ul energiei la E_{c1} (fig. 5.16) avem $E_1 = E$ şi conform cu ecuaţia (5.64), $E_2 = \xi_n + \xi_p + qV_i - E$. Impulsul perpendicular are valoarea maximă pentru $k_x = 0$. Folosind ecuaţia (5.49) avem pentru $k_{1x} = 0$

$$k_{1\perp,\max}^2 = \frac{2}{\hbar^2} m_c E_1 = \frac{2}{\hbar^2} m_c\, E\,; \quad m_{cy} = m_{cz} = m_c, \tag{5.65}$$

şi pentru $k_{2x} = 0$

$$k_{2\perp,\max}^2 = \frac{2}{\hbar^2} m_p E_2 = \frac{2}{\hbar^2} m_p(\xi_n + \xi_p + qV_i - E)\,; \quad m_{py} = m_{pz} = m_p. \tag{5.65'}$$

Aceste două relaţii arată că aceleiaşi energii E pot să-i corespundă valori diferite ale vectorului de undă transversal. Cum tunelarea are loc pentru acelaşi vector de undă transversal, rezultă că limita pentru $k_\perp$ este dată de cea mai mică dintre aceste două valori, cu alte cuvinte E_s în ecuaţia (5.63) este dată de cea mai mică dintre E_1 şi E_2. Deoarece $E_1 + E_2 = \xi_n + \xi_p + q\,V_i$, vom despărţi integrala (5.63) în două părţi, luînd $E_s = E_1 = E$ pentru

$$E < \frac{\xi_n + \xi_p + q\,V_i}{2}, \tag{5.66}$$

*) Evaluarea integralei D la polarizare directă se face la sfîrşitul acestui paragraf.

și $E_s = E_2 = (\xi_n + \xi_p + qV_i - E)$ pentru

$$E > \frac{\xi_n + \xi_p + qV_i}{2} \tag{5.66'}$$

(Aceeași situație există la polarizare directă cu excepția că în locul lui $-V_i$ apare $+V$ direct). Integrarea expresiei (5.63) se face în intervalul qV, adică între ξ_n și $\xi_n + qV$, deoarece în acest interval $f(E_2) - f(E_1) = 1$

$$D = \int_{\xi_n}^{(\xi_n+\xi_p+qV_i)/2} [1 - \exp(-2E/\bar{E})]\,dE + \int_{(\xi_n+\xi_p+qV_i)/2}^{\xi_n+qV_i} [1 - \exp(-\{\xi_n + \xi_p + qV_i - E\}/\bar{E})]\,dE. \tag{5.67}$$

Dacă integrala a doua se face în variabila E_2 (măsurată de la E_{v2} în jos) limitele de integrare sînt de la ξ_p la $(\xi_n + \xi_p\, qV_i)/2$, adică

$$\int_{(\xi_n+\xi_p+qV_i)/2}^{\xi_n+qV_i} [1 - \exp(-2\{\xi_n + \xi_p + qV_i - E\}/\bar{E})]\,dE = \int_{\xi_p}^{(\xi_n+\xi_p+qV_i)/2} [1 - \exp(-2E_2/E_\perp)]dE.$$

Rezultatul este

$$D = qV_i + \left(\frac{\bar{E}}{2}\right)\left[\exp\left(-\frac{2\xi_p}{\bar{E}}\right) + \exp\left(-\frac{2\xi_n}{\bar{E}}\right) - 2\exp\left(-\frac{qV_i+\xi_n+\xi_p}{E_\perp}\right)\right]. \tag{5.68}$$

La polarizare inversă D are semn contrar față de cazul polarizării directe deoarece în acest caz $F_p > F_n$ și în figura 5.13 F_p, și F_n își schimbă locurile, adică $f(E_2) - f(E_1) = 1$. Curentul tunel la polarizare inversă este dat de ecuația (5.61) cu D dat de relația (5.68). Notînd cu N_d concentrația donorilor din regiunea n și cu N_a concentrația acceptorilor din regiunea p, lărgimea stratului pentru o joncțiune abruptă este

$$W = \left[\frac{2\varepsilon}{q}\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right)(V_b + V_i)\right]^{1/2}, \tag{5.69}$$

și cîmpul mediu în joncțiune este $\mathcal{E} = (V_b + V_i)/W$, iar

$$\xi_n = \frac{\hbar^2}{2m_c}(3\pi^2 n)^{2/3}. \tag{5.70}$$

Pentru $N_d = N_a = 10^{19}$ cm^{-3}, $\varepsilon = 16$, $V_b + V_i = 1{,}5$V găsim $W = 2{,}5 \cdot 10^{-6}$ cm și $\mathcal{E} = 6 \cdot 10^5$ V/cm. Pentru $m_c = 0{,}037\ m_0$, $m_p = 0{,}20 m_0$, $n = p = 10^{19}$ cm^{-3}, rezultă din ecuația (5.70) $\xi_n = 0{,}37$ eV și analog, $\xi_p = 0{,}07$ eV. Pentru $E_g = 0{,}8$ eV, $m_r = 0{,}031\ m$ se obține din ecuația

(5.7) $\bar{E} = 0{,}09$ eV. Din aceste calcule rezultă că la polarizare inversă, pentru $qV_t > 1$eV, termenii din relaţia (5.68) care conţin $\bar{E}$ sînt neglijabili de mici în comparaţie cu qV_t. Prin urmare, densitatea de curent tunel la polarizare inversă poate fi aproximată prin

$$j_t = \frac{qm_r}{4\pi^2\hbar^3}(\bar{E})(qV_t)\exp\left(-\frac{\pi m_r^{1/2}E_g^{3/2}}{2\sqrt{2}\,q\hbar\mathcal{E}}\right). \qquad (5.71)$$

Pentru $V_t = 1$V, rezultă din ecuaţia (6.71) o densitate de curent invers egală cu $7\cdot10^6\cdot e^{-8} = 2{,}3\cdot10^3$ A/cm^2, adică foarte mare în comparaţie cu curentul invers termic. În încheierea primei părţi a acestui paragraf amintim că există o definiţie a densităţii de curent tunel datorată lui Esaki, puţin diferită de aceea dată de relaţiile (5.40) — (5.41). Esaki a presupus că numărul electronilor care trec de la stînga la dreapta (fig. 5.11) nu depinde de viteza lor, ci de densitatea de stări energetice $\rho(E_1)$ în stînga, de funcţia de distribuţie $f(E_1)$, de densitatea de stări energetice $\rho(E_2)$ în dreapta, de probabilitatea ca aceste stări să fie neocupate, $1 - f(E_2)$, adică

$$dj_{s-d} = Af(E_1)\,\rho(E_1)T_t\,[1 - f(E_2)]\rho(E_2)\,dE.$$

Analog

$$dj_{d-s} = Af(E_2)\,\rho(E_2)\,T_t\,[1 - f(E_1)]\rho(E_1)\,dE,$$

unde A este o constantă. În modelul lui Esaki T_t nu depinde de energia electronului care tunelează, adică $E_\perp = 0$. Prin urmare, în această teorie nu se ia în considerare conservarea impulsului transversal. Curentul tunel este

$$j_t = AT_t\int_{E_c}^{E_v}[f_1(E_1) - f_2(E_2)]\rho(E_1)\rho(E_2)\,dE. \qquad (5.72)$$

Avînd în vedere că $\rho(E_1) \sim E_1^{1/2}, \rho(E_2) \sim E_2^{1/2}$, notînd $E_1 = E, E_2 = \xi_n + \xi_p - qV - E$, ecuaţia (5.72) devine

$$j_t = A'\,T_t\int_0^{\xi_n+\xi_p-qV}[f_1(E) - f_2(E - qV)]\sqrt{E}\sqrt{\xi_n + \xi_p - qV - E}\,dE. \qquad (5.73)$$

În numeroase lucrări caracteristica $I-V$ se calculează după această formulă; la polarizare inversă $-V$ se înlocuieşte cu V_t şi integrarea se face între ξ_n şi $\xi_n + V_t$. Caracteristica calculată după această formulă nu se deosebeşte esenţial de cea calculată după expresia mai exactă (5.61) şi concordă cu rezultatele experimentale [12].

Evaluarea integralei D la polarizare directă. Să evaluăm densitatea efectivă de stări de tunelare (ec. (5.63)) la polarizare directă. Considerăm o diodă tunel în care $\xi_n > \xi_p$, adică $\xi_{min} = \xi_p$ şi $\xi_{max} = \xi_n$ pe intervalul qV, între F_p şi F_n, (fig. 5.11) deoarece numai în acest interval $f(E_1) - f(E_2) = 1$ (fig. 5.13), în restul intervalului această diferenţă între funcţiile de distribuţie fiind egală cu zero. În ecuaţia (5.63) E_s are valoarea

cea mai mică dintre E_1 și E_2 (E_1 și E_2 sînt legate prin relația $E_1 + E_2 = \xi_n + \xi_p - qV$).

Rezolvăm integrala D pe domenii de energie:

a) $0 \leqslant qV \leqslant \xi_p$, $\xi_n - \xi_p$, deci $E_s = E_2$ și

$$D = \int_{\xi_p - qV}^{\xi_p} [1 - \exp(-2E_2/\bar{E})]\,dE_2 = qV - \frac{\bar{E}}{2}\{\exp[2(qV - \xi_p)\bar{E}] - \exp(-2\xi_p/\bar{E})\}. \quad (5.74)$$

b) $\xi_p \leqslant qV \leqslant \xi_n - \xi_p$ (cînd $\xi_n \geqslant 2\xi_p$), deci $E_s = E_2$ și

$$D = \int_0^{\xi_p} [1 - \exp(-2E_2/\bar{E})]\,dE_2 = \xi_p - \frac{\bar{E}}{2}\{1 - \exp(-2\xi_p/\bar{E})\}. \quad (5.75)$$

c) $\xi_n - \xi_p \leqslant qV \leqslant \xi_p$ (cînd $\xi_n \leqslant 2\xi_p$),

deci $E_s = E_1$ pentru

$$E_1 < \frac{\xi_n + \xi_p - qV}{2},$$

și $E_s = E_2$ pentru

$$E_1 > \frac{\xi_n + \xi_p - qV}{2}.$$

Integrala (5.63) se desparte în două

$$D = \int_{\xi_n - qV}^{(\xi_n + \xi_p - qV)/2} [1 - \exp(-2E_1/\bar{E})]\,dE_1 +$$

$$+ \int_{\xi_p - qV}^{(\xi_n + \xi_p - qV)/2} [1 - \exp(-2E_2/\bar{E})]\,dE_2 = qV + \frac{\bar{E}}{2}\{2\exp[(qV - \xi_n - \xi_p)/\bar{E}] -$$

$$- \exp[2(qV - \xi_n)/\bar{E}] - \exp[2(qV - \xi_p)/\bar{E}]\}. \quad (5.76)$$

d) ξ_p, $\xi_n - \xi_p \leqslant qV \leqslant \xi_n$, deci

$$D = \int_{\xi_n - qV}^{(\xi_n + \xi_p - qV)/2} [1 - \exp(-2E_1/\bar{E})]\,dE_1 +$$

$$+ \int_0^{(\xi_n + \xi_p - qV)/2} [1 - \exp(-2E_2/\bar{E})]\,dE_2 =$$

$$= \xi_n + \frac{\bar{E}}{2}\{2\exp[(qV - \xi_n - \xi_p)/\bar{E}] - \exp[2(qV - \xi_n)/\bar{E}] - 1\}, \quad (5.77)$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

e) $\xi_n \leqslant qV \leqslant \xi_n + \xi_p$, deci

$$D = \int_0^{(\xi_n + \xi_p - qV)/2} [1 - \exp(-2E_1/\bar{E})]\, dE_1 +$$

$$+ \int_0^{(\xi_n + \xi_p - qV)/2} [1 - \exp(-2E_2/\bar{E})]\, dE_2 =$$

$$= \xi_n + \xi_p - qV + \bar{E}\{\exp[(qV - \xi_n - \xi_p)/\bar{E}] - 1\}. \quad (5.78)$$

Aceste relații au fost scrise pentru cazul $\xi_n > \xi_p$ acceptat de noi. În cazul $\xi_p > \xi_n$, ecuațiile sînt identice cu excepția faptului că E_1 se schimbă cu E_2 și ξ_n cu ξ_p. Ecuația (5.75) arată că pentru $\xi_n > 2\xi_p$, D are un maxim plat funcție de tensiune. Menționăm că și cîmpul electric $\mathcal{E}$ din joncțiune variază cu teniunea aplicată ceea ce afectează valoarea lui D prin $\bar{E}$. La polarizare directă $\mathcal{E}$ descrește cu creșterea V ceea ce duce la o scădere a curentului cu creșterea V. În continuare considerăm două cazuri limită :

— Cazul $\bar{E} \ll qV$, ξ_p. În acest caz termenii exponențiali (5.74)—(5.78) pot fi ignorați și D are forma unui trapez funcție de tensiune așa cum se vede pe figura 5.15.

— Cazul opus este $\bar{E} \gg \xi_p, qV$. În acest caz exponențialele din relațiile de mai sus pot fi dezvoltate în serie și oprindu-ne la termenii de ordin cel mai mic care nu se reduc în expresiile considerate avem :

a') $0 \leqslant qV \leqslant \xi_p, \xi_n - \xi_p$, deci $D = (qV/\bar{E})\,[2\xi_p - qV]$,

b') $\xi_p \leqslant qV \leqslant \xi_n - \xi_p$, deci $D = \xi_p^2/\bar{E}$,

c') $\xi_n - \xi_p \leqslant qV \leqslant \xi_p$, deci $D = \left(\frac{1}{2}\bar{E}^{-1}\right)[2(\xi_n + \xi_p)qV - 3(qV)^2 - (\xi_n - \xi_p)^2]$,

d') $\xi_p, \xi_n - \xi_n \leqslant qV \leqslant \xi_p$, deci

$$D = \left(\frac{1}{4}\bar{E}^{-1}\right)[2\xi_p^2 - 2\xi_n^2 + 4\xi_n\xi_p - 4qV(\xi_p - \xi_n) - 2(qV)^2],$$

e') $\xi_n \leqslant qV \leqslant \xi_p + \xi_n$, deci $D = \left(\frac{1}{2}\bar{E}^{-1}\right)(\xi_n + \xi_p - qV)^2$.

La polarizare directă, valoarea maximă a lui D are loc pentru $qV = \xi_p$ cînd $\xi_n \geqslant 2\xi_p$ și pentru $qV = (\xi_n + \xi_p)/3$ cînd $\xi_n \geqslant 2\xi_p$. Integrala D este reprezentată pe figura 5.15 pentru cazurile $\xi_n = \xi_p$ și $\xi_n = 3\xi_p$.

5.4. TRANZIȚII TUNEL INDIRECTE

Pînă aici ne-am referit la tranzițiile tunel directe, care au loc atunci cînd minimul benzii de conducție și maximul benzii de valență (între care tunelează electronii) se află în același punct în spațiul vectorului de undă. Dacă extremurile benzilor între care are loc tunelarea sînt situate

în puncte diferite în spaţiul k, atunci nu mai sînt posibile tranziţiile directe ci au loc numai tranziţii indirecte în care diferenţa dintre impulsul final şi iniţial al electronului este suplinită de către reţea, adică de către fononi sau impurităţi. Este evident că o asemenea situaţie se întîlneşte în semiconductorii cu benzi indirecte [10] ca Ge şi Si. În Ge minimul absolut al benzii de conducţie se află pe direcţia [111] (4 minime echivalente) iar în Si se află pe direcţia [100] (6 minime echivalente).

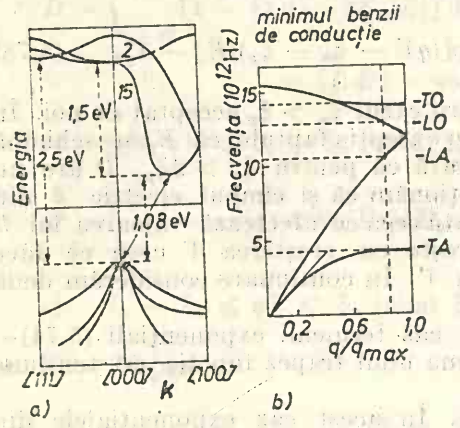


Fig. 5.17. — Energia funcţiei de vectorul de undă k pentru direcţiile [111] şi [100] în siliciu (a) şi frecvenţa fononilor funcţie de coordonata redusă a vectorului de undă q/q_{max}(b).

Pe figura 5.17a este reprezentată structura de benzi a siliciului pentru vector de undă $\boldsymbol{k}$ în direcţia [100] şi [111], [13]. Se vede că banda interzisă minimă, egală cu 1,08 eV, este indirectă şi se află pe direcţia [100] la distanţa $0{,}85\frac{\pi}{a}$ de la centrul zonei Brillouin.

Banda interzisă directă la $k = 0$ este cu 1,5 eV mai mare decît cea directă. Prin urmare tunelarea are loc prin banda interzisă indirectă. Pentru conservarea impulsului în tranziţia tunel, tunelarea are loc cu emisie sau absorbţie de fononi. În figura 5.17 b sînt reprezentate energiile fononilor funcţie de vectorul de undă q în zona Brillouin şi este indicată şi poziţia minimului benzii de conducţie la $q = 0{,}85\ q_{max}$. Cele două ramuri de energie mai joasă sînt ale fononilor acustici iar celelalte două, de energie mai mare, sînt ale fononilor optici. Valorile energiilor fononilor în siliciu care conservă impulsul în tranziţia tunel, sînt energiile fononilor la marginea benzii indirecte (minimul benzii de conducţie) şi acestea sînt energiile fononilor acustic-transversal (TA) de 17,9 mV, acustic longitudinal (LA) de 43,7 mV, optic longitudinal (LO) de 53,2 mV, şi optic transversal (TO) de 58,5 mV. La generarea unui fonon energia electronului se micşorează cu $\hbar\,\omega_0$ iar prin absorbţia unui fonon energia electronului creşte cu $\hbar\omega_0$; $\hbar\omega_0$ este energia fononului al cărui impuls este egal cu diferenţa dintre impulsul electronului din starea finală şi iniţială de tunelare. La temperaturi joase, unde densitatea fononilor este mică, tunelarea are loc în banda indirectă cu emisia fononilor. Un asemenea exemplu este reprezentat în figura 5.18. La tensiunea de polarizare dată electronul tunelează prin banda interzisă emiţînd un fonon astfel că tunelarea are loc între stări de aceeaşi energie şi vector de undă (impuls). La temperaturi joase toate nivelele de deasupra nivelului Fermi sînt libere, iar cele de sub nivelul Fermi sînt toate ocupate. De aceea energia pe care o primeşte electronul (de la fonon) pentru tranziţia tunel

nu poate să depășească diferența dintre nivelele Fermi din regiunile n și p (altfel nu ar exista stări energetice disponibile pentru tunelare), care este egală cu qV și tranziția indirectă la temperaturi joase are loc numai atunci cînd qV depășește valoarea $\hbar\omega_0$. În figura 5.19 este reprezentată porțiunea inițială din caracteristica $I-V$ a diodei tunel din siliciu la 4,2 K unde se observă inflexiuni proeminente pe curbă induse de fononii TA și TO [14].

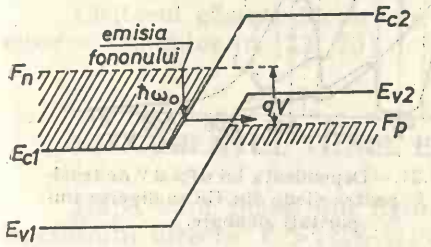


Fig. 5.18. — Diagrama energetică a diodei tunel la polarizare directă în care este arătată tunelarea indirectă cu emisia unui fonon.

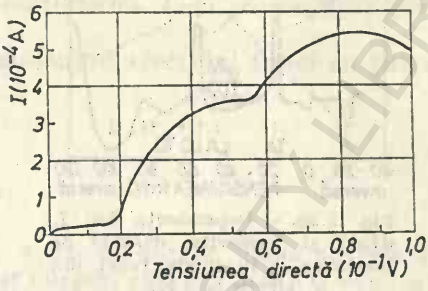


Fig. 5.19. — Porțiunea inițială din caracteristica $I-V$ la polarizare directă a diodei tunel din siliciu la 4,2 K.

Deoarece fononul de energie cea mai mică este fononul TA (de 17,9 meV), ar trebui ca la temperaturi joase curentul tunel la polarizare directă să apară de la valoarea de 17,9 mV a tensiunii aplicate și pînă la această valoare să fie zero. Totuși, există după cum se observă pe figură un curent oarecare chiar pînă la această valoare a tensiunii, curent pre-fononic (care apare înainte de a fi posibilă participarea fononilor), indus de împrăștierea pe stări în banda interzisă. Inflexiunile proeminente pe caracteristica $I-V$ apar pentru energiile fononilor (în ordinea lor crescătoare) TA, LA, LO, TO și combinații ale acestora. În jurul punctelor de inflexiune apare o variație rapidă în conductanță dI/dV. Dar, așa cum se vede în figura 5.20, această variație nu este abruptă ci datorită fluctuațiilor termice, creșterea conductanței are loc pe o valoare finită a tensiunii și, în primă aproximație, energia fononului corespunde tensiunii punctului din mijloc de pe porțiunile crescătoare ale dI/dV.

Acest punct corespunde picului derivatei a doua d^2I/dV^2 și reprezentarea acesteia funcție de tensiune (fig. 5.20) dă posibilitatea să se determine precis energiile fononilor.

Așa cum se vede pe figura 5.21, unde este reprezentat dI/dV funcție de V[21], numai în diodele în care dopantul donor este Sb pot fi puse clar în evidență energiile fononilor pe cînd în cazul în care dopantul donor este As sau P, picurile în dI/dV datorate fononilor sînt aproape invizibile. Motivul este că dintre cei trei donori, Sb perturbă cel mai puțin potențialul periodic al rețelei de bază pe cînd celelalte impurități aduc o modificare serioasă a acestuia astfel că conservarea impulsului în tranzițiile indirecte este asigurată, cu probabilitatea cea mai mare de împrăștierea electronilor pe ionii acestor impurități și nu de împrăștierea pe fononi.

Acest motiv este justificat și de rezultatele măsurătorilor de rezistivitate. S-a observat că pentru același nivel de dopare al siliciului de tip n cu Sb, As și, respectiv, P rezistivitatea are valoarea cea mai mică în cazul cînd dopantul este Sb și are valoarea cea mai mare cînd dopantul

este As[16]. De asemenea, din măsurarea mobilității electronilor în aceste cristale s-a obținut pentru același nivel de dopare $\mu_{Sb} > \mu_P > \mu_{As}$, unde μ_{Sb} este mobilitatea electronilor în cristalul dopat cu Sb etc. Energia de

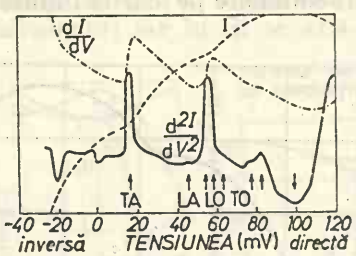


Fig. 5.20. — Dependența lui I, dI/dV și, respectiv, d^2I/dV^2 de tensiunea V în dioda tunel din siliciu la 4 K.

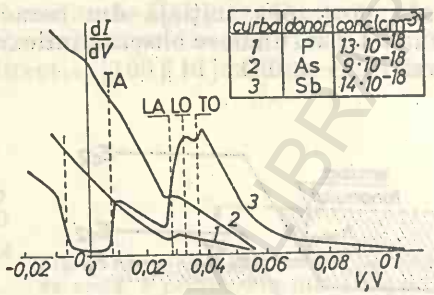


Fig. 5.21. — Dependența lui $dI > dV$ de tensiunea V pentru diode din Ge cu diverse impurități donoare.

ionizare a acestor impurități în cristal crește de la Sb către As adică în sens invers creșterii mobilității electronilor. Acest rezultat sugerează că electronul împrăștiat interacționează cu centrul împrăștietor pe o distanță mică și că Sb are potențialul de interacție de valoarea cea mai mică. Este de așteptat deci ca în diodele dopate cu Sb curentul tunel indirect cu participarea centrelor de impurități să fie neglijabil față de curentul tunel indirect cu participarea fononilor. Curentul tunel indirect cu participarea fononilor a fost evaluat de Kane [17] pe baza rezultatelor lui Keldysh [18] și Price [19].

Rezultatul este

$$j_+ = A \frac{1}{e^{\hbar\omega_0/kT} - 1} \exp\left(-\frac{4(2m_r)^{1/2}(E_g + \hbar\omega_0)^{3/2}}{3\,\hbar\,q\,\mathcal{E}}\right) \times$$

$$\times \int_0^{\xi_n + \xi_p - qV - \hbar\omega_0} [f_1(E_1) - f_2(E_2)][1 - \exp(-E_1/\bar{E})]\,[1 - \exp(-E_2/\bar{E})]\,dE,$$

în cazul absorbției de fononi și

$$j_- = A \frac{1}{1 - e^{-\hbar\omega_0/kT}} \exp\left(-\frac{4(2m_r)^{1/2}(E_g - \hbar\omega_0)^{3/2}}{3\,\hbar\,q\mathcal{E}}\right) \times$$

$$\times \int_0^{\xi_n + \xi_p - qV + \hbar\omega_0} [f_1(E_1) - f_2(E_2)][1 - \exp(-E_1/\bar{E})]\,[1 - \exp(-E_2/\bar{E})]\,dt,$$

în cazul emisiei de fononi. Coeficientul A depinde de lărgimea joncțiunii $p-n$ și de interacția electron-fonon. Integrala din expresiile de mai sus, care este densitatea efectivă de stări tunel, D, este reprezentată în aceleași cazuri particulare ca și pentru tunelarea directă (în figurile 5.14 și 5.15). E_1 și E_2 sînt energiile stărilor măsurate de la marginile benzilor respective așa cum se vede pe figura 5.11. Curentul tunel indirect este cu cîteva ordine de mărime mai mic decît curentul tunel direct deoarece probabilitatea de tunelare indirectă este mult mai mică decît cea directă. Deosebirea dintre tunelarea directă și indirectă este pusă în evidență cel

mai bine pe caracteristica $I-V$ inversă a diodelor tunel din germaniu [20]. Și anume, se observă o creștere abruptă în curentul tunel cînd tensiunea inversă aplicată este suficientă pentru a fi posibilă tunelarea electronilor din banda de valență în minimul (000) al benzii de conducție (aceasta se întîmplă cînd $qV = \Delta E$, unde ΔE este diferența dintre minimul (000) și minimul de pe direcția [111]). Menționăm că deși emisia de fononi nu este necesară pentru efectul tunel în semiconductorii cu benzi directe, s-au observat inflexiuni în caracteristica $I-V$ corespunzătoare fononilor optici la $k = 0$ [21].

Cititorul găsește lucrări de sinteză asupra efectului tunel cu participarea fononilor în [22, 23].

5.5. CURENTUL TUNEL EXCES

După cum reiese din figura 5.5, apare un curent tunel apreciabil la tensiuni directe $V > (\xi_n + \xi_p)/q$. Acest curent, care nu poate fi explicat pe baza tranzițiilor tunel simple studiate în paragrafele precedente se numește curent exces. Dacă nu ar exista curentul exces curentul de vale ar avea valoarea zero. Curentul exces are două componente : o componentă simplă și o componentă cu structură. Ambele componente s-au observat în diodele tunel din diverși semiconductori cum ar fi Ge, Si, GaAs, InP etc. [24]. S-au propus diverse mecanisme pentru a explica curentul exces. Dintre acestea, rolul preponderent îl joacă tunelarea pe cozile de stări (care dau curentul fără structură) și prin intermediul stărilor locale care dau nivele energetice în banda interzisă. Curentul cu structură se observă la temperaturi joase (77 K) și apare la tensiuni $V \simeq (\xi_n + \xi_p + E_g/2)/q$ în Ge și Si, ceea ce sugerează că se datorează tranzițiilor prin intermediul stărilor din banda interzisă ; se cunoaște că în aceste materiale există multe nivele energetice de impurități sau alte defecte situate în apropierea mijlocului benzii interzise. Ideea este susținută și de faptul că curentul exces crește cu introducerea în materialul semiconductor a impurităților care dau nivele energetice adînci [2,3] și, de asemenea, prin iradierea cu electroni care introduc defecte în materialul semiconductor [25]. Un exemplu este prezentat pe figura 5.22 pentru o diodă tunel din Ge cu și fără impurități de Au [26].

Tranzițiile prin intermediul nivelelor discrete din banda interzisă au fost studiate pentru prima dată în [27]. Procesul de tranziție a electronului din banda de conducție a regiunii n în banda de valență a regiunii p, proces care determină curentul exces, este un proces în două trepte, așa cum se vede în figura 5.23.

Există două alternative de trecere a electronului dintr-o bandă în cealaltă bandă permisă prin intermediul nivelului local : CAV și BAV (fig. 5.23). Una este următoarea : tunelarea electronului din banda de conducție a regiunii n pe nivelul local A urmată de captura golului din banda de valență a regiunii p. Cealaltă CBV constă în captura de către nivelul local B a electronului din banda de conducție a regiunii n, urmată de tunelarea acestui electron în banda de valență a regiuii p. În scopul interpretării dependenței de temperatură și de tensiune a curentului exces, observată experimental, este necesar să se ia în considerare dependența de energie a distribuției stărilor locale în banda interzisă [28]. Curentul exces fără structură se datorează în special benzilor de

impurități și cozilor de stări ale marginii benzii care apar ca urmare a concentrației mari a impurităților de dopare. Menționăm că la curentul exces fără structură, contribuie de asemenea, neregularitățile din joncțiune care apar în procesul de fabricare, cum ar fi precipitate de impurități și

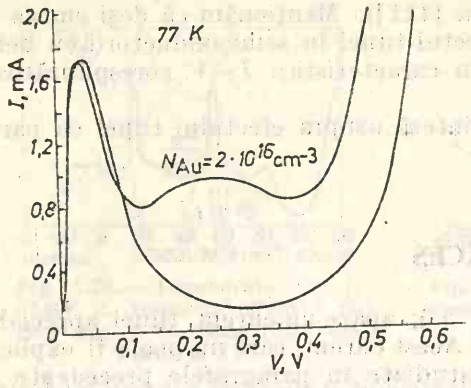


Fig. 5.22. — Curentul exces în dioda tunel din Ge dopat cu Au, la 77 K.

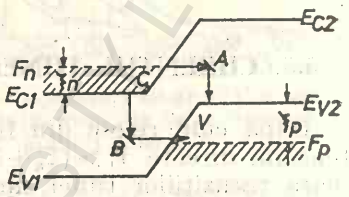


Fig. 5.23. — Procesul de tunelare în două trepte care contribuie la curentul exces.

imperfecțiuni la granița metalurgică a joncțiunii. Un studiu al acestei ultime probleme ar fi interesant [4].

5.6. CIRCUITUL ECHIVALENT AL DIODEI TUNEL. UNELE APLICAȚII

Circuitul echivalent al diodei tunel este prezentat în figura 5.24. Acest circuit echivalent este adevărat la semnal mic și la orice frecvență de lucru. Cei patru parametri importanți ai circuitului echivalent sînt : rezistența negativă — R, în punctul de inflexiune de pe porțiunea

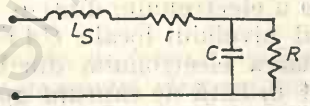


Fig. 5.24. — Circuitul echivalent al diodei tunel.

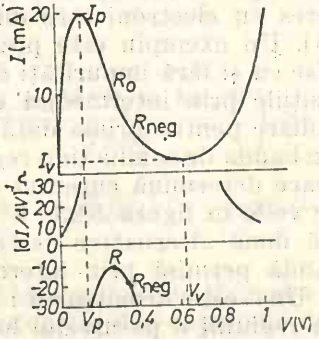


Fig. 5.25. — Caracteristica $I-V$ și rezistența diferențială a unei diode tunel din GaAs la 300 K.

negativă a caracteristicii $I-V$, capacitatea joncțiunii luată la tensiunea de vale, rezistența serie r și inductanța serie L. Rezistența diferențială $(dI/dV)^{-1}$ care este panta curbei din figura 5.25 *a* este reprezentată pe

figura 5.25 *b* pentru o diodă din GaAs la 300 K. Valoarea minimă R_0 a rezistenței diferențiale negative este în punctul de inflexiune.

Valoarea aproximativă a lui R_0 care se folosește în caracterizarea diodei este

$$R_0 \simeq \frac{2V_p}{I_p},$$

unde V_p și I_p sînt tensiunea și, respectiv, curentul în punctul de pic al curentului. În general rezistența negativă a diodei se măsoară folosind un circuit în punte [29] sau folosind metoda rezistenței serie și metoda rezistenței în paralel. [30]. Capacitatea diodei tunel este cea a unei joncțiuni $p-n$ abrupte, studiată în capitolul III, și variază între 0,01 și 5 pF. Rezistența serie r este egală cu suma dintre rezistența regiunilor neutre ale joncțiunii și rezistența contactelor ohmice și a firelor de legătură. Ea se determină experimental prin metoda pantei la polarizare inversă.

Se lucrează la polarizare inversă deoarece în acest fel se evită eroarea pe care ar introduce-o injecția purtătorilor minoritari. Rezistența diferențială R_{ac} măsurată este egală cu suma dintre rezistența serie r și rezistența barierei joncțiunii R_j

$$R_{ac} = r + R_j,$$

unde $R_j = \mathrm{d}V/\mathrm{d}I$ se determină la polarizare inversă din relația

$$I = B_1 V\, \mathrm{e}^{-B_2 V},$$

astfel că

$$R_j = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}I} = \frac{1}{I}\,\frac{V}{1 - B_2 V},$$

unde B_1 și B_2 sînt constante iar V este negativ. La tensiuni suficient de mari factorul $V/(1-B_2V) = A_1$ poate fi considerat constant și prin urmare

$$R_{ac} = r + \frac{A_1}{I}.$$

Se observă că atunci cînd curentul prin diodă devine foarte mare $R_{ac} \to r$. Măsurînd R_{ac} și trasînd graficul $R_{ac} = f(1/I)$ la curenți mari se obține o dreaptă care interesectează axa R_{ac} la $R_{ac} = r$ corespunzînd lui $1/I = 0$. r se poate măsura direct folosind măsurătorile la două valori ale curentului care diferă între ele printr-un factor 2, adică I_0 și $2\,I_0$. Așa cum am notat în figura 5.26, diferența dintre valorile R_{ac} la I_0 și $2\,I_0$ este $\Delta\, R_{ac}$ și se observă că r este egală cu diferența dintre R_{ac} la $2\,I_0$ și $\Delta\, R_{ac} \cdot I_0$ se alege ca cea mai mică valoare a curentului pentru care R_{ac} funcție de $1/I$ este încă o dreaptă.

Inductanța serie L este funcție de caracteristicile diodei și de geometria circuitului extern. În general dioda tunel se introduce într-o cavitate coaxială a cărei inductanță pe unitatea de lungime este dată de relația

$$L = 0{,}367\,\frac{\mu_0}{2\pi}\,\log\frac{r_1}{r_2},\ \mathrm{H/m},$$

unde μ_0 este permeabilitatea mediului iar r_1 și r_2 sînt razele internă și externă ale cavității. Inductanța serie este determinată pe de o parte de legăturile dintre cele două capete ale capsulei în care este introdusă dioda și pe de altă parte de dispozitivul însuși. Se consideră că L este funcția de

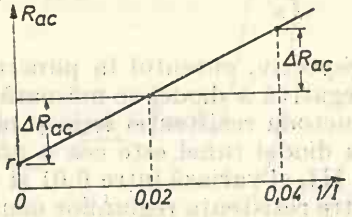


Fig. 5.26. — Rezistența diferențială a diodei tunel la polarizare inversă în funcție de $1/I$.

proiectarea ambazei și capsulei diodei și de modul de formare a joncțiunii. Pentru aplicațiile practice este de dorit ca inductanța serie să fie cît mai mică. Inductanța serie se măsoară pentru tensiunea de vale a diodei tunel și se folosește pentru măsurarea ei tehnica rezonanței în transmisia microundelor [31]. Impedanța diodei, în acord cu circuitul din figura 5.24, este dată de expresia

$$Z = \left[r + \frac{-R}{1+(\omega RC)^2}\right] + i\left[\omega L + \frac{-\omega C R^2}{1+(\omega RC)^2}\right].$$

Frecvența pentru care partea activă (reală) a impedanței este egală cu zero se numește frecvență limită (maximă) de lucru, f_t, și are valoarea

$$f_t = \frac{1}{2\pi RC}\sqrt{\frac{R}{r} - 1}, \tag{5.79}$$

iar frecvența pentru care partea reactivă (imaginară) a impedanței este zero se numește frecvență de rezonanță

$$f_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{(RC)^2}}. \tag{5.80}$$

Pentru o frecvență de lucru $f > f_t$, dioda nu mai prezintă rezistență negativă. În cele mai multe cazuri practice rezistența serie a diodei este mult mai mică decît rezistența ei negativă ($r \ll R$).

În acest caz frecvența limită devine

$$f_t = \frac{1}{2\pi RC}\sqrt{\frac{R}{r}}. \tag{5.81}$$

Valorile lui f_t și f_r pentru o diodă dată se dau în punctele de minim ale rezistenței negative, R_0. Astfel

$$f_{t0} = \frac{1}{2\pi R_0 C}\sqrt{\frac{R_0}{r}}\ ;\ f_{r0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{1}{R_0 C}\right)^2}, \tag{5.82}$$

și prin urmare

$$f_t \leqslant f_{t0}\,; \quad f_r \geqslant f_{r0} \tag{5.83}$$

Raportul f_r/f_t este un parametru important pentru studierea diodei tunel.

$$\frac{f_r}{f_t} \geqslant \frac{f_{r0}}{f_{t0}}, \tag{5.84}$$

de unde se vede că valoarea acestui raport nu este niciodată mai mică decît valoarea lui la $R=R_0$. După valoarea acestui raport se disting următoarele situații :

a. $f_r > f_t$, adică frecvența maximă de funcționare este mai mică decît frecvența proprie de oscilație.

Aceasta implică $r > L/RC$ și dioda se află în regim de funcționare stabilă. Pentru că frecvența limită de funcționare să fie reală se vede din ecuația (5.79) că trebuie îndeplinită condiția $r < R$; aceasta este a doua condiție de stabilitate a diodei tunel. Prin urmare, dioda este în regim stabil de funcționare atunci cînd

$$\frac{L}{RC} < r < R. \tag{5.85}$$

Pentru $R = R_0$ se definește o inductanță critică L_c

$$L_c = r\,R_0C, \tag{5.86}$$

care este valoarea maximă a lui L ce satisface ecuația (5.85). Se observă deci că inductanța serie este un parametru critic pentru funcționarea diodei tunel. Cînd dioda este în regim stabil de funcționare ($f_r > f_t$) partea reală a impedanței este mai mare decît zero și partea imaginară este egală cu zero.

b. $f_r < f_t$, ceea ce implică $r<L/RC$. În acest caz dioda este în regim de instabilitate (impedanța ei este negativă).

c. $f_r = f_t$, ceea ce implică $r = L/RC$. În acest caz atît partea reală cît și partea imaginară a impedanței sînt egale cu zero și dioda funcționează ca generator de oscilații sinusoidale. Oscilatorii cu diode tunel funcționează în domeniul microundelor.

5.7. DIODE INVERSE

Dioda inversă este o diodă tunel în care curentul de pic (vîrf) este neglijabil de mic sau zero, astfel încît, așa cum se vede din figura 5.27 *a* curentul este mic la polarizare directă și este mare la polarizare inversă ; de aici și numele de diodă inversă.

Pe figura 5.27 *b* este reprezentată structura de benzi a diodei inverse ; regiunile n și p sînt dopate pînă la limita de degenerare și prin urmare la polarizare directă nu poate să apară un curent tunel mare.

În schimb la polarizare inversă, de la o valoare mică a tensiunii aplicate, electronii tunelează uşor din banda de valenţă a regiunii p în banda de conducţie a regiunii n şi curentul este mare.

Aşa cum reiese din ecuaţia (5.77) curentul tunel la polarizare inversă creşte aproximativ exponenţial cu tensiunea aplicată. Diodele inverse se

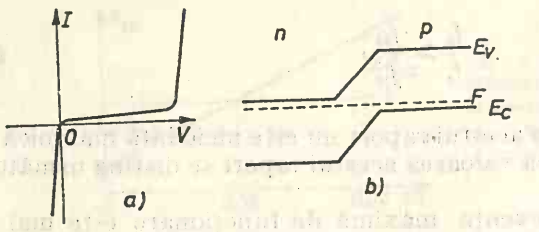


Fig. 5.27. — Caracteristica $I - V$ a diodei inverse (a) şi structura ei de benzi de energie (b).

folosesc ca redresori de semnale mici la înaltă frecvenţă, ca detectori. Funcţionarea la semnale mici este legată de faptul că caracteristica $I - V$ are curbură mare în jurul tensiunii zero iar funcţionarea la înaltă frecvenţă este posibilă deoarece trecerea curentului electric se face prin efect tunel şi efectele de stocare a sarcinii sînt neglijabile [35]. În tabela 5.1 se face o comparaţie între caracteristicile de detecţie la frecvenţa de 6 GHz ale diodelor inverse şi diodelor cu vîrf din germaniu : sensibilitatea curentului la scurtcircuit $\beta(\equiv$ curentul de scurtcircuit/puterea disipată), sensibilitatea tensiunii la circuit deschis, K şi impedanţa.

Tabela 5.1

Caracteristici	Diode inverse	Diode cu vîrf
β, mA/mW	10	1
K, V/mW	2	1
Impedanţa	50—200 Ω	1—5kΩ

Acestea sînt date tipice pentru dioda la polarizare zero. Se observă că sensibilitatea curentului de scurtcircuit este mult mai mare la diodele inverse decît la diodele cu contact punctiform (vîrf).

O caracteristică importantă a diodelor inverse este că au zgomotul $1/f$ mic în comparaţie cu diodele cu vîrf. Această proprietate face ca ele să poată fi folosite ca mixeri (amestecători) de frecvenţă în sistemele de radar Doppler unde frecvenţa intermediară este în domeniul audio.

BIBLIOGRAFIE

1. L. Esaki, Phys. Rev., **109**, 603 (1958).
2. C. T. Sah, Phys. Rev., **123**, 1594 (1961).
3. C. Constantinescu, V. Dolocan, Phys. Stat. Sol., **10**, 27 (1965).
4. C. T. Sah în *Tunnelling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 1969.
5. L. Esaki, în *Tunnelling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 1969 ; T. E. Feuechwang, Phys. Rev., **B. 12**, 3979 (1975).
6. S. Wang, Solid — State Electronics, Mc Graw-Hill, New York, 1966.
7. A. Messiah, *Mecanica cuantică*, vol. I, Edit. ştiinţifică, Bucureşti, 1973.

8. R. T. Shuey în *Tunneling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 1969.
9. R. T. Shuey, Phys. Rev., **137**, A 1268 (1965).
10. J. L. Moll, *Physics of Semiconductors*, Mc Graw-Hill, New York, 1964.
11. L. I. Schiff, *Quantum Mechanics*, Mc Graw-Hill, New York, 1965.
12. J. Karlovsky, Phys. Rev., **127**, 419 (1972).
13. H. Brooks, *Advances in Electronics and Electron Physics*, vol. 7, Academic Press, New York, 1955.
14. R. A. Logan, A. G. Chynoweth, Phys. Rev., **131**, 189 (1963).
15. A. G. Chynoweth, R. A. Logan, D. E. Thomas, Phys. Rev., **125**, 877 (1962).
16. W. G. Spitzer, F. A. Trumbore, R. A. Logan, J. Appl. Phys., **32**, 1882 (1961).
17. E. O. Kane, J. Appl. Phys., **32**, 83 (1961).
18. L. V. Keldysh, J. E. T. F, **33**, 763 (1958), **34**, 665 (1958).
19. P. J. Price, J. M. Radcliffe, IBMJ Research Develop., **3**, 364 (1959).
20. J. V. Morgan, E. O. Kane, Phys. Rev. Letters, **3**, 466 (1959).
21. R. N. Hall, *Proceedings of the International Conference on Semiconductor Physics*, Praga, 193, 1961 ; T. L. Hwang, S. E. Schwarz, R. K. Jain, Optics Comm., **18**, 42 (1976).
22. R. A. Logan, în *Tunneling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 1969 ; A. F. Hebard, Phys. Rev., **B**, **14**., 1751 (1976).
23. L. Kleinman, *Tunnelling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 1969 ; P. K. Hansma, Physics Reports, **30C**, 2, 1977.
24. L. Esaki, Y. Miyharu, J. Solid — State Electronics, **1**, 13 (1960).
25. H. Roth, W. Bernard, A. P. Schmid, P. Zeldes, J. Appl. Phys., **34**, 669 (1963).
26. B. Streetman, C. T. Sah, Proc. IEEE, **55** (1967).
27. A. G. Chynoweth, A. Logan, *Proceedings of the International Conference on Semiconductor Physics*, Praga, 201, 1960.
28. A. G. Chynoweth, W. L. Feldman, R. A. Logan, Phys. Rev., **121**, 684 (1961) ; T. E. Feuchtwang, W. C. Leipold, R. C. Martino, Surface Science, **64**, 109 (1977).
29. A. M. Goodman, Rev. Sci. Instr., **31**, 286 (1960).
30. V. Dolocan, I. Munteanu, M. Sostarich, D. Brâncuș, *Caiet de lucrări de laborator la cursul Semiconductori și aplicații*, Centrul de multiplicare al Universității din București, 1973.
31. R. Watson, *Microwave Semiconductor Devices and their Circuit Applications*, Mc Graw-Hill, New York, 1969.
32. P. Chartier, *Utilisation de la diode tunel pour l'amplification d'impulsion nanosecondes*, Thèses, Grenoble, 1968.
33. E. G. Nielsen, Proc. I. R. E., **18**, 1903 (1960).
34. M. R. Barber, N. J. Bertram în *Microwave Semiconductor Devices and their Circuit Applications*, Mc Graw-Hill, New York, 1969.
35. H. V. Shurmer, Proc. IEEE, **111**, 1511 (1964).

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL VI

DISPOZITIVE GUNN

Dispozitivele Gunn funcţionează pe baza efectului descoperit de Gunn în anul 1963, efect care-i poartă numele [1]. El a observat că la aplicarea unui cîmp electric continuu pe o probă de GaAs de tip n în aceasta apar oscilaţii coerente atunci cînd cîmpul atinge o valoare de prag, care în cazul considerat este de cîţiva kV/cm. Frecvenţa oscilaţiilor este invers proporţională cu lungimea probei. Mai tîrziu, Gunn a stabilit experimental că aceste oscilaţii sînt legate de trecerea prin probă a unor domenii de cîmp intens şi a măsurat forma lor.

Apariţia domeniilor de cîmp intens este condiţionată de amplificarea fluctuaţiilor cîmpului electric de către dispozitivele care prezintă rezistenţă negativă. Întîi vom descrie fenomenul de amplificare a unei fluctuaţii de sarcină de către o rezistenţă negativă [2]. Apoi vom arăta cum apare o rezistenţă negativă în cîmpuri electrice intense prin transferul electronilor dintr-o vale cu energie mică şi mobilitate mare într-o vale cu energie mare şi mobilitate mică; acesta este mecanismul Ridley-Watkins-Hilsum [3,4]. Vom analiza în continuare efectul Gunn şi consecinţele sale.

6.1. REZISTENŢA NEGATIVĂ DIFERENŢIALĂ ŞI TIMPUL DE RELAXARE DIELECTRICĂ

Am văzut că unele din dispozitivele studiate pînă aici prezintă o rezistenţă diferenţială negativă, adică pe caracteristica $I-V$ există o porţiune în care $\rho = (dj/d\mathcal{E})^{-1}$ este o mărime negativă; am notat cu ρ rezistivitatea, cu $\mathcal{E}$ cîmpul electric şi cu j densitatea de curent electric. De exemplu, tiristorul prezintă o caracteristică de formă S (fig.6.1a), iar dioda

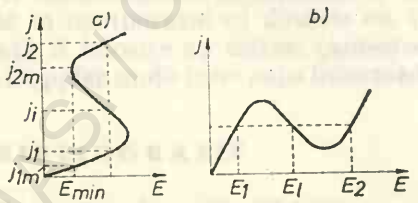


Fig. 6.1. — Caracteristica $I-V$: a — de tip S; b — de tip N.

tunel prezintă o caracteristică de formă N (fig. 6.1b). Dispozitivele care formează rezistenţă negativă se împart din acest punct de vedere (forma caracteristicii $I-V$) în două categorii. Cele cu caracteristică $I-V$ de tip S au rezistenţa diferenţială negativă controlată de curent iar cele cu caracteristica $I-V$ de tip N au rezistenţa diferenţială negativă controlată de tensiune.

Rezistența negativă diferențială poate fi determinată de fenomene microscopice de volum, de fenomene de suprafață sau de fenomene de contact. În primul caz, rezistența negativă diferențială este determinată de spectrul energetic al purtătorilor de sarcină, fie datorită interacției lor cu vibrațiile rețelei, cu impuritățile sau chiar între ei. Studiul mecanisme-

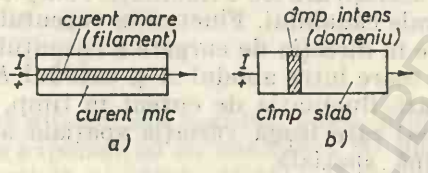


Fig. 6.2. — Formarea filamentului de curent mare (*a*) și a domeniului de câmp intens (*b*).

lor concrete de apariție a rezistenței negative diferențiale este o problemă importantă a fizicii corpului solid.

Vom studia cum o rezistență negativă duce la creșterea în timp și spațiu a unei fluctuații de sarcină întîmplătoare, care apare momentan într-un punct oarecare din semiconductor. Fluctuația de sarcină duce la filamentarea curentului electric în dispozitivele cu caracteristică de tip S (fig. 6.2*a*) și la apariția domeniilor de câmp intens separate de domenii de câmp slab în dispozitivele cu caracteristică de tip N (fig. 6.2*b*).

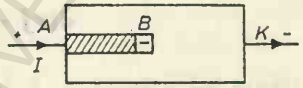


Fig. 6.3. — Creșterea concentrației electronilor într-o regiune *B* duce la apariția unei regiuni de câmp intens, în canalul haşurat dintre *A* și *B*.

Această stare de fapt este rezultatul natural al proprietăților dispozitivelor respective ilustrate în caracteristicile curent-tensiune : în caracteristica de tip S, la o valoare dată a câmpului electric corespund mai multe valori ale curentului iar în caracteristica de tip N la o valoare dată a curentului electric corespund mai multe valori ale câmpului electric (fig. 6.1).

Să considerăm o probă semiconductoare de tip *n* (fig. 6.3) în care într-o regiune *B* a apărut o creștere a concentrației electronilor. Această

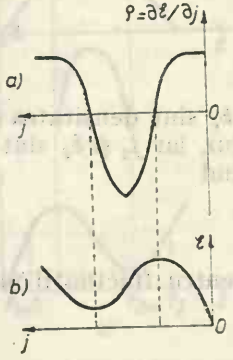


Fig. 6.4. — Rezistivitatea diferențială, ρ, funcție de curentul electric, *j* (*a*); caracteristica $\mathcal{E} = f(j)$ pentru un dispozitiv cu caracteristică de tip S(*b*).

fluctuație de sarcină determină creșterea câmpului între *B* și anodul *A*, în regiunea canalului haşurat, în raport cu restul probei.

Pentru un dispozitiv cu caracteristică *S*, înainte de apariția rezistenței negative, rezistența diferențială pozitivă scade cu creșterea câmpului electric. Aceasta se vede în figura 6.4 unde este reprezentată variația rezistenței diferențiale în dispozitivul cu caracteristică de tip S

Prin urmare, dacă situația prezentată în figura 6.3 apare într-o probă cu caracteristică S, în regiunea de cîmp intens rezistența va fi mai mică decît în regiunea de cîmp slab și deci în canalul dintre A și B va curge un curent mai mare decît în restul probei. Vorbim de o fluctuație a curentului în canalul dintre A și B. Deoarece curentul total în orice secțiune a probei este același, are loc o fluctuație complementară (curentul scade) în regiunile laterale canalului. Fluctuația curentului crește în spațiu și timp, extinzîndu-se în direcția de curgere a curentului și astfel apare un filament de curent mare între anodul A și catodul K (figura 6.3*a*). Pentru a vedea cum variază fluctuația de curent în timp, scriem ecuația Poisson (teorema lui Gauss) care leagă variația spațială a cîmpului electric de densitatea de sarcină spațială

$$\operatorname{div} \mathcal{E} = \frac{q}{\varepsilon}(n - N_d), \tag{6.1}$$

(unde ε este permitivitatea semiconductorului, n — concentrația electronilor și N_d — concentrația donorilor) și ecuația de continuitate care leagă variația temporală a sarcinii spațiale de variația spațială a curentului electric

$$\operatorname{div} \boldsymbol{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}; \qquad \rho = (n - N_d)q. \tag{6.2}$$

Din aceste două ecuații rezultă

$$\operatorname{div} \dot{\mathcal{E}} = -\frac{1}{\varepsilon} \operatorname{div} \boldsymbol{j}, \tag{6.3}$$

unde am notat cu punct deasupra derivata în raport cu timpul. Integrarea pe un strat de sarcină spațială dă pentru filament (în cazul unidimensional)

$$\dot{\mathcal{E}}_2 - \dot{\mathcal{E}}_0 = \frac{1}{\varepsilon}(j_2 - j_0), \tag{6.4}$$

unde j_0 și $\mathcal{E}_0$ sînt densitatea de curent și cîmpul electric înainte de apariția filamentului, iar j_2 și $\mathcal{E}_2$ sînt valorile respective din filament.

Notînd

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_0,$$

și luînd pentru fluctuații mici

$$\Delta \mathcal{E} = \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}j} \Delta j,$$

unde $\Delta j = j_2 - j_0$, obținem

$$\Delta \dot{j} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\mathrm{d}j_0}{\mathrm{d}\mathcal{E}} \Delta j. \tag{6.5}$$

Prin urmare, dacă $(dj/d\mathcal{E})$ este independent de timp.

$$\Delta j = (\Delta j)_0 \, e^{-t/\tau_d}, \tag{6.6}$$

unde $(\Delta j)_0$ este fluctuația inițială de curent iar τ_d — timpul de relaxare dielectrică dat de

$$\frac{1}{\tau_d} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{dj}{d\mathcal{E}}. \tag{6.7}$$

Se observă că pentru rezistență diferențială pozitivă, adică $(dj/d\mathcal{E}) > 0$, fluctuația de curent descreşte exponențial cu constanta de timp τ_d în timp ce pentru rezistența diferențială negativă $(dj/d\mathcal{E}) < 0$, fluctuația, de curent crește. Această creștere are loc pînă cînd se atinge o stare stabilă adică pînă cînd curentul în filament și în afara lui atinge valorile j_1, și j_2 situate în afara regiunii de rezistență negativă. Pentru a estima aria secțiunii transversale a filamentului, s, putem folosi expresia

$$I = j\,S = j_2\,s + (S - s)j_1, \tag{6.8}$$

sau

$$s = S\frac{j - j_1}{j_2 - j_1}, \tag{6.9}$$

unde S este aria secțiunii transversale a probei, j — densitatea medie de curent care trece prin probă, j_2 — densitatea de curent în filament și j_1 — densitatea de curent în afara filamentului (fig. 6.1*a*). Facem presupunerea că situația cea mai stabilă se obține cînd energia de intrare este minimă. Pentru curent constant aceasta înseamnă că tensiunea va fi minimă.

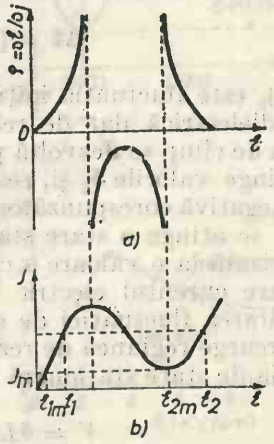


Fig. 6.5. — Rezistența diferențială funcție de cîmpul electric $\mathcal{E}(a)$ și caracteristica $j = f(\mathcal{E})$ pentru un dispoziv cu caracteristică de tip N (b).

În acest caz aria secțiunii transversale a filamentului este dată de ecuația (6.9) în care j_1 și j_2 se înlocuiesc cu valorile lor pentru V_{minim}, adică j_{1m} și j_{2m} (fig. 6.1*a*).

În cazul caracteristicii de tip N se formează domenii de cîmp intens separate de domenii de cîmp slab. Variația rezistenței diferențiale cu cîmpul electric în dispozitivul cu caracteristică N este reprezentată pe figura 6.5.

Se observă că înainte de apariția rezistenței negative, rezistența diferențială pozitivă crește cu creșterea cîmpului electric. Prin urmare, dacă apare o fluctuație de sarcină negativă într-o probă semiconductoare de tip n (fig. 6.3), atunci rezistența este mai mare în regiunea de cîmp intens în comparație cu regiunea de cîmp slab și prin regiunea de cîmp intens va curge un curent mai mic.

Stratul de sarcină spațială împarte proba în două regiuni, una de cîmp intens și una de cîmp slab (fig. 6.6).

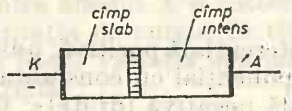


Fig. 6.6. — Regiunile de cîmp intens și slab în probă.

Suprafețele de separație fiind echipotențiale, sînt perpendiculare pe direcția de curgere a curentului și cuprind întreaga secțiune a probei. Pentru a găsi expresia după care variază în timp o fluctuație de cîmp electric folosim ecuația (6.3) [2], pe care o integrăm pe stratul de sarcină spațială

$$\dot{\mathcal{E}}_2 - \dot{\mathcal{E}}_1 = -\frac{1}{\varepsilon}(j_2 - j_1). \tag{6.10}$$

Punînd $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1$, obținem pentru fluctuații mici

$$\Delta\dot{\mathcal{E}} = -\frac{1}{\varepsilon}\frac{dj}{d\mathcal{E}}\Delta\mathcal{E}. \tag{6.11}$$

Dacă rezistența diferențială $d\mathcal{E}/dj$ este independentă de timp, ecuația (6.11) poate fi integrată ușor și dă

$$\Delta\mathcal{E} = (\Delta\mathcal{E})_0 \exp(-t/\tau_d), \tag{6.12}$$

unde $(\Delta\mathcal{E})_0$ este fluctuația inițială a cîmpului electric și τ_d — timpul de relaxare dielectrică dat de relația (6.7). Dacă rezistența este negativă, fluctuația de cîmp se dezvoltă pînă cînd cîmpul în regiunea de cîmp intens și slab atinge valorile $\mathcal{E}_2$ și, respectiv, $\mathcal{E}_1$ situate în afara regiunii de rezistență negativă corespunzătoare aceluiași curent electric (fig. 6.5*b*), adică pînă cînd se atinge o stare staționară. Noi am presupus că inițial proba este polarizată la o valoare a cîmpului pe regiunea de rezistență pozitivă, pentru care curentul electric este ceva mai mic decît curentul de pic. La dezvoltarea fluctuației de cîmp electric cîmpul din regiunea de cîmp intens parcurge regiunea de rezistență negativă de pe caracteristica $I-V$. În condiția de stare staționară pentru o tensiune dată V, se obține

$$V = \mathcal{E}L = \mathcal{E}_2 d + (L-d)\mathcal{E}_1, \tag{6.13}$$

unde L este lungimea probei și d — lungimea regiunii de cîmp intens.

Din relația (6.13) se obține lungimea regiunii de cîmp intens

$$d = L\frac{\mathcal{E}-\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}. \tag{6.14}$$

Dacă facem presupunerea că situația cea mai stabilă se obține atunci cînd energia de intrare este minimă, aceasta înseamnă că pentru o tensiune constantă curentul trebuie să fie minim. Ca atare, pentru valoarea minimă a curentului, j_m, cîmpul are valorile $\mathcal{E}_{2m}$ și $\mathcal{E}_{1m}$ (fig. 6.5*b*) pentru care se obține valoarea corespunzătoare a lărgimii regiunii de cîmp intens din ecuația (6.14) (prin înlocuirea lui $\mathcal{E}_2$ și $\mathcal{E}_1$ cu $\mathcal{E}_{2m}$ și, respectiv, $\mathcal{E}_{1m}$). Într-unul din paragrafele următoare ne vom opri mai mult asupra formării domeniilor de cîmp intens în diodele Gunn.

6.2. MECANISMUL RIDLEY-WATKINS-HILSUM

În unele semiconductoare (GaAs, InP), banda de conducție are un minim în centrul zonei Brillouin și alte minime situate simetric la o oarecare distanță de centru și care au o energie mai mare în comparație cu cel din centru. Esențial este faptul că masa efectivă a electronilor în văile superioare este mult mai mare decît cea din văile inferioare. O masă efectivă mai mare înseamnă o mobilitate mai mică, pe de o parte datorită dependenței explicite a mobilității de masa efectivă $\mu \sim 1/m^*$ și pe de altă parte datorită scăderii timpului de relaxare, τ_p, cu creșterea masei efective datorită creșterii densității de stări $\mu \sim \tau_p$. În figura 6.7 *a* este reprezentată diagrama energetică simplificată a GaAs iar pe figura 6.7*b* este reprezentată dependența vitezei de drift a electronilor în GaAs de tip *n* de cîmpul electric aplicat [5.6]. Rezultatul reprezentat în figura 6.7*b* se datorează mecanismului Ridley-Watkins-Hilsum care constă în transferul electronilor de

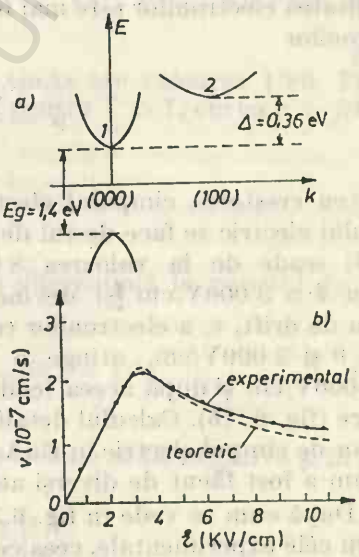


Fig. 6.7. — Diagrama simplificată a dependenței energiei E de vectorul de undă k (*a*); dependența vitezei de drift a electronilor de cîmpul electric în GaAs de tip n(*b*).

conducție dintr-o vale cu energie mică și masă efectivă mică, într-o vale cu energie mare și masă efectivă mare, ceea ce este posibil în semiconductorii cu structura de benzi asemenea celei din figura 6.7*a*.

Notăm pentru valea *1* (minimul cel mai de jos al benzii de conducție): m_1—masa efectivă, μ_1—mobilitatea, n_1—concentrația electronilor, M_1—numărul de minime echivalente și N_1—densitatea de stări energetice. Pentru

UNIV. „AL. I. CUZA" BIBL. DE FIZICĂ

valea *2*, notăm, respectiv: m_2, μ_2, n_2, M_2 și N_2. Pentru GaAs avem: $m_1 = 0{,}07\ m_0$; $\mu_1 = 8000$ cm^2/Vs $M_1 = 1$, $m_2 = 1{,}2\ m_0$, $\mu_0 = 100$ cm^2/Vs, $M_2 = 6$ și $N_2/N_1 = 60$. La cîmp electric zero purtătorii sînt distribuiți în cele două văi, *1* și *2*, într-un mod determinat de temperatura rețelei T_0, diferența energetică, Δ, dintre ele și densitatea de stări energetice din văi. Notînd $\xi_0 = E_c - F$, unde E_c este minimul benzii de conducție pentru k(0, 0, 0) și F este nivelul Fermi, rezultă

$$n_1 = N_1 \exp(-\xi_0/kT),$$

$$n_2 = N_2 \exp[-(\xi_0 + \Delta)/kT],$$

și

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{N_2}{N_1} e^{-0{,}36/kT} = 60\ e^{-0{,}36/kT}. \qquad (6.15)$$

Prin urmare, considerînd valabilă distribuția Boltzmann, la $T = 300$ K, $n_2/n_1 \simeq 5 \cdot 10^{-4}$ și deci, în absența cîmpului electric, numai o fracțiune neînsemnată din concentrația totală a electronilor se află în minimul superior (valea *2*); aproape toți electronii se găsesc în valea *1*.

Așa se prezintă situația și la cîmp electric slab. Totuși, cu creșterea cîmpului electric viteza electronilor, și deci, și energia lor crește iar la cîmpuri electrice intense un număr tot mai mare de electroni trec din valea *1* în valea *2* cu cît cîmpul electric aplicat este mai mare. Cum în valea *2* mobilitatea electronilor este mai mică decît în valea *1*, mobilitatea medie a electronilor

$$\bar{\mu} = \frac{n_1\mu_1 + n_2\mu_2}{n_1 + n_2} \qquad (6.16)$$

scade cu creșterea cîmpului electric. Micșorarea mobilității cu creșterea cîmpului electric se face destul de repede astfel că mobilitatea diferențială ($dv/d\mathcal{E}$) scade de la valoarea 8 000 cm^2/Vs la $\mathcal{E} = 0$, la valoarea zero pentru $\mathcal{E} \simeq 3\,000$V/cm și devine negativă pentru cîmpuri mai mari. Viteza de drift, v, a electronilor crește monoton pentru cîmpuri cuprinse între 0 și 3 000V/cm, atinge o valoare maximă de $2{,}2 \cdot 10^7$ cm/s la $\mathcal{E} \simeq 3000$V/cm și după aceea scade pentru cîmpuri care depășesc această valoare (fig. 6. 7*b*). Calculul detaliat al dependenței vitezei de drift a electronilor de cîmpul electric în GaAs pe baza mecanismului Ridley-Watkins-Hilsum a fost făcut de diverși autori [5—7].

După cum se vede în fig. 6.7*b* rezultatele teoretice coincid destul de bine cu cele experimentale, ceea ce arată justețea modelului folosit. Pentru a găsi expresia analitică a dependenței vitezei de drift, v, de cîmpul electric $\mathcal{E}$ se presupune [8] că raportul concentrațiilor în cele două văi este funcție crescătoare de cîmpul electric $\mathcal{E}$

$$\frac{n_2}{n_1} = f(F),$$

unde $F = \mathcal{E}/\mathcal{E}_0$ este o mărime adimensională, $\mathcal{E}_0$ — un cîmp de referinţă definit de relaţia $r(1) = 1$. Considerînd

$$\frac{n_2}{n_1} r = F^{\xi}, \tag{6.17}$$

şi notînd $n_0 = n_1 + n_2$, rezultă

$$n_1 = n_0(1 + F^{\xi})^{-1}\ ;\ n_2 = n_0 F^{\xi}(1 + F^{\xi})^{-1}. \tag{6.17'}$$

Viteza medie de drift se scrie

$$\bar{v} = \frac{n_1\mu_1 + n_2\mu_2}{n_1 + n_2}\mathcal{E} = \bar{v}_0 \frac{F + \frac{\mu_2}{\mu_1}F^{\xi+1}}{1 + F^{\xi}}\ ;\ \bar{v}_0 = \mu_1 \mathcal{E}_0, \tag{6.18}$$

unde $\mathcal{E}_0$ şi ξ sînt mărimi necunoscute. Prin alegerea valorilor $\mathcal{E}_0 = 4{,}5$kV/cm, $\xi = 4{,}5$ s-a găsit o bună concordanţă cu experienţa pentru GaAs.

Menţionăm că expresia (6.18) nu arată că viteza electronilor la o anumită valoare a cîmpului intens se saturează, aşa cum reiese experimental, precum şi din teoria corectă (fig. 6.7*b*) pe baza calculului numeric [5.6]. Din ecuaţia de mai sus rezultă pentru mobilitatea diferenţială

$$\mu = \frac{\mathrm{d}\bar{v}}{\mathrm{d}\mathcal{E}} = \frac{1}{\mathcal{E}_0}\frac{\mathrm{d}\bar{v}}{\mathrm{d}F} = \frac{\mu_1}{(1 + F^{\xi})^2}[1 - \{(\xi - 1) - B(\xi + 1)\}F^{\xi} + BF^{2\xi}], \tag{6.19}$$

unde am notat $B = \mu_2/\mu_1$, care pentru GaAs are valoarea 1/80. Făcînd diferenţiala de ordinul doi se găseşte că pentru $\xi > 1$, curba $\bar{v} = f(\mathcal{E})$ are un punct de influexiune la

$$F^{\xi} \equiv F_N^{\xi} = \frac{\xi + 1}{\xi - 1} > 1, \tag{6.20}$$

care este independent de B. Mobilitatea diferenţială în punctul de inflexiune are valoarea

$$\mu_N = \frac{\mu_1}{4\xi}[(\xi - 1)^2 - B(\xi + 1)^2]. \tag{6.21}$$

Dacă există mobilitate negativă, ea trebuie să fie negativă şi în acest punct, adică

$$B < \left(\frac{\xi - 1}{\xi + 1}\right)^2, \tag{6.22}$$

de unde rezultă $\xi > 1$, sau

$$\xi > \frac{1 + \sqrt{B}}{1 - \sqrt{B}}.$$

Punctul de pic și de vale al curbei $v = f(\mathcal{E})$ are loc cînd $\mu = 0$. Făcînd ecuația (6.19) egală cu zero rezultă

$$F^{\xi}_{v,p} = \frac{1}{2B}\{[(\xi-1) - B(\xi+1)] \pm \sqrt{[(\zeta-1) - B(\xi+1)]^2 - 4B}\}, \quad (6.23)$$

unde indicii v și p înseamnă valorile în punctul de vale și, respectiv, de pic. În cazul limită, $B \to 0$, se obține

$$F^{\xi}_{v} = \frac{\xi - 1}{B} \; ; \; F^{\xi}_{p} = \frac{1}{\xi - 1} . \quad (6.24)$$

Vitezele de drift corespunzătoare se obțin introducînd ecuațiile (6.24) în (6.18). În această aproximație ($B \to 0$) se găsește

$$\bar{v}_v = v_0 \, \xi \left(\frac{B}{\xi - 1} \right)^{1-1/\xi}, \quad (6.25)$$

$$\bar{v}_p = v_0 \frac{1}{\xi}(\xi - 1).$$

al cărui raport devine

$$\frac{\bar{v}_p}{\bar{v}_v} = \frac{1}{\xi^2}\left[\frac{(\xi-1)^2}{B} \right]^{1-1/\xi}, \quad (6.26)$$

și are valoarea experimentală 2,05.

În afara acestui model prezentat mai sus există un model mai simplu pentru analiza rezistenței diferențiale negative și acesta este modelul echilibrului termic. În modelul prezentat mai sus am presupus că raportul n_2/n_1 este dat de relația (6.17). În modelul echilibrului termic se presupune că și la cîmpuri electrice intense este valabilă relația (6.15), pentru raportul n_2/n_1, unde T se înlocuiește cu temperatura gazului electronic T_e, care este diferită de temperatura rețelei T_0. La cîmpuri electrice intense viteza electronilor și prin urmare și energia lor crește atît de mult încît aceasta din urmă depășește energia lor medie de echilibru cu fononii acustici. Se presupune că și în acest caz electronii din toate văile sînt în echilibru unii cu alții la temperatura T_e definită de relația [14]

$$q\mathcal{E}\,\bar{v} = \frac{3}{2} k(T_e - T_0)/\tau_e, \quad (6.27)$$

unde τ_e este timpul de relaxare a energiei electronilor, q — sarcina electronului, iar celelalte mărimi sînt definite mai sus. Cîmpul electric intens „încălzește" gazul electronic și prin urmare temperatura acestuia T_e poate să depășească cu mult temperatura rețelei T_0. Din datele experimentale rezultă că pentru $\mathcal{E} \simeq 3 \cdot 10^3$ V/cm, $T_e \simeq 1000$ K și

$$\frac{n_2}{n_1} \simeq 60 \; e^{-0{,}3\mathcal{E}/0{,}086} = 1.$$

Prin urmare peste valoarea cîmpului de $3 \cdot 10^3$ V/cm, concentraţia electronilor din valea *2* depăşeşte concentraţia electronilor din valea *1*. Calculul dependenţei v de $\mathcal{E}$, în acest model, se face ca şi mai sus cu deosebirea că relaţia (6.17) se înlocuieşte cu relaţia (6.15), unde T este egal cu T_e dat de ecuaţia (6.27). În cazul unidimensional densitatea de curent electric este dată de expresia

$$j = q\, n\, v(\mathcal{E}) - q\frac{\partial(Dn)}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}, \tag{6.28}$$

unde primul termen reprezintă componenta de cîmp, al doilea termen componenta de difuzie şi al treilea termen reprezintă curentul de deplasare. Pentru scopul prezent putem neglija acest ultim termen din ecuaţia (6.28). De asemenea, momentan neglijăm şi componenta de difuzie (de fapt curentul electric în efectul Gunn este un curent de drift, componenta de difuzie avînd influenţa asupra lărgimii stratului de sarcină spaţială şi mai puţin asupra transportului de curent electric). Păstrînd numai componenta de drift scriem

$$j = q(n_1\mu_1 + n_2\mu_2)\mathcal{E} = q\, n_0\, \bar{\mu}\, \mathcal{E} = q\, n_0\, \bar{v}, \tag{6.29}$$

unde $\bar{\mu}$ este dat de relaţia (6.16). Pentru simplificarea discuţiei presupunem pe domenii particulare de cîmp electric (fig. 7.8) următoarele condiţii simple pentru concentraţia purtătorilor :

$$n_1 \simeq n_0,\ n_2 = 0 \text{ pentru } 0 < \mathcal{E} < \mathcal{E}_a;\ j = q\, n_0\, \mu_1\, \mathcal{E} = q\, n_0\, v_1,$$

$$n_1 + n_2 = n_0 \text{ pentru } \mathcal{E}_a < \mathcal{E} < \mathcal{E}_b\ ;\ j = q\, n_0\, \bar{v},$$

$$n_1 \simeq 0,\ n_2 \simeq n_0 \text{ pentru } \mathcal{E} > \mathcal{E}_b;\ j = q\, n_0\, \mu_2\, \mathcal{E} = q\, n_0\, v_2.$$

Între $\mathcal{E}_a$ şi $\mathcal{E}_b$ densitatea de curent este dată de ecuaţia (6.29) şi este funcţie complicată de $\mathcal{E}$ (ec.(6.18)).

Dacă $\mu_1\ \mathcal{E}_a > \mu_2\, \mathcal{E}_b$ rezultă că între $\mathcal{E}_a$ şi $\mathcal{E}_b$ curentul va prezenta un pic şi o vale (fig. 6.8), şi deci între $\mathcal{E}_p$ şi $\mathcal{E}_v$ funcţia $j = f(\mathcal{E})$ va avea o pantă negativă (rezistenţă diferenţială negativă). O asemenea situaţie are loc în GaAs (fig. 6.7*b*).

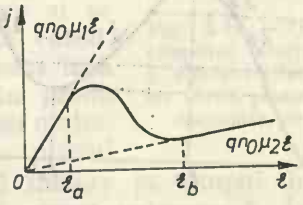


Fig. 6.8. — Dependenţa posibilă a densităţii de curent electric de cîmpul electric în semiconductoare cu două văi.

Pentru ca transferul de electroni dintr-o vale în alta să ducă la rezistenţă diferenţială negativă trebuie îndeplinite următoarele condiţii: *1* – temperatura reţelei să fie destul de joasă pentru ca în absenţa cîmpului electric toţi purtătorii de sarcină să se afle în valea de jos (după cîte am văzut mai sus GaAs satisface o asemenea condiţie la $T = 300$ K unde $n_2/n_1 \sim 10^{-5}$);

2 — în valea de jos purtătorii trebuie să aibă masă efectivă mică, ceea ce implică mobilitatea mare și densitate mică de stări; *3* — în valea superioară purtătorii trebuie să aibă masă efectivă mare și deci mobilitate mică și densitate de stări mare; *4* — energia de separare, Δ, între văi trebuie să fie considerabil mai mică decît lărgimea benzii interzise E_g pentru ca efectul de rezistență negativă să poată fi obținut la un cîmp electric moderat, adică mult mai mic decît cîmpul electric necesar străpungerii în avalanșă. Asemenea condiții sînt îndeplinite în GaAs

6.3. FORMAREA DOMENIILOR GUNN

Gunn a observat în dispozitivele care-i poartă numele, apariția unor domenii de cîmp intens care se deplasează de la catod la anod (fig. 6.6) cu viteza de aproximativ 10^7 cm/s, viteză egală cu viteza de drift a electronilor. Înainte de a studia formarea domeniilor Gunn ne vom opri asupra formării stratului de acumulare de sarcină spațială într-o probă semiconductoare de tip *n*, care prezintă rezistență negativă la cîmpuri electrice intense prin mecanismul Ridley-Watkins-Hilsum. Pentru formarea unui strat de sarcină spațială este necesară o fluctuație de sarcină care se poate datora unei fluctuații de zgomot, unui gradient al rezistivității cu rezistivitate mai mare în apropierea catodului, unei concentrații locale de cîmp la interfața catod-semiconductor datorită neregularităților de interfață sau unei fluctuații spațiale microscopice a distribuției donorilor. Vom urmări formarea și creșterea stratului de acumulare pe figura 6.9.

Dacă aplicăm instantaneu pe cristal un cîmp de valoarea apropiată de cîmpul de pic, $\mathcal{E}_p$, (fig. 6.9), distribuția cîmpului în interiorul cristalului va fi la început uniform însă cu tranziții la cîmp slab la ambii electrozi (fig. 6.6.). Electronii se deplasează de la catod la anod. Presupunem că la catod apare o creștere locală a cîmpului datorită neregularităților de interfață. Cîmpul fiind ceva mai intens în acel loc mai mulți electroni se vor afla în valea *2* și vor avea mobilitate mai mică (fiind mai greu) în comparație cu restul probei. Acești electroni vor rămîne ceva mai în urmă față de electronii din fața lor. Deoarece din contactul metalic sînt injectați mereu electroni, apare lîngă catod o cantitate mai mare de electroni decît în rest,

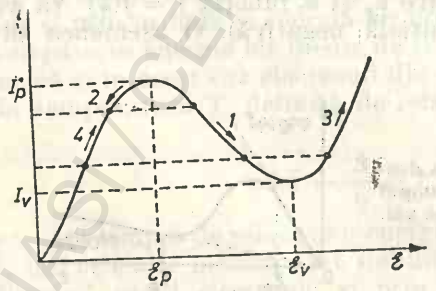


Fig. 6.9. — Variația curentului și cîmpului electric în efectul Gunn.

adică un strat de acumulare de electroni. Acest strat de acumulare se deplasează pentru că electronii fiind liberi se deplasează în cîmpul electric. Odată apărută o sarcină spațială negativă, liniile de cîmp se îndesesc între acesta și anod (cîmpul devine mai intens) și, evident, ele se răresc între stratul de acumulare și catod (cîmpul începe să scadă). Așadar la dreapta

stratului de acumulare (între el și anod) cîmpul crește iar la stînga stratului de acumulare cîmpul scade. Cu cît crește cîmpul la dreapta stratului de acumulare cu atît mai mulți electroni devin grei și rămîn în urmă, alimentînd stratul de acumulare cu electroni grei. Cîmpul din stînga stratului de acumulare se micșorează, în el electronii sînt în majoritate în valea *1* (sînt ușori), și deci au viteză mare și vin în stratul de acumulare.

Așadar, stratul de acumulare împarte proba în două regiuni de cîmp : o regiune de cîmp slab, în stînga, și o regiune de cîmp intens, în dreapta. Regiunea de cîmp intens alimentează stratul de acumulare cu electroni grei iar regiunea de cîmp slab o alimentează cu electroni ușori, astfel încît sarcina în stratul de acumulare crește pe măsură ce aceasta se deplasează. Distribuția cîmpului electric și a concentrației electronilor în probă la diverse momente de timp se vede în figura 6.10.

În timpul creșterii stratului de acumulare se disting două faze.

Faza I. În timpul primei faze cîmpul din stînga stratului de acumulare descrește pe ramura de cîmp slab a caracteristicii $I-V$ (săgeata *2* din fig. 6.9), iar cîmpul din dreapta stratului de acumulare crește pe ramura negativă a caracteristicii $I-V$ (săgeata *1* din fig. 6.9) (Reamintim că valoarea cîmpului inițial pe întreaga probă este în jurul valorii $\mathcal{E}_p$). Curentul va descrește monoton în acest proces și dacă tensiunea este suficientă, curentul descrește pînă la valoarea de vale I_v (valoarea minimă). Din acest moment începe a doua fază.

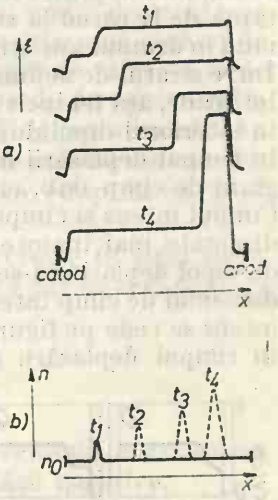


Fig. 6.10. — Distribuția cîmpului electric (*a*) și a concentrației electronilor (*b*) în probă la diverse momente de timp.

Faza II. Curentul nu poate să scadă sub valoarea minimă I_v (condițiile intrinseci impun acest lucru). Stratul de acumulare se deplasează continuu spre anod ceea ce duce la creșterea în continuare a cîmpului și deci și a curentului la dreapta stratului de acumulare (săgeata *3* pe caracteristica $I-V$ din figura 6.9). Deoarece curentul prin orice secțiune a probei păstrează aceeași valoare, trebuie să crească și cîmpul în stînga stratului de acumulare (săgeata *4* din fig. 6.9), valorile cîmpului din stînga și din dreapta stratului de acumulare corespunzînd în permanență aceluiași curent. Cîmpul din stînga stratului de acumulare crește pe ramura indicată de săgeata *4* (fig. 6.9) pînă cînd depășește $\mathcal{E}_p$, adică ajunge în domeniul rezistenței negative și se formează un nou strat de acumulare la catod. Dacă primul strat de acumulare n-a ajuns încă la anod în acest timp pot să coexiste în probă două straturi de acumulare, sau chiar mai multe. Dimensiunile probei se fac în așa fel ca primul strat de acumulare să ajungă la anod înainte ca cîmpul din stînga stratului de acumulare în a doua fază să atingă valoarea $\mathcal{E}_p$. În a doua fază curentul prin probă crește ; această creștere are loc de la I_v pînă la o valoare care poate fi cea maximă, adică I_p. Îndată ce stratul de acumulare a ajuns la anod (unde dispare rapid datorită relaxării rapide a electronilor în metal), tensiunea se repartizează uniform pe întreaga

probă și procesul reîncepe. Așadar apar oscilații ale curentului electric între I_v și o valoare maximă, care poate fi cea de pic (fig. 6.11).

Pînă acum am vorbit de un strat de acumulare. Însă, în dispozitivele Gunn se formează un strat de dipol. Iată un exemplu de acest fel. Se ia o probă de GaAs dopată cu 10^{15} cm^{-3} donori, de lungime 0,02 cm și la distanță de 40 μm de la catod pe o distanță de 1 μm dopajul este redus cu 0,01% (adică se realizează o rezistivitate mai mare). În regiunea de 1 μm

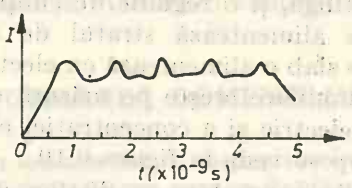


Fig. 6.11. — Oscilațiile curentului electric în proba Gunn.

cîmpul este ceva mai intens decît în restul probei și mai mulți electroni vor fi grei și vor rămîne în urmă față de cei ușori. În dreapta acestei regiuni vor fi mai mulți electroni ușori (care se deplasează mai rapid decît electronii grei), astfel că la granița din dreapta ei apare un strat de sărăcire în electroni — o sarcină spațială pozitivă dată de diferența dintre concentrația donorilor ionizați pozitiv și concentrația electronilor. Catodul va genera un strat de acumulare ca și mai înainte. Dacă drumul pe care-l parcurge stratul de acumulare în prima fază a dezvoltării lui (*Faza I*) este mai mare decît distanța de la catod la stratul de sărăcire, atunci stratul de acumulare, întîlnind în drumul său stratul de sărăcire, formează cu acesta un strat de dipol. Între stratul de acumulare și stratul de sărăcire cîmpul crește, iar în afara lor scade, așa fel încît curentul în orice secțiune a probei să fie același. Deci în interiorul dipolului se formează un domeniu de cîmp intens care crește în timpul deplasării dipolului, iar de o parte și de alta a acestuia sînt regiuni de cîmp slab, cîmp ce se micșorează în timpul deplasării dipolului. Cîmpul intens și cîmpul slab parcurg pe caracteristica $I-V$ aceleași trasee discutate mai înainte în cazul stratului de acumulare (fig. 6.9). Stratul de dipol deplasîndu-se de la catod la anod se deplasează în același mod și domeniul de cîmp intens, domeniul Gunn (formarea unui domeniu de cîmp intens se vede pe figura 6.12). Se poate intui ușor că stratul de dipol crește în timpul deplasării sale.

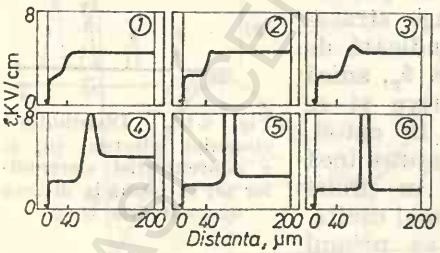


Fig. 6.12. — Dezvoltarea în timp a instabilității dipolului într-o probă de lungime 0,02 cm pentru cîmpul mediu constant (4 000 V/cm) și frecvența de repetiție (687 GHz) (intervalul de timp între două figuri succesive este 0,05 ns).

Stratul de sărăcire crește deoarece cîmpul electric din fața sa (dintre el și anod) fiind slab mulți electroni sau chiar toți se află în valea *1* și au viteză mare, deci merg repede; în timp ce cîmpul intens din interiorul dipolului creează mulți electroni grei care rămîn în urmă, în stratul de acumulare. Cîmpul slab din spatele dipolului, de aceeași valoare cu cel din fața acestuia, alimentează dipolul (stratul de acumulare) cu electroni ușori. Astfel,

crește și sarcina stratului de acumulare. Menționăm că un calcul riguros al formării domeniilor de cîmp intens în apropierea catodului a fost făcut de Hasty [9] și Kroemer [10]. Noi am prezentat un mod didactic de formare a domeniilor Gunn, considerînd o probă în care se realizează intenționat o regiune de rezistivitate mai mare la o oarecare distanță de catod.

În realitate nu este necesară realizarea intenționată a acestei regiuni de rezistivitate mai mare decît restul probei. Gunn [12] a găsit experimental că în ciuda faptului că la curent mic contactul este perfect ohmic, apare lîngă catod pe o distanță de cîțiva microni o cădere mare de tensiune chiar la curenți sub valoarea curentului de prag. La capetele acesteia apare stratul de dipol care cuprinde domeniul de cîmp intens ce se propagă în probă. Kroemer a sugerat că în formarea domeniului de cîmp intens lîngă catod, un rol important îl joacă transportul de energie și difuzie. La contactul n^+n (paragraful 6.5) există o variație abruptă a concentrației purtătorilor și ca atare apare un curent de difuzie mare. Sigur că vor sosi mai repede pentru a traversa bariera de potențial dintre regiunile n^+ și n purtătorii cu energia cea mai mare. Dar cu cît energia lor este mai mare cu atît joacă rol mai important împrăștierea polară în GaAs. Împrăștierea reduce posibilitatea purtătorilor cu energia cea mai mare de a traversa bariera și prin urmare tot acești purtători cîștigă mai multă energie de la cîmpul electric în comparație cu energia medie. Electronii pot să formeze o regiune chiar în fața catodului unde valoarea medie a energiei este ceva mai mare decît în restul probei. În această regiune mai mulți electroni trec în valea *2* și deci sînt mai grei, ceea ce cauzează apariția unei regiuni de rezistivitate mai mare lîngă catod, cînd cîmpul se apropie de valoarea sa de prag (de pic). Forma și viteza domeniului Gunn depinde de concentrația purtătorilor, de difuzie și de transportul energiei [13] (paragraful 6.4). În încheierea acestui paragraf studiem condiția pe care trebuie s-o îndeplinească o probă pentru ca în ea să formeze domenii de cîmp intens și să apară oscilații ale curentului electric.

Fluctuația de cîmp electric apărută la catod crește în timp după relația (6.12), în care timpul de relaxare dielectrică este dat de ecuația (6.7)

$$\tau_d = \frac{\varepsilon}{q\, n_0 |\mu_N|}.$$

Am înlocuit în ecuația (6.7) conductanța diferențială negativă cu valoarea ei, $qn_0|\mu_N|$, unde $|\mu_N|$ este modulul mobilității negative.

Timpul în care fluctuația ajunge de la catod la anod este $t = L/v$, unde v este viteza cu care aceasta se deplasează (este egală cu viteza electronilor din afara ei) iar L este lungimea probei. Astfel rezultă că la anod valoarea fluctuației va fi

$$\Delta\mathcal{E}_A = (\Delta\mathcal{E})_0 \ \exp\ (L/v\tau_d).$$

Pentru ca creșterea fluctuației să fie mare trebuie ca $\exp\ (L/v\tau_d)$ să fie mai mare decît unitatea, ceea ce implică

$$n_0 L > \varepsilon v\, /|q|\, |\mu_N|.$$

Pentru GaAs de tip n, $\varepsilon v/q|\mu_N| \simeq 10^{12}$ cm^{-2}. Astfel, o probă cu $n_0 L < 10^{12}$ cm^{-2} prezintă o distribuție stabilă a cîmpului electric; în ea nu pot apare domenii Gunn, în schimb poate lucra ca amplificator liniar, stabil de microunde [11]. Condiția de apariție a domeniilor Gunn și deci a oscilațiilor curentului electric în GaAs este $n_0 L > 10^{12}$ cm^{-2}.

6.4. VITEZA ȘI FORMA DOMENIILOR GUNN

Ne vom ocupa acum în detaliu de viteza și forma domeniilor Gunn [14]. Considerăm o probă semiconductoare în care densitatea de curent electric este dată de relația (6.28) pe care, dacă coeficientul de difuzie nu depinde de coordonate, o rescriem în forma

$$\frac{I}{S} = q\,n\,v(\mathcal{E}) - qD\frac{\partial n}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}. \tag{6.30}$$

Deoarece domeniul se deplasează, căutăm o soluție a acestei ecuații sub forma $\mathcal{E} = \mathcal{E}(x - ut)$, unde u este viteza cu care se deplasează domeniul de cîmp. Facem trecerea de la variabilele (x, t) la variabilele (x', t').

$$\begin{cases} t' = t \\ x' = x - \int_0^t u(t)\mathrm{d}t; \quad \dfrac{\partial}{\partial x} = \dfrac{\partial}{\partial x'}; \quad \dfrac{\partial}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial t'} - u\dfrac{\partial}{\partial x'}. \end{cases} \tag{6.31}$$

Cu această transformare ecuația (6.30) devine

$$\frac{I}{S} = q\,n\,v(\mathcal{E}) - qD\frac{\partial n}{\partial x'} - u\varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x'} + \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t'}. \tag{6.32}$$

Trecem de la variabila x' la variabila $\mathcal{E}$ folosind relația

$$\frac{\partial}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial \mathcal{E}}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x'} = \left[\frac{q(n-n_0)}{\varepsilon}\right]\frac{\partial}{\partial \mathcal{E}}, \tag{6.33}$$

unde am folosit ecuația lui Poisson

$$\varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x'} = q(n - n_0). \tag{6.34}$$

Ecuația (6.32) se reduce la

$$\frac{\dfrac{I}{S} - \varepsilon\dfrac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} - qn_0 u}{qn} = [v(\mathcal{E}) - u] - \frac{Dq}{\varepsilon n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\mathcal{E}}(n - n_0). \tag{6.35}$$

Integrăm această relație de la valoarea $\mathcal{E}_0$ din afara domeniului de cîmp intens la valoarea sa maximă $\mathcal{E}_m$ din domeniu (fig. 6.13); rezultă relația

$$\frac{qn_0D}{\varepsilon}\int_{n(\mathcal{E}_0)}^{n(\mathcal{E}_m)}\left(1-\frac{n_0}{n}\right)\frac{\mathrm{d}n}{n_0}=\int_{\mathcal{E}_0}^{\mathcal{E}_m}[v(\mathcal{E})-u]\mathrm{d}\mathcal{E}+\frac{\int_{\mathcal{E}_0}^{\mathcal{E}_m}\frac{I}{S}-\varepsilon\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial t'}-qn_0u}{qn}\mathrm{d}\mathcal{E}. \tag{6.36}$$

Considerăm starea staționară în sistemul (x', t') adică $\partial/\partial t' = 0$. Valoarea maximă a cîmpului din domeniu $\mathcal{E}_m$ (unde $\partial\mathcal{E}/\partial x' = 0$) corespunde punctului $n = n_0$ (fig. 6.13*c*); n_0 este concentrația purtătorilor din afara domeniului Gunn (Așa cum se vede în figura 6.13*b* stratul de dipol este format dintr-un strat de acumulare (stînga) și un strat de sărăcire (dreapta)). Rezultă că integrala de la $n(\mathcal{E}_0)$ la $n(\mathcal{E}_m)$ din membrul stîng al ecuației (6.36) se anulează atît pe regiunea de acumulare cît și pe regiunea de sărăcire (pe fiecare din aceste două drumuri). Prima integrală din membrul drept al ecuației (6.36) nu depinde de concentrația purtătorilor și, prin urmare, este independentă de drum. Ultima integrală din ecuația (6.36) în condiții staționare devine

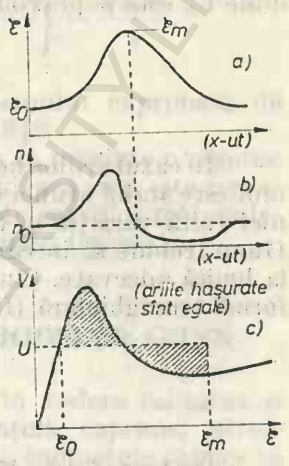


Fig. 6.13. — Cîmpul electric și concentrația purtătorilor în domeniul de cîmp intens și regula ariilor egale.

$$\int_{\mathcal{E}_0}^{\mathcal{E}_m}\frac{\frac{I}{S}-qn_0u}{n}\mathrm{d}\mathcal{E}.$$

Numărătorul acestei integrale este o constantă iar numitorul este o variabilă. Deoarece pe stratul de acumulare $n > n_0$ iar pe stratul de sărăcire $n < n_0$, rezultă că această integrală este independentă de drum (trebuie să fie așa pentru că celelalte integrale sînt independente de drum) numai dacă numărătorul se anulează, adică $I/S - qn_0u = 0$. În afara domeniului (la $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$) din ecuația (6.30) avem

$$\frac{I}{S} = qnv(\mathcal{E}_0).$$

Rezultă că viteza domeniului este egală cu viteza electronilor din afara domeniului, $u = v(\mathcal{E})$. Aceasta este starea staționară : dimensiunile domeniului și căderea de tensiune pe el nu mai variază în timp.

În aceste condiții din ecuația (6.36) rămîne

$$\int_{\mathcal{E}_0}^{\mathcal{E}_m}[v(\mathcal{E})-u]\,\mathrm{d}\mathcal{E}=0. \tag{6.37}$$

Această relație leagă cîmpul $\mathcal{E}_0$ din afara domeniului de cîmpul maxim $\mathcal{E}_m$ din domeniu și reprezintă regula ariilor egale care este reprezentată geometric pe figura 6.13 *c* [15]. Relația (6.37) este independentă de coefi-

cientul de difuzie. Dacă coeficientul de difuzie depinde de cîmpul electric atunci cele două arii haşurate (fig. 6.13*c*) nu mai sînt egale şi avem regula ariilor neegale [16]. În acest caz domeniul de cîmp intens se mişcă cu o viteză diferită de viteza electronilor din afara lui. De asemenea, avem regula ariilor neegale dacă potenţialul domeniului variază în timp. Diferenţa dintre ariile neegale este dată de expresia [17]

$$\frac{\partial V_D}{\partial t} = \int_{\mathcal{E}_0}^{\mathcal{E}_m} [v(\mathcal{E}_0) - v(\mathcal{E})]\, d\mathcal{E}, \tag{6.38}$$

unde V_D este supravoltajul pe domeniu

$$V_D = \int_{-\infty}^{+\infty} [\mathcal{E}(x) - \mathcal{E}_0]dx. \tag{6.39}$$

În cazul ariilor neegale domeniul nu mai este stabil (spunem că domeniul este stabil atunci cînd el se propagă cu o anumită viteză şi nu suferă nici o altă variaţie în timp). Pentru a găsi forma şi lărgimea domeniului Gunn trebuie să integrăm ecuaţia Poisson (6.34), pe domeniu, cu condiţii la limită adecvate. Cînd se neglijează difuzia domeniul de cîmp intens are formă triunghiulară (fig. 6.14) cu lărgimea

$$d = \frac{\varepsilon}{qn_0}(\mathcal{E}_m - \mathcal{E}_0).$$

De fapt d este lărgimea stratului de sărăcire, lărgimea stratului de acumulare fiind neglijabilă. Pentru supravoltajul pe domeniu rezultă

$$V_D = \frac{1}{2} qn_0 d^2/\varepsilon.$$

Presupunem supravoltajul pe domeniu suficient de mare astfel că electronii din stratul de acumulare se mişcă aproximativ cu viteza de drift de saturaţie v_s iar stratul de sărăcire este complet epuizat. Viteza electro-

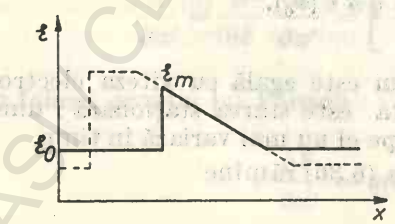


Fig. 6.14. — Domeniul de dipol în absenţa difuziei.

nilor în afara domeniului este $v_0 = \mu\mathcal{E}_0$ şi este egală cu v_s, adică viteza electronilor din afara domeniului este egală cu viteza stratului de acumulare. Cum v_s rămîne constant, înseamnă că, deoarece, electronii nu mai sosesc în stratul de acumulare, domeniul de cîmp intens rămîne constant ca dimensiuni (spunem că domeniul a devenit complet „matur").

Cînd se ia în considerare și difuzia rezultă forma domeniului ca în figura 6.13*a*. Pentru a găsi forma analitică a curbei avem în vedere că la cîmp electric intens ecuația (6.35) se reduce la

$$0 = v_s - v_0 - \frac{D}{n}\frac{\partial n}{\partial x}.$$

Integrînd ecuația (6.34) și avînd în vedere ecuația de mai sus, obținem pentru distribuția cîmpului din domeniu relația

$$\mathcal{E}(x) - \mathcal{E}_m = \frac{qDn_0}{\varepsilon(v_0 - v_s)}\left\{1 - \exp\frac{-(v_0 - v_s)x}{D}\right\} - \frac{qn_0x}{\varepsilon},$$

unde $\mathcal{E}_m$ este valoarea lui $\mathcal{E}$ la $x = 0$. Forma domeniului exprimată de această ecuație concordă cu datele experimentale [18].

Se poate întîmpla ca domeniul de cîmp intens să prezinte o regiune netedă, adică de cîmp constant în interiorul dipolului, așa cum este reprezentat cu linie întreruptă în figura 6.14 (situația este specifică materialelor în care viteza de drift nu prezintă saturație la cîmpuri intense).

6.5. REALIZAREA EXPERIMENTALĂ A DIODELOR GUNN

În realizarea diodelor Gunn trebuie avută în vedere calitatea și uniformitatea materialului semiconductor (să conțină capcane, nivele donoare adînci și dislocații în cantitate cît mai mică), contactele ohmice să aibă putere mică, disiparea căldurii să se facă rapid și să fie protejate față de atmosferă. Primele diode Gunn s-au realizat din GaAs masiv pe care s-au aplicat contacte ohmice prin metoda alierii. Actualmente se folosește metoda epitaxială. Straturile epitaxiale se depun prin epitaxie din fază lichidă sau gazoasă. Pe un substrat n^+ se depune epitaxial un strat n peste care se depune epitaxial un strat n^+ (fig. 6.15). Grosimea totală a probei din figura 6.15 este 75—100 μm și concentrația electronilor în GaAs-n este de 10^{14}—10^{16} cm^{-3}. Se folosesc contactele ohmice n^+ pentru ca rezistența electrică a contactelor să fie cît mai mică. Apoi proba este curățită în solvenți organici, proces care constă în general în clătirea probei în cloroform fierbinte, în acetonă fierbinte și în final în ethanol fierbinte. Se introduce apoi într-o soluție de acid sulfuric și peroxid de hidrogen pentru a se înlătura defectele suprafeței și pentru a i se da grosimea dorită.

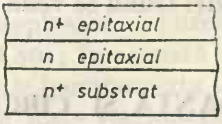


Fig. 6.15. — Structura diodei Gunn.

După aceea se aplică contactele metalice care pot fi din diverse metale [19] : nichel-cositor, indiu-nichel, indiu-aur. De exemplu contactele metalice indiu-nichel se aplică astfel : se evaporă pe ambele fețe n^+ cîte un strat de indiu de 0,5 μm grosime, peste care se depune electrolitic cîte un strat de nichel de 0,5 μm grosime. În multe cazuri stratul epitaxial n^+

de deasupra (fig. 6.15) nu se aplică. Este posibil să se facă contacte ohmice cu rezistență destul de mică folosind cositor, cositor-argint, aur-germaniu-nichel sau alte aliaje. Probei i se dă prin tăiere geometria dorită. Lungimea probei Gunn variază de la cîțiva μm la cîteva sute de μm. Pentru o probă cu lungime de 70 μm și rezistivitatea de 10 Ω cm, caracteristica $I-V$ se vede pe figura 6.16 [19].

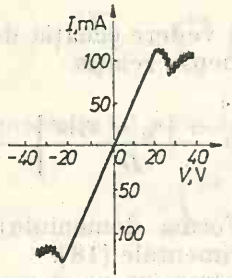


Fig. 6.16. — Caracteristica $I-V$ a unei probe Gunn.

Dioda Gunn trebuie să lucreze la putere mare (puterea continuă disipată este de ordinul $2 \cdot 10^7$ W/cm ^{3}), ceea ce necesită montarea ei pe un suport cu rezistență termică extrem de mică pentru disiparea rapidă a căldurii. În acest scop proba este sudată sau fixată pe un suport de cupru care face contact intim cu anodul. În final se fixează conductori de aur, la cei doi electrozi, prin termocompresie, necesari pentru a putea realiza circuitul electric.

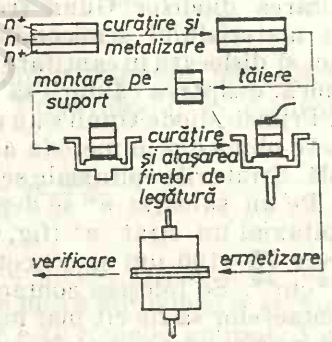


Fig. 6.17. — Diagrama procesului de fabricație a diodei Gunn.

De asemenea, este necesară protecția diodei de atmosferă și pentru aceasta se introduce într-o capsulă care trebuie să aibă reactanța cît mai mică (este o reactanță parazită) și să fie cunoscută. Diagrama procesului de fabricare a diodei Gunn se vede pe figura 6.17 [20].

6.6. IMPEDANȚA ȘI CIRCUITUL ECHIVALENT AL DIODEI GUNN. AMPLIFICAREA

În proba Gunn se stabilesc unde ale curentului și ale cîmpului electric care se deosebesc de undele cuantice ale electronilor, ele fiind determinate de mișcarea colectivă a acestora sub influența forței care apare datorită sarcinii lor spațiale.

Cunoașterea impedanței probei este utilă pentru stabilirea condițiilor de stabilitate a circuitului. Dacă apare în probă o variație negativă a rezistenței, atunci impedanța ei poate lua aproape orice valori; rezistența variază de la valori negative la valori pozitive și odată cu ea și reactanța. În paragraful 6.3 am observat că existența rezistenței negative nu duce totdeauna la formarea domeniilor. Parametrul critic în acest caz este produsul $n_0 L$, care în GaAs are valoarea aproximativ de 10^{12} cm^{-2}. Prin urmare, conductanța și lungimea probei joacă rol important în formarea domeniilor Gunn. Chiar dacă nu este posibilă formarea domeniilor, rezistența negativă dă posibilitatea amplificării undelor electrice. Legat de aceasta, la început vom găsi impedanța probei cînd se aplică pe ea o perturbație sinusoidală mică, de tensiune sau de curent, cu alte cuvinte vom face analiza la semnal mic.

Folosim ecuația pentru densitatea de curent (6.30), ecuația lui Poisson (6.34) și ecuația de continuitatea

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial j}{\partial x}. \tag{6.40}$$

Considerăm problema unidimensională. Amintim că în cele mai multe cazuri în membrul drept al ecuației (6.40) se adaugă încă un termen care reprezintă rata de tranziție a purtătorilor dintr-o vale în alta indusă de cîmpul $\mathcal{E}$ [21, 22]. La semnal mic putem neglija acest termen. Analiza la semnal mic a ecuațiilor (6.30), (6.34) și (6.40) se face separînd fiecare funcție într-o parte de stare staționară și o parte care variază în timp și spațiu

$$f(x, t) = f_0 + f'(x)e^{i\omega t}, \tag{6.41}$$

unde am presupus o parte staționară care este constantă în mediu și perturbațiile mici care variază armonic în timp cu frecvența ω. Neglijînd termenii de ordin superior, ecuațiile (6.30), (6.34) și (6.40) pentru funcțiile de perturbație se reduc la

$$\frac{I'}{S} = qn_0 v' + qn' v_0 - qD\frac{\partial n'}{\partial x} + \varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}'}{\partial t},$$

$$\varepsilon\frac{\partial \mathcal{E}'}{\partial x} = qn'; \quad v' = \frac{\partial v}{\partial \mathcal{E}}\mathcal{E}', \frac{\partial n'}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial j'}{\partial x}. \tag{6.42}$$

Menționăm că componenta de deplasare a curentului electric nu intervine în ecuația de continuitate (6.30); în această ecuație intervine numai densitatea j de curent de particule (componenta de cîmp și componenta de difuzie). Valorile funcțiilor în stare staționară sînt I_0, $\mathcal{E}_0$, $v_0 = \mu_0\mathcal{E}_0$, n_0, μ_0, j_0, mărimi care se referă la ansamblul electronilor din cele două văi. Combinînd ultimele ecuații obținem [14]

$$\frac{I'}{I_0} = \theta\left(\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}_0}\right) + \frac{v_0}{\omega_D}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}_0}\right) - L_D^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}_0}\right) + \frac{1}{\omega_D}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}_0}\right), \tag{6.43}$$

unde am notat

$$L_D = \sqrt{D/\omega_D}\,,\ \theta = \frac{\mathcal{E}_0}{v_0}\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\mathcal{E}}\,,\ \omega_D = qn_0\mu_0/\varepsilon \tag{6.44}$$

(L_D este lungimea de ecranare Debye (cap. I)). Căutăm soluția ecuației (6.43) de forma $\exp[\mathrm{i}(\omega t - \alpha x)]$, și obținem pentru α ecuația

$$\theta + \mathrm{i}\frac{\omega}{\omega_D} - \mathrm{i}\frac{\alpha v_0}{\omega_D} + \alpha^2 L_D^2 = 0. \tag{6.45}$$

care are soluțiile aproximative

$$\alpha_d = \frac{\omega}{v_0} - \mathrm{i}\theta\frac{\omega_D}{v_0} - \frac{\mathrm{i}\omega_D}{v_0}\left(\frac{L_D\,\omega_D}{v_0}\right)^2\left(\frac{\omega}{\omega_D} - \mathrm{i}\theta\right),$$

$$\alpha_i = -\frac{\omega}{v_0} + \mathrm{i}\theta\frac{\omega_D}{v_0} + \mathrm{i}\frac{\omega_D}{v_0}\left(\frac{v_0}{L_D\,\omega_D}\right)^2, \tag{6.46}$$

unde s-a presupus $L_D\omega_D/v_0 \ll 1$. Aceste două soluții arată că în probă se stabilesc două unde : o undă directă α_d care se propagă în direcția de curgere a curentului de electroni și o undă inversă α_i care se propagă în sens invers. Dacă $\theta > 0$ cele două unde se atenuează în direcțiile lor de propagare. Însă, deoarece am presupus $L_D\omega_D/v_0 \ll 1$, unda inversă se atenuează într-o fracțiune din lungimea ei de undă, la frecvențele de lucru și nivelul de dopare normale, cînd $\omega \lesssim \omega_D$. Dar dacă o undă se atenuează pe un spațiu atît de mic înseamnă că ea are practic un efect foarte mic și poate fi adesea neglijată. Unda inversă este determinată de procesele de difuzie și dacă ea este foarte rapid atenuată înseamnă că putem neglija procesele de difuzie. În această situație în expresia lui α_d putem păstra numai primii doi termeni

$$\alpha_d \simeq \frac{\omega_D}{v_0}\left(\frac{\omega}{\omega_D} - \mathrm{i}\theta\right) = \alpha. \tag{6.47}$$

În afara undei directe și undei inverse în probă se mai stabilește și o undă forțată, cauzată de cîmpul aplicat sau, ceea ce este același lucru, de curentul total. Ea nu depinde de coordonatele spațiale, fiind răspunsul direct al probei la tensiunea aplicată. Dacă notăm $\mathcal{E}''$ amplitudinea undei forțate a cîmpului electric atunci ea este legată de amplitudinea curentului I' prin ecuația (6.43), care în condițiile $\alpha = 0$ devine

$$\frac{I'}{I_0} = \left[\theta + \mathrm{i}\frac{\omega}{\omega_D}\right]\left(\frac{\mathcal{E}''}{\mathcal{E}_0}\right). \tag{6.48}$$

Strict vorbind, ecuația (6.43) are trei soluții. Două sînt date de ecuațiile (6.46) și reprezintă undele dependente spațial (soluții ale ecuației omogene, adică fără termenul liber I'/I_0), iar a treia este dată de ecuație (6.48). Suma acestor trei unde ne dă soluția totală.

Avînd în vedere cele discutate mai înainte, neglijînd unda inversă, se poate scrie perturbaţia cîmpului electric ca fiind compusă dintr-o undă forţată şi o undă directă

$$\mathcal{E}' = \mathcal{E}'' + C \exp(-i\alpha x). \tag{6.49}$$

Constanta C se determină considerînd că la catod cîmpul alternativ este zero, $\mathcal{E}'(0) = 0$, ceea ce reprezintă o situaţie rezonabilă (Aceasta presupune că la catod curentul se datorează difuziei). Astfel, folosind ecuaţiile (6.48) şi (6.49) rezultă

$$\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{E}_0} = \frac{\omega_D}{v_0} \frac{I'}{I_0} \frac{1 - \exp(-i\alpha x)}{i\alpha}. \tag{6.50}$$

Potenţialul alternativ $V' = \int \mathcal{E}' dx$ şi prin urmare

$$\frac{V'}{\mathcal{E}_0} = \frac{\omega_D}{v_0} \frac{I'}{I_0} \int_0^L \frac{1 - \exp(-i\alpha x)}{i\alpha} dx. \tag{6.51}$$

Impedanţa în curent alternativ, la semnal mic, se scrie

$$Z(i\omega) = \frac{V'}{I'} = R_0 \left(\frac{\omega_D L}{v_0} \right) \left\{ \frac{\gamma + \exp(-\gamma) - 1}{\gamma^2} \right\}, \tag{6.52}$$

unde am notat $R_0 = E_0 L / I_0$ şi $\gamma = i\alpha L$. Unda directă influenţează puternic impedanţa dacă partea reală a lui γ este mică sau chiar negativă, aşa cum se vede din relaţia (6.52). Condiţiile de stabilitate se discută pe baza teoriei clasice a polurilor şi zerourilor impedanţei în planul complex al frecvenţelor. Cazurile cele mai simple de studiat stabilitatea sînt ale circuitului deschis şi scurtcircuitului de radiofrecvenţă (r.f.). Stabilitatea circuitului deschis implică faptul că dispozitivul este alimentat de la o sursă de curent a cărei impedanţă r.f. este infinită la frecvenţa de lucru (Stabilitate înseamnă că nu există oscilaţii de curent). Dimpotrivă stabilitatea scurtcircuitului implică faptul că dispozitivul este alimentat de la o sursă de tensiune a cărei impedanţă r.f. este zero la frecvenţa de lucru (Stabilitatea înseamnă că nu există oscilaţii de tensiune). Notînd $i\omega = p$, circuitul deschis este stabil dacă $Z(p)$ nu are poli situaţi în semiplanul din dreapta al planului complex p (adică nu avem $Z(p) = \infty$). Impedanţa (6.52) nu are asemenea poli şi prin urmare dispozitivul este stabil la orice frecvenţă atunci cînd este alimentat de la o sursă de curent constant. Vom discuta acum stabilitatea scurtcircuitului care corespunde cazului practic al diodelor Gunn. Dacă impedanţa r.f. are zerouri ($Z(p) = 0$) în semiplanul din dreapta planului p complex atunci circuitul este instabil şi apar oscilaţii de curent datorită formării domeniilor. Pentru a studia această problemă căutăm soluţiile ecuaţiei $\exp(-\gamma) + \gamma - 1 = 0$. Luînd $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$, obţinem că expresia de mai sus este egală cu zero dacă

$$\begin{aligned} \exp(-\gamma_1)\cos\gamma_2 + \gamma_1 &= 1, \\ \exp(-\gamma_1)\sin\gamma_2 - \gamma_2 &= 0. \end{aligned} \tag{6.53}$$

Există o multiplicitate de zerouri. Primul zero se găsește la

$$\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2 = -2{,}09 \pm i \cdot 7{,}46. \qquad (6.54)$$

Ținînd cont că $\gamma = i\alpha L$ și avînd în vedere ecuațiile (6.47) și (6.54) obținem valoarea lui p pentru care are loc primul zero al lui $Z(p)$, $p = -\theta\omega_D + (v_0/L)(-2{,}09 + i \cdot 7{,}46)$. Aceasta se va afla în semiplanul din dreapta al planului complex p dacă partea reală este mai mare ca zero, adică dacă $\theta < 0$ și $\omega_D L|\theta|/v_0 > 2{,}09$. Luînd pentru GaAs lîngă prag

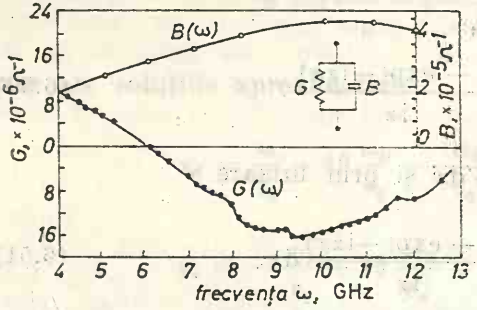


Fig. 6.18 — Conductanța $G(\omega)$ și susceptanța B (ω) funcție de frecvență pentru o diodă Gunn tipică, $L = 12$ μm, $V_0 = 12$ V.

$v_0 \simeq 2 \cdot 10^7$ cm/s, $\theta \simeq -1/3$, $\omega_D \simeq 10^{-3} n_0$, rezultă că dispozitivul din GaAs este instabil la tensiune constantă numai dacă $n_0 L > 5 \cdot 10^{11}$ cm^{-2}, condiție pe care am regăsit-o și pe altă cale în paragraful 6.3. În acest caz soluțiile de mai sus, dependente de timp, cresc exponențial, ceea ce reprezintă o situație nestabilă. Dacă $n_0 L$ este mai mic decît această valoare concludem că dispozitivul este stabil în condiții de scurtcircuit. Celelalte zerouri dau pentru $n_0 L$ o valoare mai mare și pentru stabilirea criteriului de stabilitate este suficientă (și necesară) valoarea cea mai mică a acestui produs, adică cea dată de primul zero. Pe figura 6.18 este reprezentată conductanța și susceptanța măsurate pe o probă tipică de GaAs, în condiții de stabilitate [20].

Conductanța este pozitivă la frecvențe joase și devine negativă pînă la frecvențe de peste 16—18GHz. Ea este negativă pentru frecvențe în vecinătatea frecvenței timpului de tranzit $f_t = v/L$ sau a armonicelor acesteia cu condiția ca mobilitatea să fie negativă (v este viteza de drift a electronilor și L este lungimea probei).

Susceptanța se comportă aproape ca cea a unui capacitor fix $C \simeq \varepsilon A/L$.

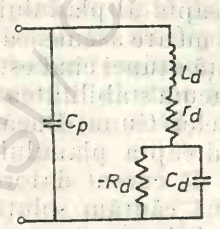


Fig. 6.19. — Circuitul echivalent al diodei Gunn în regim de stabilitate (avînd rezistență negativă).

Circuitul echivalent al dispozitivului cu impedanța (6.53) este redat în figura 6.19 : o rezistență R_d în paralel cu o capacitate C_d reprezentînd regiunea activă a dispozitivului, o rezistență serie r_d care este suma rezistențelor contactelor și rezistenței capsulei, inductanța capsulei L_d și capacitatea capsulei C_p.

Lărgimea benzii (adică domeniul de frecvență în care partea reală a impedanței (6.53) este negativă) este de ordinul unei octave sau chiar mai mică. Banda de lucru se poate lărgi dacă contactul de la catod nu se face ohmic ci cu barieră Schottky ; în acest caz este prezisă o conductanță negativă aproape constantă pe cîteva octave [23].

Am găsit că pentru o valoare a produsului n_0L sub o anumită valoare critică, deși dispozitivul prezintă rezistență negativă în condiția de scurtcircuit este stabil. Totuși, dispozitivul poate oscila dacă este introdus într-o cavitate rezonantă, deși în el nu apar domenii de cîmp intens, deoarece în acest fel poate fi ajustată impedanța circuitului r.f. astfel ca să se obțină oscilații. Dispozitivul cu rezistență negativă stabilă (prin aceasta înțelegem stabilitatea în condiția de scurtcircuit) poate fi folosit ca amplificator de microunde, ca orice rezistență negativă, pentru aceasta folosindu-se un circulator (de ferită) sau un hibrid. Pe figura 6.20 se arată un circuit de amplificare [24], unde proba de Ga As este montată la capătul unei linii de transmisie coaxială de 50 Ω și un circulator de bandă largă separă semnalul de intrare de unda reflectată. Semnalul de intrare intră prin poarta I a circulatorului, părăsește circulatorul prin poarta II apoi este amplificat de sistemul linie-diodă Gunn și este reflectat înapoi prin poarta II și părăsește circulatorul prin poarta III. Semnalul amplificat este detectat de o diodă cu cristal care este conectată la un osciloscop. La ieșirea circulatorului este conectat și un analizor spectral pentru a investiga armonicele și pentru a verifica dacă semnalul de ieșire are aceeași frecvență cu semnalul de intrare.

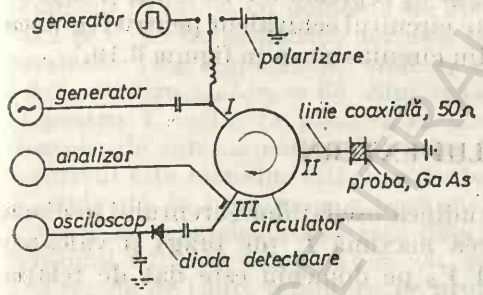


Fig. 6.20. — Schema amplificatorului cu diodă Gunn.

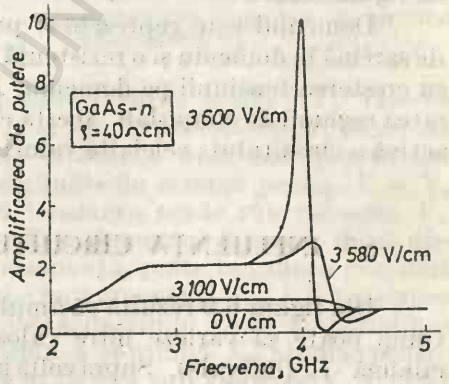


Fig. 6.21. — Amplificarea de putere funcție de frecvență pentru diverse valori ale cîmpului continuu aplicat.

Semnalul este amplificat de sistemul linie de transmisie-dispozitiv Gunn. Se cunoaște că o linie de transmisie de impedanță Z_0, terminată cu o rezistență negativă $-R$ (dispozitivul Gunn), reflectă din putere fracțiunea

$$G = \frac{|Z_0 + R|^2}{|Z_0 - R|^2}, \tag{6.55}$$

ceea ce înseamnă amplificare de putere. Cu montajul din figura 6.20 a fost măsurată amplificarea de putere pe o probă din GaAs. Rezultatele pentru diverse valori ale cîmpului electric continuu aplicat se văd pe figura 6.21.

S-a găsit că amplificarea nu poate avea loc în probe de GaAs în care produsul n_0L este mai mic de aproximativ $8 \cdot 10^{10}$ cm^{-2}. Aceasta se datorează faptului că în proba cu produsul n_0L sub această limită, rezistența serie parazită, adică procesele de captură și contactele fac să dispară rezistența negativă.

Am prezentat pînă aici cazul semnalului mic, adică am analizat cazul în care perturbațiile sînt mici și putem considera problema liniară. Însă, în cazul oscilațiilor Gunn problema este neliniară deoarece amplitudinea

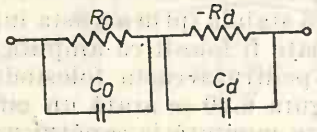


Fig. 6.22. — Circuitul echivalent al unei diode Gunn cu domeniu de cîmp intens.

oscilațiilor cîmpului și curentului electric este mare (paragraful 6.3), ceea ce face dificil să se exprime caracteristicile lor prin formule matematice explicite. De aceea, pentru descrierea oscilațiilor din efectul Gunn se face calculul numeric al ecuațiilor (6.30), (6.34) și (6.40) [25] care arată că atunci cînd produsul n_0L depășește 10^{13} cm^{-2} în GaAs, o fluctuație de dopaj pe o lungime de 10^{-5} μm este suficientă pentru ca un strat simplu de acumulare să ducă la formarea unui domeniu de cîmp intens. Circuitul echivalent aproximativ al unei diode Gunn cu domeniu de cîmp intens este ilustrat de figura 6.22.

Domeniul este reprezentat printr-o capacitate, care arată stocarea de sarcină în domeniu și o rezistență negativă care arată scăderea curentului cu creșterea tensiunii pe domeniu. R_0 și C_0 reprezintă rezistența și capacitatea regiunii de cîmp slab. Acesta este circuitul echivalent pentru regiunea activă a circuitului; celelalte valori din circuit sînt ca în figua 6.19.

6.7. INFLUENȚA CIRCUITULUI EXTERN

Din figura 6.9 rezultă că amplitudinea oscilațiilor curentului în dioda Gunn poate să varieze între valoarea maximă I_p (de prag) și valoarea minimă I_v (de vale). Supravoltajul V_D pe domeniu este dat de relația (6.39). Dacă pe proba de lungime L se aplică tensiune V, atunci există următoarea relație pentru dispozitiv

$$V_D = V - \mathcal{E}_0 L = V - IR_0, \tag{6.56}$$

unde $\mathcal{E}_0$ este cîmpul electric din afara domeniului, I — curentul din proba cu domeniu și R_0 — rezistența regiunii probei de cîmp slab ($\mathcal{E}_0$) (fig. 6.22). Relația liniară (6.56) dintre V_D și $\mathcal{E}_0$ se numește linia de sarcină a dispozitivului. Pentru o lungime dată a probei panta liniei de sarcină este fixă, dar dreapta se poate deplasa în sus sau în jos funcție de tensiunea aplicată. Dacă în circuit există și o rezistență externă R_e, atunci în ecuația (6.56) intervine în loc de R_0, $R_0' = R_0 + R_e$. Numim tensiunea de prag V_p pentru o probă de lungime L produsul $\mathcal{E}_p L$ unde $\mathcal{E}_p$ este cîmpul de pic (fig. 6.9).

Pentru ca în probă să apară domenii trebuie ca tensiunea aplicată V să îndeplinească condiția $V \geqslant V_p$. De asemenea numim curentul maxim I_p curent de prag.

Deși este necesar ca tensiunea să atingă valoarea V_p, pentru formarea domeniului, după ce acesta s-a format este suficientă o tensiune pe probă mai mică decît V_p. Tensiunea minimă necesară pentru ca domeniul să existe în probă după ce acesta s-a format, se numește tensiune minimă de susținere și se notează cu V_s. Pentru a înțelege aceasta, pe figura 6.23 am reprezentat curba dependenței curentului de tensiunea pe

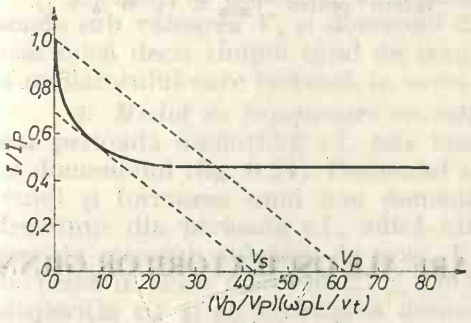


Fig. 6.23. — Caracteristica $I - V$ pentru domeniu.

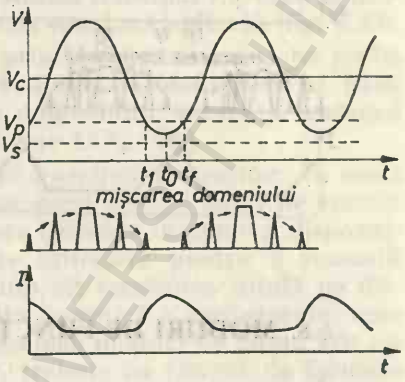


Fig. 6.24. — Tensiunea și curentul cînd oscilațiile sînt controlate de circuitul extern pentru $V_{min} > V_s$ și $t_0 < t_f$.

domeniu în proba cu domeniu de cîmp intens (curba plină) [14]. Valorile lui I și V pe domeniu sînt normate la I_p și V_p. În abscisă este reprezentat produsul $(V_D/V_p)(\omega_D L/v_t)$, unde v_t este viteza de drift corespunzătoare lui I_p, pentru $\omega_D L/v_t = 65$. Sînt trasate liniile de sarcină pentru $V = V_p$ și pentru $V = V_s$. Se observă că dacă tensiunea scade sub valoarea V_s, dreapta de sarcină cade sub curba $I - V$ și domeniul dispare. Dacă dispozitivul este introdus într-o cavitate rezonantă, peste tensiunea continuă V_0 aplicată se suprapune o tensiune de radiofrecvență (r.f.) și tensiunea culeasă la capetele probei este dependentă de timp. Dacă amplitudinea tensiunii r.f. este comparabilă cu tensiunea continuă V_0 atunci, pentru o perioadă de timp, tensiunea pe probă se va afla sub valoarea V_p și chiar sub valoarea V_s. Cînd tensiunea scade sub valoarea V_s, domeniul dispare și nu apare alt domeniu decît cînd tensiunea pe probă atinge valoarea de prag V_p; rezultă că frecvența de oscilație a dispozitivului este determinată de circuitul rezonant (incluzînd și susceptanța dispozitivului).

Pe figura 6.24 este reprezentată situația cînd tensiunea minimă pe probă devine mai mică decît V_p, dar este mai mare decît V_s. Dacă timpul de tranzit al domeniului prin probă t_0 este mai mic decît perioada t_f a tensiunii r.f., atunci domeniul odată format poate să ajungă la catod, deoarece tensiunea $V > V_s$, însă un nou domeniu nu se poate forma decît după ce tensiunea V atinge valoarea V_p. Astfel, oscilațiile curentului au frecvența egală cu a tensiunii r.f., adică cu a cavității rezonante. Pe figura 6.25 este redată situația cînd tensiunea minimă scade sub valoarea de susținere a domeniului, V_s, și cînd $t_0 > t_f$. La timpul t_1 cînd tensiunea

scade sub V_s, domeniul dispare oriunde s-ar afla în probă și un nou domeniu apare cînd $V \geqslant V_p$. Frecvența de lucru a dispozitivului este determinată și în acest caz tot de cavitatea rezonantă. Alte observații asupra acestor probleme le vom face în paragraful care urmează.

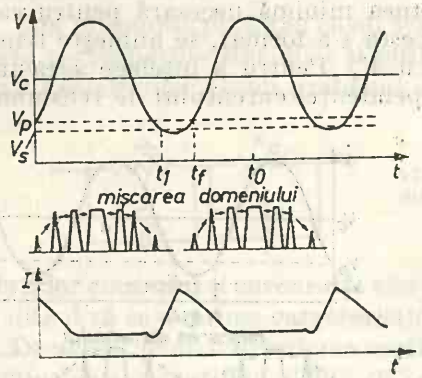


Fig. 6.25. — Tensiunea și curentul cînd oscilațiile sînt controlate de circuitul extern pentru $V_{min} < V_s$ și $t_0 > t_f$.

6.8. MODURI DE FUNCȚIONARE ALE OSCILATORILOR GUNN

În acest paragraf ne vom opri asupra celor mai importante moduri de lucru ale oscilatorilor Gunn.

a. Modul de funcționare cu rezistență negativă stabilă

Am discutat în paragraful 6.6 că pentru $n_0L < 10^{12}$ cm^{-2} nu se dezvoltă domeniu de cîmp intens în probă, deși aceasta prezintă rezistență negativă. Totuși, dispozitivul poate să oscileze dacă se introduce într-o cavitate rezonantă unde se generează oscilații dacă impedanța dispozitivului, a circuitului asociat și a sarcinii are rezonanță la o frecvență la care partea reală a impedanței este negativă. Frecvența de oscilație în stare staționară se deduce din condiția ca în stare staționară (presupunînd oscilații sinusoidale) reactanța să fie zero (pentru rezistență negativă a dispozitivului)

b. Modul de funcționare cu domeniu de cîmp intens

Pentru ca prin probă să se propage un domeniu de cîmp intens, trebuie ca produsul $n_0L > 10^{12}$ cm^{-2} (Circuitul echivalent al părții active a dispozitivului este redat în figura 6.22). Domeniul de cîmp intens are timp să se formeze dacă timpul de relaxare dielectrică în regiunea de rezistență negativă este mai mic decît perioada oscilațiilor r.f. care apar pe probă, adică $1/f \geqslant (\varepsilon/qn_0|\mu_n|)$, ceea ce dă pentru GaAs condiția $n_0/f \geqslant 5 \cdot 10^{-4}$ cm^{-3}s. Aceasta este a doua condiție pe care trebuie s-o îndeplinească oscilatorul cu domeniu de cîmp intens. Există mai multe moduri de lucru în regim de domenii:

1. *Modul de funcționare cu timp de tranzit* (dispozitivul funcționează într-un circuit cu Q mic). Domeniul se formează la catod, traversează proba și este colectat la anod. Este generat un puls mic de curent în timpul,

de cînd a ajuns domeniul la anod și pînă cînd se formează un nou domeniu la catod. Pulsurile de curent sînt separate printr-o distanță de timp egală cu timpul de tranzit al domeniului prin probă L/v_d (fig. 6.26).

Amplitudinea tensiunii r.f. care se dezvoltă pe dispozitiv este mai mică decît tensiunea continuă aplicată, astfel că tensiunea minimă pe probă este mai mare decît tensiunea de prag, V_p. Cînd timpul de tranzit t_d este egal cu perioada tensiunii r.f., T, spunem că dispozitivul funcționează în modul de rezonanță a timpului de tranzit.

2. *Modul de funcționare cu dispariția domeniilor.* Dispozitivul lucrează într-un circuit cu Q mare și amplitudinea tensiunii r.f. care se dezvoltă pe probă este comparabilă cu tensiunea continuă aplicată (fig. 6.25).

În timp ce domeniul se deplasează prin probă, tensiunea pe probă scade sub valoarea V_s și domeniul dispare. Perioada oscilațiilor r.f. fiind mai mică decît timpul total de tranzit al domeniului, eficiența teoretică a oscilatorului care lucrează în acest mod este 13% [26].

3. *Modul de funcționare cu întîrzierea apariției domeniilor.* În acest caz perioada oscilațiilor r.f. este mai mare decît timpul total de tranzit al domeniului (fig. 6.24). Domeniul străbate întreaga lungime a dispozitivului și formarea unui nou domeniu este întîrziată pentru o anumită fracțiune din perioada r.f., adică atîta timp cît tensiunea totală pe dispozitiv este sub valoarea de prag. Eficiența teoretică a oscilatorului care lucrează în acest mod este 27% [26]. În ambele moduri de lucru, atît cu dispariția cît și cu întîrzierea domeniilor, trebuie ca timpul de formare a domeniului de cîmp intens să fie mai mic decît perioada r.f., adică trebuie îndeplinită pentru GaAs condiția $n_0/f \geqslant 5 \cdot 10^{-4}$ cm^{-3}s.

c. Modul de oscilație cu acumulare limitată de sarcină spațială (LSA)

În modul de lucru LSA apariția (formarea) domeniilor este împiedicată de către tensiunea r.f. a cărei amplitudine este destul de mare pentru ca dispozitivul să se afle sub tensiunea de prag, în timpul unei semiperioade a tensiunii r.f. În timpul semiperioadei r.f. în care tensiunea pe probă depășește valoarea de prag [13], pentru a împiedica formarea domeniului de cîmp intens, perioada de oscilație a r.f. trebuie să fie mai mică decît timpul de relaxare dielectrică negativ; se ia $1/f \leqslant 3\varepsilon/(qn_0|\mu_n|)$. Pe de altă parte, pentru ca stratul de acumulare să dispară în fiecare ciclu, cînd cîmpul electric este sub prag, timpul de relaxare dielectrică pozitiv trebuie să fie mai mic decît perioada r.f., adică $1/f > \varepsilon/(n_0\mu_0 q)$. Pentru GaAs rezultă, din cele de mai sus, limitarea raportului dintre dopaj și frecvență în modul de lucru LSA astfel

$$2 \cdot 10^5 \geqslant \frac{n_0}{f} > 1{,}4 \cdot 10^3 \text{ (s/cm}^3\text{)}.$$

Principiul de funcționare în modul LSA este reprezentat în figura 6.27. Dispozitivul este plasat într-o cavitate rezonantă care are frecvența de rezonanță de cîteva ori mai mare decît frecvența de tranzit. Se vede pe figură că dispozitivul este polarizat la o tensiune $\mathcal{E}_c$ de cîteva ori mai mare decît tensiunea de prag $\mathcal{E}_p$; amplitudinea tensiunii r.f. trece dispozitivul sub tensiunea de prag $\mathcal{E}_p$ [27].

În modul de lucru LSA stratul de acumulare de sarcină spațială abia are timp să se formeze, traversează doar o mică distanță de la catod și dispare fără ca să aibă timp să se formeze un domeniu de cîmp intens. Frecvența oscilațiilor este independentă de timpul de tranzit al purtă-

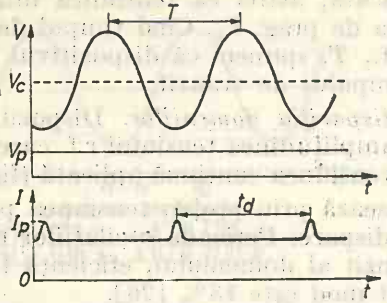


Fig. 6.26. — Oscilațiile curentului cînd timpul de tranzit este egal cu perioada tensiunii de radiofrecvență.

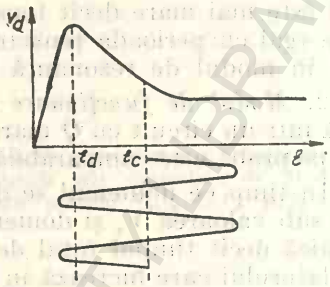


Fig. 6.27. — Principiul de funcționare în modul LSA.

torilor și este determinată numai de circuitul extern. În consecință, la o frecvență de lucru dată, dispozitivul care lucrează în modul LSA poate fi făcut de lungime mai mare decît cel care lucrează în modul cu domenii (dispozitivul LSA poate avea o lungime de peste 100 v/f), iar impedanța dispozitivului LSA pentru o putere și o frecvență date poate fi făcută mult mai mare decît cea a dispozitivului care lucrează în modul cu domenii. Este evident că în modul de lucru LSA se poate lucra la o frecvență mult mai mare decît în modul de lucru cu domenii. Dacă frecvența oscilațiilor crește (frecvența este determinată de circuitul extern), descrește distanța pe care o străbate stratul de acumulare și tot mai mulți electroni cad pe rezistența de sarcină ; astfel cu creșterea frecvenței crește eficiența oscilatorului LSA. Circuitul echivalent simplificat al dispozitivului LSA este format din capacitatea dispozitivului în paralel cu o rezistență negativă constantă. Deoarece sarcina spațială de acumulare în probă este relativ mică, cîmpul electric pe ea este aproximativ uniform și rezistența negativă R(LSA) este dată de expresia

$$R(\text{LSA}) \simeq \frac{\mu_0}{\bar{\mu}} R_0,$$

unde $\bar{\mu}$ este mobilitatea diferențială la tensiunea de polarizare medie, iar μ_0 și R_0 sînt mobilitatea și rezistența la cîmp slab.

d. Modul de funcționare hibrid

Se numește hibrid deoarece este intermediar între modul de lucru cu domenii și modul de lucru LSA [28]. În acest mod de lucru se formează un domeniu de cîmp intens într-un timp comparabil cu semiperioada r.f. activă (semiperioada în care tensiune totală pe probă se află peste valoarea de prag), dar acest timp nu este suficient de lung pentru a permite domeniului să devină complet matur ; de aceea se deosebește de modul de funcționare cu domenii. De modul de funcționare LSA se deosebește prin faptul

că pe cînd în modul hibrid se formează domenii de cîmp intens, în modul LSA se formează numai un strat mic de acumulare de sarcină spațială. În comparație cu modul LSA, cel hibrid are avantajul că este mai puțin sensibil cu sarcina și circuitul r.f.

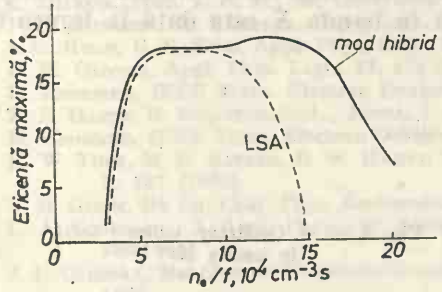


Fig. 6.28. — Comparație între modul de lucru LSA și modul hibrid.

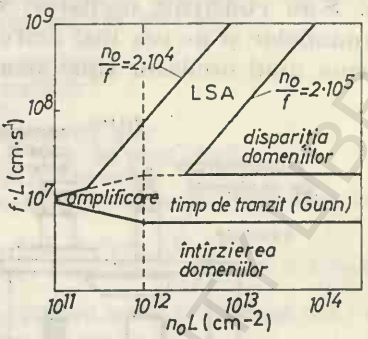


Fig. 6.29. — Delimitarea diverselor moduri de funcționare ale dispozitivelor Gunn din GaAs.

Ca atare, modul hibrid poate lucra pe un domeniu mai mare al raportului n_0/f decît modul LSA (fig. 7.28).

Pe figura 6.29 este reprezentată delimitarea diverselor moduri de lucru funcție de produsele fL și n_0L.

6.9. REZULTATE EXPERIMENTALE

În literatură sînt descrișii sute de oscilatori Gunn. În tabela 6.1 sînt date caracteristicile oscilatorilor Gunn comerciali, uzuali.

Tabela 6.1

Unele rezultate experimentale asupra dispozitivelor Gunn

Frecvența, GHz	Puterea, W	Eficiența, %	Procent din perioadă	Modul de lucru
1,75	6 000	15	6·10	LSA
2,0	200	20	10	domenii
5,0	300	4	10	LSA
5,0	0,6	3	UC	**
7,0	2 000	5	6·10	LSA
8,15	60	22	10	hibrid
8,3	3,4	28,2	10	domenii
10,5	1,4	10,8	UC	**
13	0,275	11,9	UC	**
16,0	150	6	6·10	LSA
18,0	1,5	23	10	LSA
20,0	0,5	3	UC	**
28,0	0,125	2,3	UC	**
50,0	0,400	9	10	LSA
88	0,020	2	UC	LSA

** fie în modul cu rezistență stabilă, fie în modul cu domenii
UC — unde continue

BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARA

Datorită încălzirii probei, de cele mai multe ori, se lucrează în impulsuri. Deoarece reactanța dispozitivului este capacitivă, pentru a obține rezonanță la frecvența de lucru trebuie să-i adăugăm o reactanță inductivă. Aceasta se face folosind un ghid de unde, o linie coaxială sau o cavitate. S-au construit oscilatori Gunn care lucrează pe întreg domeniul microundelor și pe cea mai mare parte din domeniul undelor milimetrice. Schema unui oscilator tipic acordat în banda X este dată în figura 6.30

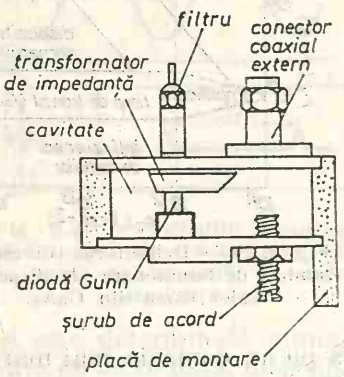


Fig. 6.30. — Oscilator Gunn fixat în banda X.

[27], rezonatorul r.f. este o cavitate. Dispozitivul poate fi acordat pe una sau două octave. Acordul se face mecanic sau electronic folosind o diodă varactor sau un YIGs [20]*.

Dispozitivul acordat în banda X cu ajutorul unui varactor acoperă 10—20% din bandă, în timp ce dispozitivul acordat cu YIGs acoperă un domeniu de frecvențe de la 4 la 10 GHz. Puterea de ieșire și eficiența oscilatorului pot fi mărite prin acordarea circuitului de sarcină pe o armonică a frecvenței [29]. Cînd se lucrează în impulsuri, puterea de ieșire, în special a oscilatorilor LSA, este foarte mare. Din păcate dispozitivele de putere mare în impulsuri trebuie să aibă stratul n gros, ceea ce face dificilă răcirea lor. Puterea de ieșire și eficiența oscilatorilor UC sînt inferioare oscilatorilor care lucrează în pulsuri. Una din dificultățile oscilatorilor UC (în unde continue) este că există un gradient mare de temperatură de-a lungul dispozitivului, ceea ce reduce puterea de ieșire și eficiența [30]. Pentru ca cititorul să aibă idee asupra curentului și tensiunii de polarizare, dăm unele caracteristici în tabela 6.2 pentru oscilatorii cu domeniu de cîmp intens

Tabela 6.2
Caracteristicile oscilatorilor uzuali

Banda de frecvență	Puterea de ieșire	Eficiența, %	Tensiunea de prag, V	Tensiunea de polarizare, V	Curent, A	Secțiunea transversală, cm²
L	100 W, 1% din perioadă	15—20	20—25	800—1000	7—8	0,0635×0,0635
X	200 mW, UC	3—4	3,5	8—10	0,800	0,0254×0,0254
K	100 mW, UC	3—4	3,0	7—9	0,400	0,0254×0,0254

* Material ferielectric compus din ytriu și fier.

BIBLIOGRAFIE

1. J. B. Gunn, Solid State Comm., **1**, 88 (1963); IBMJ of Res. Develop., **8**, 141, (1964); N. B. Kramer, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, **MTT-24**, 585 (1976).
2. B. K. Ridley, Proc. Phys. Soc. (London), **82**, 954 (1963). J. Appl. Phys., **48**, 754 (1977).
3. B. K. Ridley, T. B. Watkins, Proc. Phys. Soc. (London), **78**, 293 (1961).
4. C. Hilsum, Proc. I. R. E., **50**, 185 (1965).
5. P. N. Butcher, W. Fawcett, Phys. Lett., **21**, 482 (1966).
6. I. G. Ruch, G. S. Kino, Appl. Phys. Lett., **10**, 40(1967).
7. G. H. Glover, Appl. Phys. Lett., **17**, 472 (1970).
8. H. Kroemer, IEEE Trans. Electron Devices, **ED-13**, 27(1966)
9. T. E. Hasty, R. Stratton, E. L., Jones, J. Appl. Phys., **39**, 4623 (1968).
10. H. Kroemer, IEEE Trans. Electron Devices, **ED-15**, 890 (1968).
11. H. W. Thim, M. R. Barber, B. W. Hakki, S. Knight, M. Uenohara, Appl. Phys. Letters, **7**, 167 (1965).
12. Y. B. Gunn, *7th Int. Conf. Phys. Semiconductors*, Dunod, Paris, 199, 1964,
13. L. A. Copeland, J. Appl. Phys., **37**, 3602(1966); IEEE Trans. Electron Devices **ED-13**, 189(1966).
14. J. E. Carroll, *Hot Electron Microwave Generators*, Edward Arnold (Publishers) Ltd, London, 1970.
15. P. N. Butcher, Phys. Letters, **19**, 546(1965).
16. P. N. Butcher, W. Fawcett, N. R. Ogg, Britt. j. Appl. Phys., **18**, 755 (1967).
17. K. Kurokawa, Bell Syst. Tech. J., **46**, 2235 (1967).
18. J. B. Gunn, IEEE Trans. Electron Devices, **ED-14**, 720(1967).
19. B. W. Hakki, S. Knight, IEEE Trans. Electron Devices, **ED-14**, 94(1966)
20. F. Sterzer, Proc. IEEE, **59**, 1155(1971).
21. B. W. Kakki, J. Appl. Phys., **38**, 808(1967).
22. M. Uenohara, *Bulk Gallium Arsenide Devices*, in *Microwave Semiconductor Devices and their Circuit Applications*, Mc. Grow-Hill, New Yorlk, 497, 1969.
23. T. Harin, Electron Lett., **6**, 66C(1970).
24. H. W. Thim, M. R. Barber, IEEE Trans. Electron Devices, **ED-13**, 105(1966).
25. D. E. Mc Cuber, A. G. Chynoweth, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED—13**, 4 (1966).
26. H. W. Thim, J. Appl. Phys., **39**, 3897 (1968); E. Kamei, L. F. Eastman, IEEE Trans.on Electron Devices, **ED—23**, 452 (1976).
27. Yegna Narayau, F. Sterzer, IEEE Trans. Microwave Theory Techn., **MTT—18**, 773 (1970).
28. H. C. Huang, L. A. Mac Kenzie, Proc. IEEE, **57**, 261 (1969).
29. J. F. Reynolds, B. E. Berson, R. E. Enstrom, Proc. IEEE, **57**, 1692 (1969).
30. B. C. Taylor, W. Fawcett, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED—17**, 907 (1970); R. J. Hamilton, R. D. Fairman, S. J. Long, M. Omori, F. Beringer Fann, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, **MTT—24**, 914 (1976).

BCUIASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL VII

DIODE CU AVALANȘĂ ȘI TIMP DE TRANZIT

Sursele de putere de microunde care funcționează pe principiul avalanșei și timpului de tranzit au fost realizate în 1965 [1], deși principiul lor de funcționare a fost propus teoretic încă din anul 1958 de către Read [2]. Ele lucrează în domeniul frecvențelor de microunde (de la 1 GHz la sute de GHz) însă în unde continue au puteri mai mari decît diodele Gunn, dar au zgomot și tensiunea de lucru mai mari.

Diodele cu avalanșa și timp de tranzit funcționează în mai multe moduri dintre care cele mai uzitate sînt : modul IMPATT (cel propus de Read) și modul TRAPATT [3]. Denumirea IMPATT vine de la inițialele cuvintelor „IMPact ionization Avalanche and Transit Time" ceea ce înseamnă „avalanșă prin ionizare prin ciocnire și timp de tranzit", iar TRAPATT vine de la inițialele cuvintelor „TRApped Plasma Avalanche Triggered Transit" ceea ce înseamnă „captare de plasmă, comanda avalanșei și tranzit".

7.1. PRINCIPIUL DE FUNCȚIONARE A DIODELOR IMPATT

În diodele IMPATT curentul este defazat în urmă față de tensiune, adică ele prezintă rezistență negativă în curent alternativ și anume în domeniul frecvențelor de microunde. Înainte de a studia funcționarea diodelor IMPATT, este util să evaluăm puterea și eficiența pentru o anumită formă a undelor de tensiune și de curent.

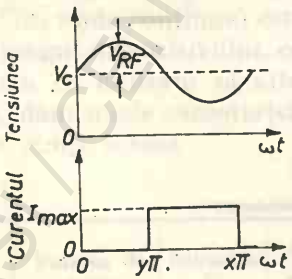


Fig. 7.1. — Undele de tensiune și de curent.

Puterea medie disipată de undele de forma celor din figura 7.1 este

$$P = \frac{1}{2\pi}\int_{y\pi}^{z\pi} I_{max} V_{RF} \sin \omega t \, d(\omega t),$$

de unde

$$P = \frac{V_{RF} I_{max}}{2\pi} (\cos y\pi - \cos z\pi). \qquad (7.1)$$

Curentul maxim I_{max} este legat de curentul continuu prin relația

$$I_c = \frac{1}{2\pi}\int_{y\pi}^{z\pi} I_{max}\, d(\omega t),$$

de unde rezultă

$$I_{max} = \frac{2I_c}{z - y},$$

care substituită în ecuația (7.1) dă

$$P = \frac{V_{RF} I_c}{\pi}\left(\frac{\cos y\pi - \cos z\pi}{z - y}\right). \tag{7.2}$$

Eficiența este egală cu raportul dintre puterea de ieșire (ec. (7.2) și puterea consumată $P_c = I_c V_0$

$$\eta = \frac{1}{\pi}\frac{V_{RF}}{V_0}\left(\frac{\cos y\pi - \cos z\pi}{z - y}\right). \tag{7.3}$$

Pentru $0 \leqslant y \leqslant 1$, este evident, din ecuațiile de mai sus, că puterea și eficiența sînt maxime cînd $y = 1$. În acest caz ecuațiile (7.2) și (7.3) se reduc la

$$P = -\frac{V_{RF} I_c}{\pi}\left(\frac{1 + \cos z\pi}{z - 1}\right), \tag{7.4}$$

și

$$\eta = -\frac{V_{RF}}{\pi V_0}\left(\frac{1 + \cos z\pi}{z - 1}\right). \tag{7.5}$$

Semnul minus în relațiile de mai sus arată că puterea este cedată de diodă.

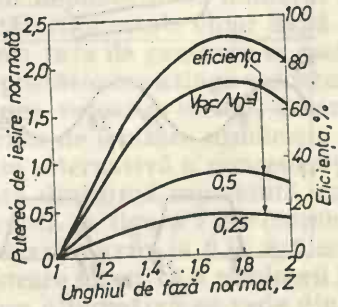


Fig. 7.2. — Puterea de ieșire normată și eficiența funcție de unghiul de fază normat $z(y = 1)$.

În figura 7.2 este reprezentată puterea de ieșire normată $P/(V_{RF}I_c/\pi)$ și eficiența funcție de z pentru diferite valori ale raportului V_{RF}/V_0. Se observă că atît puterea de ieșire cît și eficiența sînt maxime pentru

$z = 1{,}742$. Calculele de mai sus arată că trebuie să rămînă curentul în urma tensiunii cu o diferență de fază egală cu $\pi(y = 1)$; aceasta este o condiție necesară pentru ca dispozitivul să genereze putere maximă în exterior.

Explicația fizică este următoarea: cînd un purtător de sarcină (plus) se mișcă în sensul unui cîmp electric, cîmpul electric execută un lucru mecanic asupra purtătorului și deci îi cedează energie acestuia din urmă; cînd purtătorul se mișcă în sens invers cîmpului, el cedează energie cîmpului electric deoarece este frînat de acesta. Mecanismul pe baza căruia funcționează diodele Read este să se obțină situația în care un cîmp electric continuu să împingă purtătorii în sens opus cu cel al cîmpului alternativ. Astfel energia este cedată de cîmpul continuu și este absorbită de cel alternativ (care se amplifică). Este evident că deoarece prin definiție), un cîmp alternativ alternează (adică își schimbă alternativ sensul), este necesar un truc pentru a realiza un transfer net de energie către cîmpul alternativ. Trucul Read constă în întreruperea curentului de purtători pentru o jumătate de perioadă (cînd cîmpul alternativ $\mathcal{E}_a$ are același sens cu cîmpul continuu $\mathcal{E}_c$) și închiderea lui cînd $\mathcal{E}_a$ este opus lui $\mathcal{E}_c$, adică în realizarea unui defazaj de aproximativ π între tensiunea alternativă și curent. Întîrzierea în fază a curentului față de tensiune se datorează la două efecte: (*1*) timpul finit, τ_A, necesar pentru ca concentrația purtătorilor în regiunea de avalanșă să atingă o valoare mare și, (*2*) timpul finit τ_t necesar ca purtătorii să ajungă la electrozi (τ_t se numește timp de tranzit). Pe figura 7.3 *a* este dată caracteristica structurii unei diode Read p^+nin^+ (poate fi și n^+pip^+). Presupunem la început că pe diodă se aplică o tensiune continuă inversă V_0 mare, dar nu suficient de mare

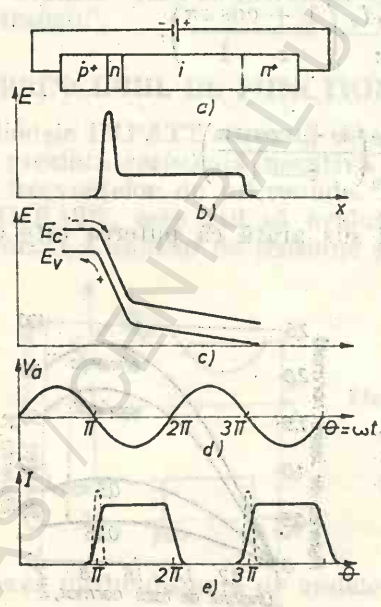


Fig. 7.3. — Dioda Read: *a* — structura; *b* — distribuția cîmpului electric; *c* — diagrama de benzi de energie; *d* — tensiunea alternativă; *e* — curentul de injecție a purtătorilor de avalanșă și curentul care curge prin circuitul extern.

pentru a se atinge cîmpul critic necesar pentru străpungerea în avalanșă. În acest caz nu curge niciun curent (exceptînd curentul invers de saturație care este mic). Dacă aplicăm o tensiune alternativă (de radio-frecvență mică, $v_a = V_a \sin \omega t$ (fig. 7.3 *d*), atunci cînd v_a se adună la ten-

siunea continuă V_0 se atinge valoarea cîmpului critic de avalanşă. Distribuţia cîmpului electric prin probă cînd sînt îndeplinite condiţiile străpungerii în avalanşă este redată în figura 7.3 *b*. Există o regiune îngustă de avalanşă la joncţiunea p^+n unde sînt generate perechi electron-gol şi o regiune, lungă, de drift (regiunea intrinsecă *i*) unde cîmpul electric are o valoare suficient de mare pentru ca electronii să se mişte cu viteza de saturaţie limitată de împrăştiere, v_s, dar sub valoarea cîmpului critic de avalanşă.

În tabela 7.1 se dau unele constante pentru cîteva materiale folosite în diodele IMPATT, printre care cîmpul critic pentru avalanşă. $\mathcal{E}_m$ şi viteza de saturaţie limitată de împrăştiere.

Tabela 7.1

Constante de material

Smiconductor	Ge	Si	GaAs
Banda interzisă, eV, 300 K	0,67	1,12	1,43
$\mathcal{E}_m$, V/cm	$2-3\cdot10^5$	$3-6\cdot10^5$	$3{,}5-6{,}5\cdot10^5$
Constanta dielectrică	16	11,8	12
Mobilitatea de drift:			
— pentru electroni, cm^2/Vs,	3 900	1 500	8 500
— pentru goluri, cm^2/Vs	1 900	600	400
Conductivitatea termică (W/m·grad)	0,64	1,45	0,45
Viteza limitată de împrăştiere, cm/s (300 K):			
— pentru electroni	$6\cdot10^6$	10^7	$9\cdot10^6$
— pentru goluri	$8\cdot10^6$	10^7	$9\cdot10^6$

Figura 7.3 *c* prezintă diagrama de benzi energetice a diodei în condiţii de avalanşă. Golurile generate pătrund în regiunea p^+ unde relaxează rapid (regiunea p^+ este puternic dopată). Electronii generaţi pătrund în regiunea de drift şi se deplasează la anod.

Rata de ionizare prin ciocnire pentru un purtător urmăreşte aproape instantaneu cîmpul electric.

Însă, densitatea de purtători generaţi nu urmăreşte instantaneu cîmpul deoarece generarea purtătorilor depinde şi de numărul de purtători prezenţi. Astfel, concentraţia purtătorilor creşte chiar după ce cîmpul a trecut prin valoarea maximă deoarece rata de generare se menţine încă peste valoarea ei medie. Concentraţia purtătorilor atinge valoarea maximă aproximativ cînd cîmpul electric atinge valoarea medie, descrescînd de la valoarea de pic. Prin urmare, deşi rata de ionizare urmăreşte tensiunea alternativă (este în fază cu ea) variaţia alternativă a concentraţiei purtătorilor rămîne în urmă cu 90°; aceasta din urmă reprezintă curentul de avalanşă, reprezentat prin linia întreruptă pe figura 7.3 *e* (curent INJECTAT). Se vede că tensiunea alternativă are maxim la $\theta = \pi/2$ iar curentul injectat (de avalanşă) la $\theta = \pi$. O ilustrare intuitivă a rămînerii în urmă a curentului de avalanşă faţă de tensiunea alternativă se vede din figura 7.4 unde sînt reprezentate instantanee ale tensiunii aplicate şi curentului de avalanşă la diverse momente de timp. La timpul t_0 se aplică pe regiunea de avalanşă tensiunea continuă V_0' peste care se suprapune o tensiune alternativă, astfel că $V = V_0' + V_a \sin \omega t$. La timpul t_1, un sfert de perioadă

mai tîrziu (ne referim la perioada tensiunii alternative), instantaneul arată că curentul de avalanșă a crescut continuu de la timpul t_0. Deși la t_1 tensiunea aplicată a atins valoarea maximă, curentul de avalanșă crește în continuare deoarece cîmpul are valoare încă deasupra valorii critice. La timpul t_2, după o jumătate de perioadă a tensiunii alternative, curentul de avalanșă atinge valoarea maximă. Din acest moment tensiunea scade sub $V_0' = \mathcal{E}_m L$ (L este lungimea regiunii de avalanșă, $\mathcal{E}_m$ — cîmpul critic de avalanșă). Instantaneul de la t_3, trei sferturi de perioadă mai tîrziu, arată că curentul de avalanșă a scăzut (între t_2 și t_3 tensiunea este sub valoarea critică V_0'). În sfîrșit, la t_4 curentul de avalanșă a ajuns la valoarea zero. Observăm că picul curentului de avalanșă are loc cu un sfert de perioadă mai tîrziu decît picul tensiunii alternative, adică există o întîrziere în fază de 90°. Electronii din regiunea de avalanșă sînt injectați în regiunea de drift pe care o străbat cu o viteză egală cu viteza limitată de împrăștiere. Curentul din circuitul extern este reprezentat, de asemenea, în figura 7.3 *e*, cu linie plină (extern).

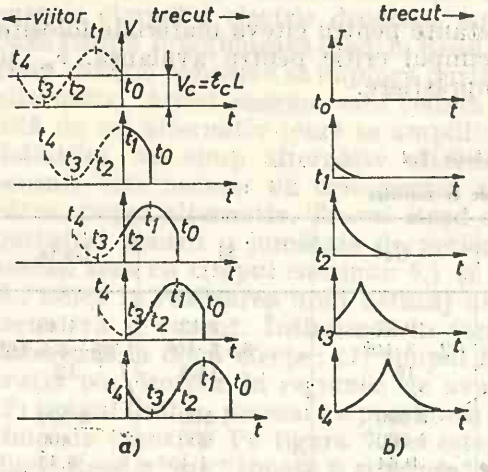


Fig. 7.4. — Evoluția în timp a tensiunii (*a*) și curentului de avalanșă (*b*).

Am reprezentat pe figura 7.5, coloana din stînga, curentul de avalanșă sub forma unei unde sinusoidale (este admisibil pentru semnale suficient de mici), curent care este injectat în regiunea de drift. În coloana a doua am reprezentat instantanee ale densității de sarcină în interiorul regiunii de drift, a cărei lungime d, se ia de o asemenea valoare încît să fie străbătută de purtători într-o jumătate de perioadă a tensiunii alternative, adică $d/v_s = T/2$, unde T este perioada tensiunii alternative aplicate.

În coloana 3 este reprezentat curentul care apare în circuitul extern. El poate fi calculat împărțind sarcina totală care se deplasează prin regiunea de drift la timpul de tranzit $I_e = Q/\tau_t$. Se observă că I_e este defazat în urmă cu 90° față de curentul de avalanșă, care la rîndul său este în urmă cu 90° față de tensiunea aplicată. Prin urmare, există un defazaj de 180° între curent și tensiune și deci o conductanță negativă în dioda Read.

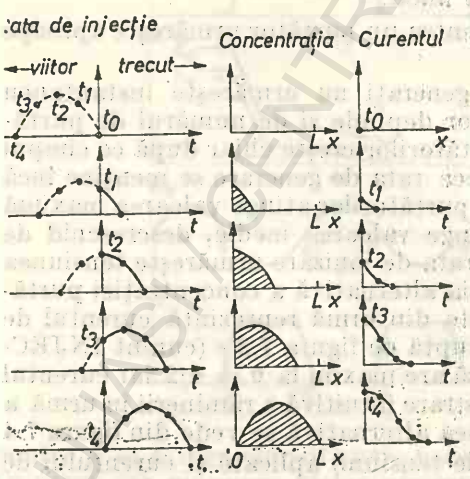


Fig. 7.5. — Evoluția în timp a curentului datorită tranzitului purtătorilor prin regiunea de drift, cu viteză constantă, marcînd întîrzierea de drift.

7.2. IMPEDANȚA ȘI CIRCUITUL ECHIVALENT AL DIODEI IMPATT

Dioda Read (fig. 7.3 *a*) se consideră ca fiind alcătuită din două regiuni distincte : o regiune îngustă de avalanșă în care se presupune că curentul de conducție este independent de poziție și o regiune de drift, în care nu sînt generați purtători, însă pe care o străbat purtătorii generați în regiunea de avalanșă, cu o viteză egală cu viteza de saturație limitată de împrăștiere. La acestea se adaugă o regiune inactivă care contribuie la circuitul echivalent cu o rezistență parazită. În analiza sa Read a presupus că regiunea de avalanșă este atît de îngustă încît nu are loc nici o întîrziere a curentului datorită tranzitului în această regiune. A mai presupus că rata de ionizare a electronilor, α_n, este egală cu rata de ionizare a golurilor, α_p, adică $\alpha_n = \alpha_p = \alpha$. Pentru a găsi impedanța dispozitivului trebuie să găsim expresia curentului funcție de tensiune aplicată. Impedanța totală este egală cu suma impedanțelor din regiunea de avalanșă, regiunea de drift și rezistența pasivă a regiunii inactive. Le vom evalua pe rînd.

A. *Regiunea de avalanșă*

Considerăm ratele de ionizare și vitezele de saturație limitate de împrăștiere pentru electroni și goluri egale între ele, și că curentul de drift este mult mai mare decît curentul de difuzie, astfel că pe acesta din urmă îl putem neglija. În această situație relațiile care guvernează mișcarea purtătorilor de sarcină în regiunea de avalanșă sînt densitățile de curent

$$\begin{aligned} j_n &= qnv_s, \\ j_p &= qpv_s, \end{aligned} \qquad j = j_n + j_p, \tag{7.6}$$

ecuațiile de continuitate

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial j_n}{\partial x} + \alpha v_s (n + p), \tag{7.7}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial j_n}{\partial x} + \alpha v_s (n + p), \tag{7.7'}$$

și ecuația Poisson

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = \frac{q}{\varepsilon}(N_d^+ - N_a^- + p - n),$$

unde v_s este viteza de saturație limitată de împrăștiere, α — rata de ionizare a electronilor și golurilor, j_n — densitatea de curent de electroni, j_p — densitatea de curent de goluri, N_d^+ — concentrația donorilor ionizați și N_a^- — concentrația aceptorilor ionizați. Termenul al doilea din membrul drept al ecuației (7.7) reprezintă rata de generare a perechilor electron-gol prin avalanșă care este mult mai mare decît rata de generare termică,

pe care am neglijat-o. Adunînd ecuațiile (7.7) și (7.7'), ținînd cont de (7.6) și integrînd pe lungimea regiunii de avalanșă, de la 0 la d_a obținem

$$\tau_a \frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}t} = (j_n - j_p)\Big|_0^{d_a} + 2j\int_0^{d_a} \alpha \, \mathrm{d}x, \tag{7.8}$$

unde τ_a este timpul de tranzit al purtătorilor prin regiunea de avalanșă.

Condițiile la limită pentru $j_n - j_p$ sînt următoarele: la $x = 0$, granița din stînga a stratului de avalanșă (stratul de sarcină spațială a joncțiunii p^+n), curentul total este un curent de goluri, la care se adaugă și curentul de saturație invers de electroni, j_n, astfel că $(j_n - j_p)_0 = -j + 2j_{ns}$; la $x = d_a$, granița din dreapta stratului de avalanșă (cea de lîngă regiunea de drift), curentul total este un curent de electroni la care se adaugă și curentul de saturație invers, j_{ps}, de goluri, astfel că $(j_n - j_p)_0 = j + 2j_{ps}$. Cu aceste condiții la limită, ecuația (7.8) devine

$$\tau_a \frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}t} = 2j\left\{\int_0^{d_a} \alpha \, \mathrm{d}x - 1\right\} + 2j_s, \tag{7.9}$$

unde j_s este curentul de saturație $j_s = j_{ns} + j_{ps}$. În curent continuu $j = j_0$ și ecuația (7.9) devine

$$\frac{j_0}{j_s} = 1 - \int_0^{d_a} \alpha \, \mathrm{d}x. \tag{7.10}$$

La semnal mic, în jurul punctului de echilibru, avem: $j = j_0 + j_1 \exp(\mathrm{i}\omega t)$; $\alpha = \alpha_0 + \alpha_0' \mathcal{E}_1 \exp(\mathrm{i}\omega t)$; $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_1 \exp(\mathrm{i}\omega t)$. Substituind aceste expresii în ecuația (7.9) și neglijînd produsele cu termeni de ordin superior, obținem

$$j_1 = \frac{2\alpha' j_0 V_1}{\mathrm{i}\omega\tau_a}, \tag{7.11}$$

unde am notat $V_1 = \mathcal{E}_1 d_a$ și α' este valoarea medie a lui α_0' pe intervalul d_a. Ecuația (7.11) arată caracterul inductiv al relației dintre curentul de conducție și tensiune în cazul avalanșei; curentul variază invers proporțional cu ω ca într-un inductor. Notînd cu S aria secțiunii transversale a diodei și curentul $I_0 = j_0 S$, din ecuația (7.11) rezultă pentru inductanța L_a expresia

$$L_a = \tau_a / 2I_0\alpha'. \tag{7.12}$$

La curentul de conducție se adaugă curentul de deplasare

$$j_d = \varepsilon \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \mathrm{i}\omega\varepsilon\mathcal{E}_1, \tag{7.13}$$

care variază direct proporțional cu ω ca într-o capacitate. Capacitatea ei echivalentă are expresia

$$C_a = \varepsilon S / \mathrm{d}_a. \tag{7.14}$$

Circuitul echivalent al regiunii de avalanşă este prezentat în figura 7.6 *a*.

Este posibil să existe o frecvenţă de rezonanţă pentru regiunea de avalanşă (la care curentul de deplasare este egal şi în opoziţie de fază cu curentul de conducţie). Egalînd cu zero impedanţa circuitului din figura 7.6 *a* găsim pentru frecvenţa de rezonanţă

$$\omega_r = 2\pi f_r = \left(\frac{2j_0 v_s \alpha'}{\varepsilon}\right)^{1/2}, \tag{7.15}$$

care este direct proporţional cu rădăcina pătrată din curentul j_0. (Aceasta este situaţia pentru cazul cînd regiunea de avalanşă este subţire).

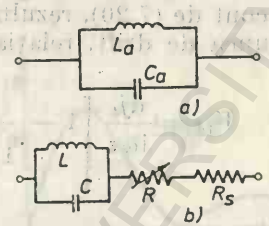


Fig. 7.6. — Circuitul echivalent al regiunii de avalanşă (*a*) şi al diodei Read (*b*).

Impedanţa regiunii de avalanşă se scrie

$$Z_a = \frac{1}{i\omega C_a}\left[\frac{1}{1-\omega^2/\omega_r^2}\right]. \tag{7.15'}$$

B. *Regiunea de drift. Impedanţa totală*

Electronii din regiunea de avalanşă sînt injectaţi în regiunea de drift iar golurile din regiunea de avalanşă merg la contactul opus. Dacă electronii se mişcă prin regiunea de drift cu viteza de saturaţie v_s limitată de împrăştiere, atunci densitatea de curent de conducţie alternativ se propagă prin regiunea de drift ca o undă neatenuată, adică

$$j_{c1} = j_1 e^{ix\omega/v_s}. \tag{7.16}$$

Pentru a obţine densitatea totală j_t de curent alternativ adăugăm la densitatea de curent de conducţie, densitatea de curent de deplasare care este dată de expresia (7.13)

$$j_t = j_{c1} + j_d = j_1 e^{-i\omega x/v_s} + i\omega\varepsilon\mathcal{E}_1, \tag{7.17}$$

din care rezultă

$$\mathcal{E}_1 = \frac{j_t[1-(j_1/j_t)e^{-i\omega x/v_s}]}{i\omega\varepsilon}. \tag{7.18}$$

adică amplitudinea cîmpului electric alternativ $\mathcal{E}_1$ este dependentă de x.

Densitatea totală de curent j_t este independentă de x, astfel că are valoarea din regiunea de avalanșă

$$j_t = j_1 + j_a. \tag{17.19}$$

Avînd în vedere această ecuație precum și ecuațiile (7.11) și (7.13) obținem

$$\frac{j_1}{j_t} = \frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_r^2}}, \tag{7.20}$$

unde ω_r este dată de (7.15). Integrînd (7.18) pe lungimea d a regiunii de drift și ținînd cont de (7.20), rezultă pentru amplitudinea tensiunii alternative pe regiunea de drift, relația

$$V_{1d} = \frac{\mathrm{d}j_t}{\mathrm{i}\omega\varepsilon}\left[1 - \frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_r^2}}\left(\frac{1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega\tau_d}}{\mathrm{i}\omega\tau_d}\right)\right], \tag{7.21}$$

unde $\tau_d = d/v_s$ este timpul de tranzit prin regiunea de drift. Rezultă impedanța regiunii de drift [4]

$$Z_d \equiv \frac{V_{1d}}{j_t \cdot S} = \frac{1}{\omega C_d}\left[\frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_r^2}}\left(\frac{1 - \cos}{\theta}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\mathrm{i}}{\omega C_d}\left[-1 + \frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_r^2}}\left(\frac{\sin\theta}{\theta}\right)\right] = R + \mathrm{i}X, \tag{7.22}$$

unde R este rezistența și X — impedanța; $\theta = \omega\tau_d$ se numește unghiul de tranzit prin regiunea de drift și $C_d = (\varepsilon S/d)$ este capacitatea regiunii de drift. Impedanța totală este suma impedanțelor din regiunea de avalanșă și regiunea de drift la care se adaugă și rezistența pasivă R_s a regiunii inactive

$$Z = Z_a + Z_d + R_s. \tag{7.23}$$

Pentru unghi mic de tranzit, $\theta < \pi/4$, ecuația (7.23) are forma simplă

$$Z = \frac{d^2}{2Sv_s\varepsilon\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_r^2}\right)} + R_s + \frac{\mathrm{i}}{\omega C}\left(\frac{1}{\dfrac{\omega_r^2}{\omega^2} - 1}\right), \tag{7.24}$$

unde $C = \varepsilon S/(d + d_a)$ reprezintă capacitatea totală (a regiunii de avalanșă și de drift). Circuitul echivalent al diodei Read, reprezentat de ecuația (7.24) se vede pe figura 7.6 *b*. Primul termen din ecuația (7.24) repre-

zintă rezistența activă, care pentru $\omega > \omega_r$ devine negativă. Al treilea termen reprezintă reactanța care este inductivă pentru $\omega < \omega_r$ și capacitivă pentru $\omega > \omega_r$. Fără a ne referi la unghi de tranzit mic, partea reală a impedanței (7.23) fără a lua în considerare R_s este

$$R = \frac{1}{S\varepsilon\omega} \frac{1}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_r^2}} \frac{1 - \cos\theta}{\theta}. \tag{7.25}$$

Variația acestei rezistențe cu unghiul de tranzit θ este reprezentată pe figura 7.7 unde se observă că valoarea de pic se atinge pentru $\theta = \pi$. Pentru unghiuri de tranzit mai mari decît π și apropiate de $3\pi/2$, rezistența negativă a dispozitivului descrește rapid.

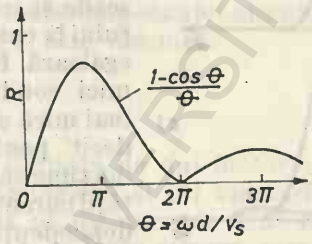


Fig. 7.7. — Variația rezistenței negative cu unghiul de tranzit.

Practic se lucrează cu dioda Read în domeniul de frecvență pentru unghi de tranzit în jurul valorii π, adică

$$f \simeq \frac{v_s}{2d}. \tag{7.26}$$

De exemplu, pentru o diodă din siliciu, care lucrează la 12 GHz, lărgimea regiunii de drift trebuie să fie de 6μm. Dacă rescriem ecuația (7.25) sub forma

$$-R = \frac{d^2}{2S\varepsilon v_s} \left(\frac{1}{\dfrac{\omega^2}{\omega_r^2} - 1} \right) \left(\frac{1 - \cos\theta}{\theta^2/2} \right), \tag{7.27}$$

pentru ca $-R$ să fie independent de ω/ω_r, rezultă din ecuația (7.27) că trebuie îndeplinite condițiile [5]

$$d^2/2 \; S\varepsilon v_s = \text{const.}, \tag{7.28}$$

$$\omega_r \tau = \text{const.}$$

C. *Cazul general*

De fapt dioda IMPATT în forma ei concepută de Read nu se utilizează deoarece este greu de construit. În practică se folosesc ca diode IMPATT joncțiunea abruptă $p-n$ și dioda $p-i-n$. Misawa [7] a arătat

că se poate obține conductanță negativă de natură IMPATT aproape pentru orice profil de dopaj. Pe figura 7.8 *a* este arătată distribuția cîmpului electric în dioda Read (p^+nin^+), dioda abruptă (p^+n) și dioda Misawa.

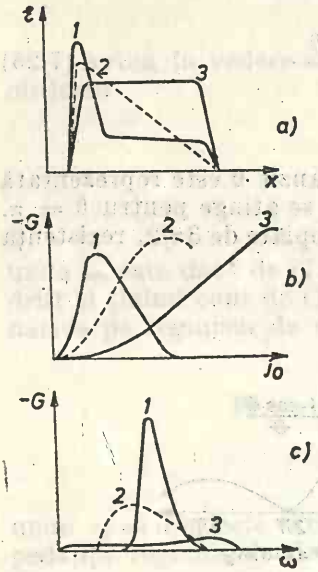


Fig. 7.8. — Efectul profilului de dopaj asupra cîmpului electric și conductanței negative G: *1* — pentru dioda Read; *2* — abruptă; *3* — Misawa.

Dioda Misawa este dioda în care avalanșa se produce uniform în toată proba, fără să existe o regiune de drift separată de regiunea de avalanșă; dioda Misawa se aproximează printr-o diodă $p-i-n$ în care cîmpul electric este constant. Conductanța negativă pentru o frecvență de lucru fixată funcție de curentul j_0 este reprezentată pe figura 7.8 *b*.

Comportarea pentru cele trei structuri este similară. De exemplu, conductanța negativă a diodei Read crește cu creșterea curentului la curenți mici, atinge un maxim apoi scade și se anulează pentru o valoare a curentului la care frecvența de rezonanță ω_r (ec.(7.15)) egalează frecvența de lucru. Însă, la curenți mici conductanța pentru dioda abruptă este mai mică și pentru dioda Misawa și mai mică decît pentru dioda Read [7], iar valorile maxime se ating la valori mai mari ale densității curentului. Pe figura 7.8 *c* este reprezentată dependența conductanței de frecvența de lucru pentru o valoare fixată a densității de curent în cazul celor trei structuri. Conductanța diodei Read prezintă un pic ascuțit în jurul frecvenței timpului de tranzit (ec. (7.26)) unde $\theta = \pi$. Pentru joncțiunea $p-n$ abruptă conductanța este negativă pe un domeniu mai mare de frecvență dar are o valoare de pic mai mică.

Dioda Misawa prezintă conductanță negativă aproape constantă de la frecvența zero și pînă la frecvența $\theta = 2\pi$. Faptul că în dioda Read și în dioda abruptă conductanța negativă dispare la frecvențe joase (θ mic) se explică prin aceea că la asemenea frecvențe sarcina spațială din regiunea de drift prezintă conductanță pozitivă mare [6].

Modelul prezentat de Misawa „al avalanșei uniforme" dă rezultate comparabile cu experiența numai la semnal mic. La semnal mare, deci densități mari de curent, acest model nu mai este adecvat și pentru com-

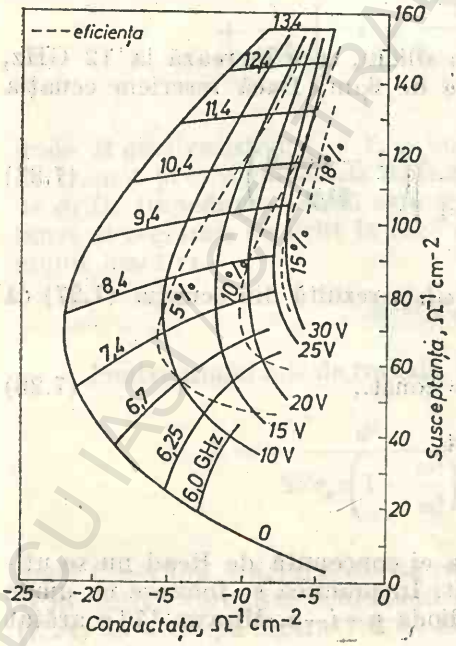


Fig. 7.9. — Conductanța negativă și susceptanța diodei Read calculate numeric.

paraţia corectă a teoriei cu experienţa este necesar să se facă calculul numeric. Rezultatul unui asemenea calcul numeric, pentru conductanţa negativă şi susceptanţa unei diode Read din siliciu, este prezentat în figura 7.9 [8,], la diverse valori ale tensiunii alternative.

Susceptanţa este foarte mare şi creşte cu creşterea tensiunii alternative iar conductanţa negativă descreşte. Pe figură este reprezentată cu linie întreruptă eficienţa calculată (Se obţine o eficienţă maximă de 18%). Experimental nu s-a obţinut o eficienţă atît de mare pentru diodele IMPATT.

7.3. LIMITELE PUTERII ŞI EFICIENŢEI DIODELOR IMPATT

Datorită limitelor naturale ale valorilor caracteristicilor materialelor semiconductoare precum şi ale nivelului impedanţei circuitului extern, puterea şi eficienţa diodelor IMPATT este limitată.

A. *Limitarea putere-frecvenţă*

Puterea maximă de ieşire este limitată de doi factori: (1) cîmpul electric critic $\mathcal{E}_m$ la care are loc străpungerea şi (2) viteza de saturaţie limitată de împrăştiere [9]. Tensiunea pe regiunea de drift de lungime d nu trebuie să atingă valoarea $V_m = \mathcal{E}_m d$, valoare pentru care apare străpungerea în avalanşă (presupunem că regiunea de avalanşă se află la marginea regiunii de drift, ca în dioda Read). V_m conţine atît componenta continuă cît şi componenta alternativă a tensiunii.

Curentul maxim care trece prin probă este, de asemenea, limitat de procesul de străpungere, în avalanşă, deoarece sarcina injectată în regiunea de drift cauzează o creştere a cîmpului electric (din ecuaţia Poisson) şi această creştere nu trebuie să determine o valoare a cîmpului electric în regiunea de drift egală cu cea de străpungere $\mathcal{E}_m$.

Pentru valoarea maximă a cîmpului electric $\mathcal{E}_m$ valoarea maximă a curentului electric care trece prin probă este $I_m = C_m \mathcal{E}_m v_s$, unde C_m este capacitatea dispozitivului la tensiune inversă mare, $C_m = \varepsilon S/d$.

Astfel puterea limitată maximă a dispozitivului în curent alternativ este

$$P_m = V_m I_m = \mathcal{E}_m v_s C_m d \,. \tag{7.30}$$

Această relaţie poate fi rescrisă

$$P_m X_c f_t^2 = \frac{\mathcal{E}_m^2 v_s^2}{4\pi}, \tag{7.31}$$

unde X_c este reactanţa $(2\pi f_t C)^{-1}$, iar f_t — frecvenţa limită a dispozitivului $f_t = v_s/2d$ (este frecvenţa pentru care timpul de tranzit $\tau_d = T/2$, T fiind perioada tensiunii alternative). Prin urmare, puterea maximă a diodei IMPATT scade cu f^{-2}. Această limitare se numeşte limitare electronică şi este dominantă la frecvenţe înalte ($\geqslant 100$ GHz pentru Si).

Puterea maximă funcție de frecvență este reprezentată pe figura 7.10 [10] unde se observă că la frecvențe înalte puterea variază cu $1/f^2$, ceea ce indică limitarea electronică. La frecvențe mai joase puterea variază cu $1/f$; această variație se datorează limitării termice, despre care vom vorbi în cele ce urmează.

B. *Limitarea termică a puterii de ieșire*

La frecvențe joase, căldura generată în regiunea de cîmp intens din semiconductor (prin efect Joule) limitează puterea de ieșire a dispozitivului. Aceasta, deoarece cu creșterea puterii crește căldura degajată prin efect Joule, ceea ce duce la creșterea temperaturii, care la valori mari poate duce la distrugerea dispozitivului (prin topire). De aceea, o problemă tehnologică importantă este realizarea unui radiator de căldură care să „ia" rapid căldura de la dispozitiv și s-o transfere mediului ambiant, să răcească dispozitivul. Dispozitivul se fixează pe o montură metalică specială de dimensiuni apreciabile care servește ca radiator de căldură (confecționat din cupru sau diamant de tip II [12]) (fig. 7.11 [11]). Puterea maximă pe care o poate da dioda trebuie să fie egală cu căldură pe unitatea de timp pe care-o transferă radiatorului de căldură.

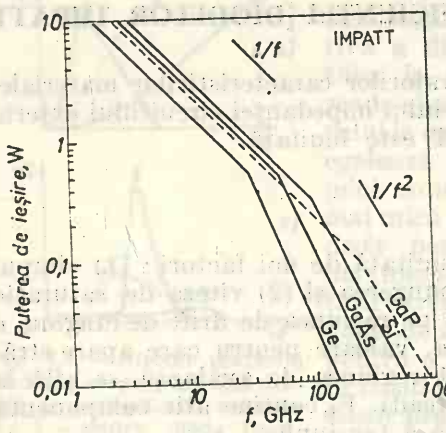


Fig. 7.10. — Puterea de ieșire funcție de frecvență.

Notînd cu ΔT diferența dintre temperatura joncțiunii și temperatura radiatorului iar cu R_t rezistența termică totală a dispozitivului, rezultă $P_m = \Delta T/R_t$. Rezistența termică R_t se măsoară în °C/W și este definită prin relația de mai înainte. Pentru determinarea sa experimentală se fac măsurători ale dependenței de temperatură a tensiunii de străpungere și măsurători ale caracteristicii $I-V$. Dependența de temperatură a tensiunii de străpungere V_s, pentru o diodă din Si se vede pe figura 7.12. Tensiunea de străpungere varaiză după o lege liniară cu temperatura $V_s = V_{s0} + (1/\gamma)\Delta T$, unde V_{s0} este tensiunea de străpungere la o temperatură de referință (de exemplu 300 K) iar γ este coeficientul de temperatură (inversul pantei din fig. 7.12) și se măsoară în °C/V. Pentru cazul reprezentat în figura 7.12, $\gamma = 11{,}2$°C/V.

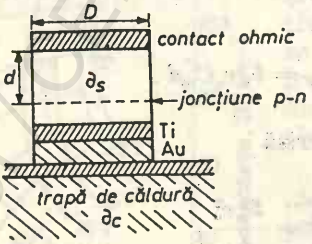


Fig. 7.11. — Structura IMPATT cu radiator de căldură.

Pe figura 7.13 sînt reprezentate caracteristicile $I-V$ cvasiisoterme în unde continue (UC). Caracteristica $I-V$ cvasiisotermă se obține polarizînd dioda cu pulsuri de scurtă durată pe o fracțiune mică din perioadă. Rezistența electrică R_p (inversul pantei) în cazul polarizării în pulsuri este rezistența dată de sarcina spațială din probă (rezistența electrică

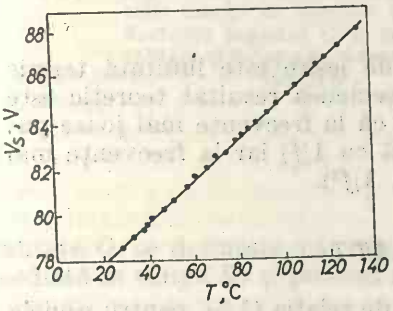


Fig. 7.12. — Dependența de temperatură a tensiunii de străpungere pentru o diodă tipică din siliciu.

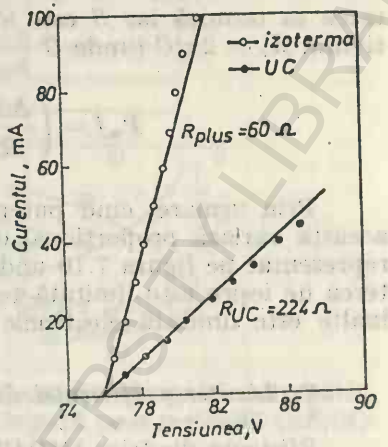


Fig. 7.13.— Comparație între caracteristica $I-V$ cvasiisotermă și UC pentru o diodă tipică din siliciu.

obișnuită). Caracteristica $I-V$ în unde continue este diferită de cea cvasiisotermă deoarece în regim de unde continue crește temperatura joncțiunii, crește tensiunea de străpungere și crește și rezistența dispozitivului. Prin urmare $R_{UC} > R_p$.

Caracteristica $I-V$ se scrie analitic

$$V = R_p I + V_{s0} + \left(\frac{1}{\gamma}\right)\Delta T, \tag{7.32}$$

iar

$$R_{UC} = \mathrm{d}V/\mathrm{d}I = R_p + \left(\frac{1}{\gamma}\right) R_t V_s. \tag{7.33}$$

Ultimul termen l-am obținut considerînd

$$\frac{\mathrm{d}(\Delta T)}{\mathrm{d}I} = \frac{\mathrm{d}(P_m R_t)}{\mathrm{d}I} \simeq \frac{\mathrm{d}(V_s I R_t)}{\mathrm{d}I} = V_s R_t,$$

adică pentru o creștere mică a temperaturii $V \simeq V_{s0}$ rezultă

$$R_t \simeq \frac{(R_{UC} - R_p)\gamma}{V_{s0}}, \tag{7.34}$$

care pentru dioda considerată în figura 7.13 ia valoarea 24,2°C/W.

Creşterea maximă admisă a temperaturii ΔT, se presupune că poate fi 300°C pentru Si, GaAs şi GaP şi 150° C pentru Ge.

Rezistenţa termică constă din trei componente: o componentă a semiconductorului, o componentă a suprafeţelor de contact şi o componentă a radiatorului de căldură. Contribuţia cea mai mare la rezistenţa termică o aduce semiconductorul; în care $R_t \simeq d/2S\varkappa_t$, unde $\varkappa_s$ este conductivitatea sa termică iar S este aria dispozitivului. Dacă reactanţa dispozitivului $X_c = 2\pi fC$ (unde $C = S\varepsilon/d$) se menţine constantă, atunci

$$P_m f = \left(\frac{\Delta T}{R_t}\right) \cdot f \sim \frac{\varkappa_s \Delta T}{\varepsilon} = \text{const.} \qquad (7.35)$$

Prin urmare, cînd puterea maximă de ieşire este limitată termic aceasta variază proporţional cu 1/f. Un asemenea rezultat teoretic este reprezentat pe figura 7.10 unde se observă că la frecvenţe mai joase puterea de ieşire este limitată termic (variază cu $1/f$) iar la frecvenţe mai înalte este limitată electronic (variază cu $1/f^2$).

C. *Limitarea eficienţei diodelor IMPATT*

Eficienţa diodelor IMPATT este dată de relaţia (7.5), pentru undele de tensiune şi de curent de forma din figura 7.1. Se observă că în această situaţie eficienţa poate teoretic să atingă valoarea de 70%. Există însă mulţi factori care limitează eficienţa diodelor IMPATT. Cel mai important dintre ei este efectul sarcinii spaţiale a purtătorilor, care este arătat în figura 7.14 pentru o diodă n^+pip^+ [13].

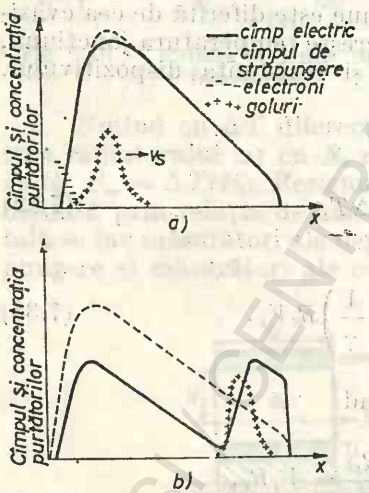


Fig. 7. 14. — Cîmpul electric şi distribuţia purtătorilor de sarcină în dioda Read la două momente de timp.

În regiunea de avalanşă apar electroni şi goluri. Electronii se deplasează la anod iar golurile sînt injectate în regiunea de drift şi se deplasează spre catod. Pe figura 7.14 *a* este prezentat un instantaneu după un timp mult mai mic decît timpul necesar golurilor ca să străbată regiunea de drift. Sarcina spaţială a golurilor micşorează cîmpul electric din regiunea de avalanşă, reducîndu-l pe acesta la o valoare sub valoarea critică de străpungere mai înainte ca acest eveniment să fie determinat de tensiunea de radiofrecvenţă. Prin urmare, întîrzierea în fază dintre curent şi tensiune, de 90°C, datorată avalanşei este micşorată. De asemenea, la un moment de timp ceva mai mare, figura 7.14 *b*, cîmpul electric în regiunea de drift, în spatele pulsului de sarcină se micşorează sub valoarea necesară ca purtătorii să se mişte cu viteza de saturaţie v_s limitată de împrăştiere. Aceasta modifică forma undelor de curent şi micşorează puterea generată cu frecvenţa timpului de tranzit. Notăm legat de această problemă că pentru o tensiune r.f. constantă, cu creşterea curentului continuu (ceea ce înseamnă creşterea sarcinii spa-

ţiale în diodă) cîmpul în regiunea de avalanşă scade prematur sub valoarea critică, ceea ce duce la micşorarea întîrzierii în fază a curentului faţă de tensiunea aplicată. Aceasta se manifestă prin micşorarea conductanţei negative, $-G$, şi creşterea factorului de calitate Q, cu creşterea curentului de saturaţie (fig. 7.15). La semnal mic factorul de

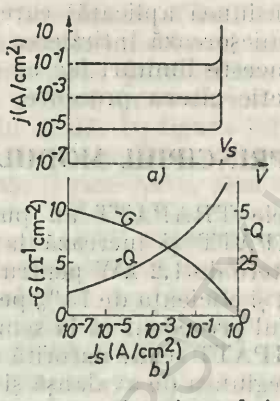


Fig. 7.15. — Curentul invers de saturaţie funcţie de tensiune (*a*) şi conductanţa negativă C şi factorul de calitate Q funcţie de curentul de saturaţie (*b*).

calitate Q se defineşte ca raportul dintre energia cîmpului alternativ mediată în timp $\langle E \rangle$ şi puterea alternativă disipată pe o perioadă $\langle dE/dt \rangle$

$$Q = \frac{\omega \langle E \rangle}{-\langle dE/dt \rangle} = \frac{B}{G}, \tag{7.36}$$

unde B este susceptanţa. Deci Q este egal cu raportul dintre susceptanţa şi conductanţa dispozitivului.

Dacă conductanţa este negativă şi Q este negativ. Factorul de calitate Q este mărimea importantă în rata de creştere a oscilaţiilor în oscilatorii IMPATT [15]. Un alt factor care micşorează eficienţa este injecţia purtătorilor minoritari [16]. De asemenea, efectul skin (de suprafaţă) duce la micşorarea eficienţei dispozitivului [17]. Cînd dioda IMPATT lucrează la frecvenţe mari, în domeniul undelor milimetrice, curentul va curge numai printr-un strat de grosime mică, δ, de lîngă suprafaţa stratului n^+ pentru o diodă n^+pp^+. Aceasta duce la neuniformitatea curentului şi la creşterea rezistenţei substratului n^+ (fig. 7.16 *a*) şi deci a rezistenţei serie a dispozitivului, ceea ce duce la creşterea pierderilor de putere. Creşterea rezistenţei serie duce la creşterea tensiunii de-a lungul razei diodei aşa cum se vede pe figura 7.16 *b*, unde este reprezentată căderea de tensiune funcţie de curent pentru trei diametre diferite ale diodei.

La frecvenţe foarte mari stratul de sărăcire (în care are loc ionizarea în avalanşă) se îngustează foarte mult [18] şi cîmpul critic necesar pentru avalanşă creşte peste valoarea de 10^6 V/cm. Acest fapt are două conse-

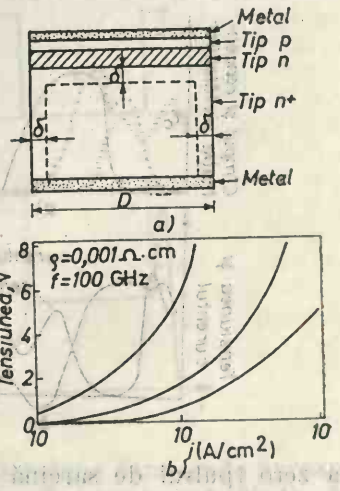


Fig. 7.16. Efectul skin: *a* — curgerea curentului printr-un strat subţire, δ, de lîngă suprafaţa substratului, *b* — tensiunea funcţie de densitatea curentului, pentru diode de diverse diametre, la frecvenţa de 100 GHz.

cinţe nedorite. Întîi, la cîmp electric foarte mare, rata de ionizare creşte mai încet cu creşterea cîmpului electric decît la cîmp electric mai mic [9], ceea ce determină o lărgire a pulsului de curent injectat la o schimbare a undelor de curent şi deci la reducerea eficienţei. În al doilea rînd, creşterea cîmpului electric duce la creşterea curentului tunel (care este în fază cu tensiunea aplicată) care domină asupra curentului de avalanşă şi deci se micşorează întîrzierea în fază între curentul total şi tensiunea r.f. Toate aceste limitări fac ca eficienţa diodelor IMPATT să nu depăşească practic cîteva procente.

7.4. PRINCIPIUL MODULUI DE FUNCŢIONARE TRAPATT

Diodele TRAPATT au puterea şi eficienţa mult mai mari decît diodele IMPATT şi lucrează la frecvenţe mai mici decît acestea. S-a obţinut putere de 1,2 kW pentru 5 diode legate în serie [19] pe frecvenţa de 1,1 GHz şi eficienţa de 75% pe frecvenţa de 0,6 GHz [20]. Am observat în paragraful precedent că la semnal mare (la tensiune r.f. mare) eficienţa diodelor IMPATT scade datorită efectului sarcinii spaţiale care micşorează cîmpul în regiunea de avalanşă şi deci întîrzierea dintre curent şi tensiune. Însă, dacă tensiunea r.f. creşte foarte mult sînt depăşite aceste limite şi eficienţa diodei creşte considerabil [21]. Dacă tensiunea r.f. devine aproximativ de două ori mai mare decît tensiunea de străpungere, sarcina spaţială creată în regiunea de avalanşă devine atît de mare încît cîmpul în spatele ei scade aproape la zero, iar cîmpul în faţa ei creşte atît de mult că devine posibil procesul de ionizare în avalanşă. Referindu-ne la o diodă n^+pn^+, distribuţia purtătorilor de sarcină şi a cîmpului electric este reprezentată, pe figura 7.17 *a*, la un moment dat. Cîmpul electric în partea dreaptă a pulsului de sarcină spaţială creşte atît de mult că apare procesul de ionizare în avalanşă ; la stînga pulsului de sarcină cîmpul scade aproape

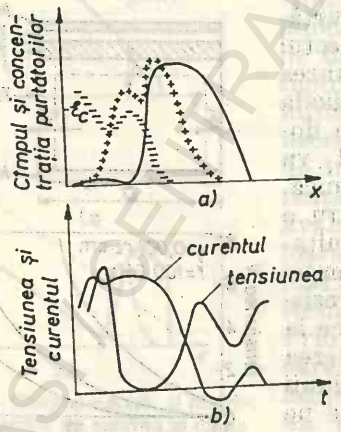


Fig. 7.17. — Forma undelor TRAPATT :
a — cîmpul şi concentraţia purtătorilor ;
b — tensiunea şi curentul

la zero (pulsul de sarcină pozitivă-goluri se deplasează de la stînga la dreapta). Acest puls, însoţit de avalanşă în faţa lui, „măturăˮ întreaga diodă (de la stînga la dreapta) lăsînd în urma lui o plasmă de electroni-goluri captată în cîmp slab.

Purtătorii din plasmă se mişcă cu o viteză dependentă de cîmpul electric (ceea ce este caracteristic cîmpului slab-viteza purtătorilor nu a atins valoarea de saturaţie), astfel că timpul de tranzit al purtătorilor

devine mult mai mare decît d/v_s (d este lungimea diodei). Astfel, în modul de funcționare TRAPATT frecvența de lucru este mai mică decît în modul de funcționare IMPATT deoarece timpul de dispariție a plasmei, adică raportul dintre sarcina ei și curent, Q/I, este mult mai mare decît timpul de tranzit al diodei la cîmp intens d/v_s (caracteristic modului de funcționare IMPATT). Prin urmare, modul de funcționare TRAPATT este tot un mod de funcționare al timpului de tranzit, în sensul real al cuvîntului, și anume că timpul între injecția și colectarea purtătorilor (întîrzierea datorită tranzitului) duce la întîrzierea în fază între curent și tensiune ceea ce favorizează apariția oscilațiilor în diodă. În figura 7.17 *b* este reprezentată forma undelor de curent și tensiune unde se observă că atunci cînd tensiunea este mare curentul este mic și vice-versa, ceea ce duce la o eficiență mare a modului de funcționare TRAPATT. Calculul analitic corect al acestui mod de funcționare este dificil datorită complexității ecuațiilor care descriu fenomenul [8], însă există un mod simplu și elegant pentru descrierea lui, care este suficient pentru înțelegerea fizică a fenomenului [22, 23]. În descrierea simplificată a modului de funcționare TRAPATT ciclul este împărțit în trei părți [23]. Prima parte a ciclului este partea de încărcare în care se formează pulsul de avalanșă ce se propagă, după cum vom vedea mai departe, cu o viteză mai mare decît viteza de saturație a purtătorilor. În urma pulsului de sarcină rămîne o plasmă de electroni-goluri captată în regiunea de cîmp slab creat în spatele pulsului. A doua fază a ciclului este faza de descărcare în care plasma dispare datorită tranzitului purtătorilor prin diodă. Ultima fază din ciclu este faza în care tensiunea r.f. la frecvența IMPATT crește din nou la valoarea necesară apariției pulsului de avalanșă. Forma undelor de curent și tensiune se vede pe figura 7.18.

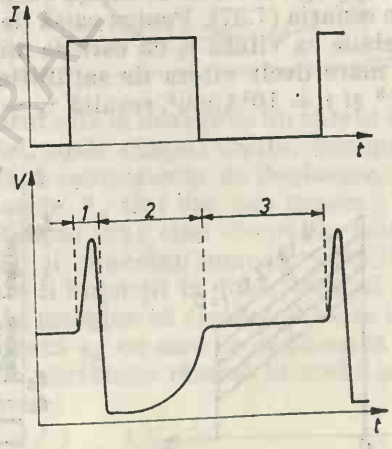


Fig. 7.18. — Curentul și tensiunea în modul de lucru TRAPATT: *1* — faza de încărcare; *2* — faza de descărcare; *3* — faza de revenire.

În perioada de încărcare există o supratensiune care scade aproape la zero imediat ce frontul pulsului de avalanșă traversează dioda. În perioada de descărcare tensiunea crește de la această valoare mică din nou la valoarea de străpungere în avalanșă iar în ultima fază a ciclului tensiunea este mare și curentul este mic. Prin urmare, așa cum reiese din figura 7.18 dioda comută dintr-o stare cu tensiune mică și curent mare într-o stare cu tensiune mare și curent mic. O discuție analitică în formă

simplificată a problemei este utilă. Inițial, la $t = 0$, se aplică pe diodă un curent j. Curentul constă din curentul invers de saturație care este neglijabil și curentul de deplasare, astfel că

$$j = \varepsilon \frac{\partial \mathcal{E}(x, t)}{\partial t}. \tag{7.37}$$

Dacă la $t = 0$ cîmpul maxim în diodă este mai mic decît cîmpul critic, $\mathcal{E}_m$, pentru avalanșă, cîmpul pe diodă va crește liniar cu timpul așa cum se vede pe figura 7.19 [23].

Din ecuația (7.37) și ecuația Poisson cîmpul pentru $\mathcal{E} \leqslant \mathcal{E}_m$ este dat de (pentru structura n^+pp^+)

$$\mathcal{E}(x,t) = \mathcal{E}_m - \frac{qN_a x}{\varepsilon} + \frac{jt}{\varepsilon}, \tag{7.38}$$

unde N_a este concentrația acceptorilor în regiunea p. Din această ecuație se obține timpul după care cîmpul atinge valoarea maximă $\mathcal{E}_m$ la o distanță dată x; pentru $\mathcal{E}(x, t) = \mathcal{E}_m$ rezultă

$$qN_a x = jt$$

De aici se obține viteza cu care frontul pulsului de avalanșă se deplasează prin diodă

$$v_x \equiv \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{j}{qN_a}. \tag{7.39}$$

În dreapta pulsului de avalanșă curentul este tot un curent de deplasare, dat de ecuația (7.37). Pentru ca să fie valabilă relația (7.37) în această regiune, trebuie ca viteza v_x cu care se mișcă frontul pulsului de avalanșă să fie mai mare decît viteza de saturație v_s. De exemplu, pentru $N_a = 10^{15}$ cm^{-3} și $j = 10^4$A/cm^2, rezultă $v_x = 6 \cdot 10^7$ cm/s care este mult mai

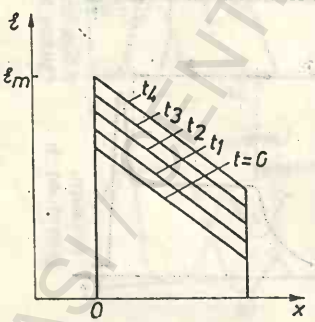


Fig. 7.19. — Cîmpul electric funcție de distanță la diverse intervale de timp la curent j constant.

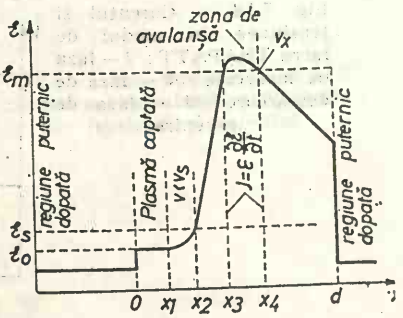


Fig. 7.20. — Cîmpul electric funcție de distanță pentru o anumită poziție a pulsului de avalanșă.

mare decît viteza de saturație limitată de împrăștiere. Astfel din ecuația (7.39) $j > qN_a v_s$. Pe figura 7.20 este reprezentată situația după ce se formează pulsul de avalanșă și s-a deplasat pe o distanță oarecare prin diodă.

Cîmpul în spatele pulsului de avalanșă scade sub $\mathcal{E}_m$ datorită sarcinii spațiale a purtătorilor generați în zona de avalanșă ($x_3 \leqslant x \leqslant x_4$)

Deoarece frontul pulsului de avalanșă se deplasează cu o vizeză mai mare decît a purtătorilor de sarcină, aceștia rămîn în urma pulsului și formează, după cum am amintit, o plasmă captată în cîmp slab. (Pe figură $\mathcal{E}_s$ este cîmpul de la care purtătorii se mișcă cu viteza de saturație). Pulsul de avalanșă traversează rapid dioda și o lasă pe aceasta plină cu plasma captată în cîmp slab (purtătorii se mișcă cu o viteză $v_p = \mu\mathcal{E}_0 \ll \ll v_s \ll v_x$). În acest moment tensiunea pe diodă este mică, iar curentul de conducție este mare. A doua fază a ciclului este faza de descărcare pentru studiul căreia folosim din nou un model simplificat. Presupunem că regiunea de sărăcire (de drift) a diodei (în dioda n^+pp^+ aceasta este regiunea p) este plină cu plasmă neutră de electroni-goluri ($p_0 - n_0 - N_a = 0$): concentrațiile de electroni și de goluri, n_0 și p_0 sînt constante în plasmă. Presupunem, de asemenea, că curentul în faza de revenire este constant, astfel că

$$j_r = q\,\mu(p_0 + n_0)\mathcal{E}_0, \tag{7.40}$$

unde $\mathcal{E} < \mathcal{E}$ (μ este mobilitatea electronilor, pe care am presupus-o egală cu a golurilor). În această fază nu mai sînt generați purtători în diodă și, de exemplu, golurile deplasîndu-se la dreapta sînt îndepărtate din marginea din stînga și aici cîmpul crește datorită sarcinii spațiale a electronilor. Un efect similar are loc la marginea din stînga unde sînt îndepărtați electronii (care se deplasează spre dreapta, dioda fiind invers polarizată). Ca atare cîmpul electric crește în timp la ambele margini ale diodei așa cum se vede pe figura 7.21; le numim regiuni de sărăcire.

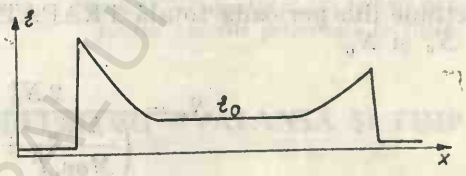


Fig. 7.21. — Cîmpul electric funcție de distanță la un moment din perioada de descărcare.

În regiunea cu plasmă curentul este în întregime un curent de conducție în timp ce la marginile diodei, unde cîmpul crește, curentul conține atît componenta de conducție cît și componenta de deplasare.

Dacă cîmpul în diodă depășește $\mathcal{E}_m$ sînt din nou generați purtători. Timpul minim de revenire este timpul pînă cînd cîmpul la marginea din stînga a diodei atinge valoarea $\mathcal{E}_m$ și în același moment ultimii purtători au părăsit dioda. Acest timp poate fi împărțit în două: timpul necesar ca cele două regiuni de sărăcire de la margine să crească și să se întîlnească în mijlocul diodei (ele cresc cu viteza v_p cu care se deplasează purtătorii din plasmă) și timpul necesar ca purtătorii rămași în acest moment să părăsească dioda cu viteza v_s. Astfel

$$\tau = \frac{d}{2}\left(\frac{1}{v_p} + \frac{1}{v_s}\right). \tag{7.41}$$

Se poate arăta că curentul de revenire pentru care acest timp este minim este dat de expresia [23].

$$j_r = qv_s(2N_0 - N_a), \tag{7.42}$$

unde N_0 este concentrația de dopaj necesară pentru ca cîmpul să fie egal cu $\mathcal{E}_m$ la $x = 0$ și egal cu zero la $x = d$. Se observă că curentul de reve-

nire depinde numai de lărgimea stratului de sărăcire, de cîmpul de străpungere și de concentrația de dopaj. Dacă notăm cu C_b capacitatea stratului de sărăcire, limitele curentului de revenire sînt

$$v_s \mathcal{E}_m C_b \leqslant j_r \leqslant 2 v_s \mathcal{E}_m C_b . \tag{7.43}$$

După ce plasma este înlăturată din diodă, dioda se află în starea de tensiune mare și curent (de conducție) mic. A treia fază a circuitului TRAPATT este caracterizată printr-o stare de tensiune mare și curent mic în care tensiunea pe frecvența IMPATT crește pînă cînd este inițiat din nou pulsul de avalanșă. Existența frecvenței IMPATT pentru inițierea pulsului de avalanșă este o condiție suficientă dar nu s-a arătat că este o condiție necesară. În această teorie simplă se înțelege modul de funcționare TRAPATT dar nu se explică trecerea de la modul de funcționare IMATT la modul de funcționare TRAPATT. Totuși din acest model simplificat se pot obține condițiile aproximative de proiectare care depind numai de concentrația de dopaj N_a (din regiunea p a diodei n^+pp^+) și de lărgimea regiunii de sărăcire care este legată de N_0 prin relația $N_0 = \varepsilon \mathcal{E}_m / qd$. Reprezentăm curentul prin diodă ca o undă pătrată ceea ce rezultă din calculul numeric corect [21]. Dacă j este legat de curentul de revenire (descărcare) j_r prin relația

$$j = M j_r , \tag{7.44}$$

și dacă timpul necesar ca pulsul de avalanșă să traverseze dioda este o fracțiune din perioada totală TRAPATT, T/k, se poate găsi o relație între N_a și N_0

$$N_a = \frac{2N_0^2}{\left(\dfrac{k \varepsilon \mathcal{E}_m}{M q v_s T} + N_a \right)} . \tag{7.45}$$

Timpul de revenire din ciclul TRAPATT poate fi luat ca o fracțiune n din perioada TRAPATT și este dat de

$$T \equiv \frac{1}{f} = \frac{d}{2n} \left(\frac{1}{v_p} + \frac{1}{v_s} \right), \tag{7.46}$$

unde n este fracțiunea din ciclu a perioadei de revenire. Un alt parametru este curentul invers de saturație a diodei care pentru Ge și Si este dat de [23]

$$j_s \simeq 1{,}6 \cdot 10^2 \cdot d . \tag{7.47}$$

Un rezultat pentru Ge și Si este reprezentat pe figurile 7.22 și 7.23 pentru $M=1$, $k=10$ și $n=1/2$ (Este reprezentat efectul curentului de saturație și al cîmpului de străpungere).

În modelul prezentat aici nu am luat în considerare influența circuitului extern. Un model de oscilator TRAPATT în care se ia în considerare interacția dispozitiv-circuit și se proiectează valoarea frecvenței, a puterii

de ieșire, a eficienței și a impedanței r. f. a oscilatorului se găsește în [24] care este în acord cu datele experimentale. Menționăm că în afară de modurile IMPATT și TRAPATT există și alte moduri de funcționare ale diodelor cu avalanșă.

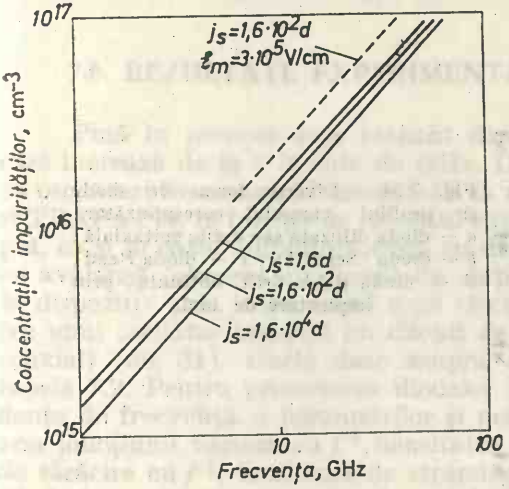


Fig. 7.22 — N_0 funcție de frecvență pentru trei valori ale lui j_s și $\mathcal{E}_m = 2\cdot10^5$ V/cm. Curba întreruptă reprezintă cazul cînd $\mathcal{E}_m = 3\cdot10^5$ V/cm și $j_s = 1,6\cdot10^2d$ (d este lungimea probei).

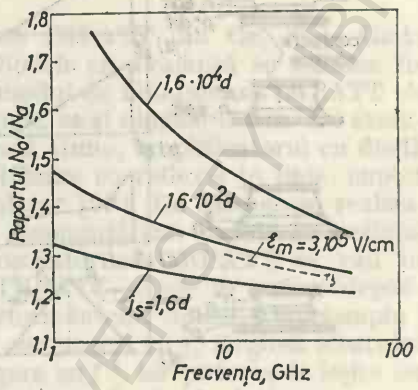


Fig. 7.23. — Raportul N_0/N_a funcție de frecvență pentru cazurile prezentate în figura 7.22.

7.5. PREPARAREA DIODELOR CU AVALANȘĂ ȘI TIMP DE TRANZIT

La proiectarea și fabricarea diodelor cu avalanșă se are în vedere ca puterea de ieșire și eficiența dispozitivelor realizate să aibă valori maxime. Cîteva tipuri de diode de putere mare sînt arătate pe figura 7.24. Dioda din figura 7.24*a* s-a obținut prin depunerea pe substratul n^+ (substratul n^+ se folosește pentru micșorarea rezistenței serie) prin epitaxie, a unui strat n. Apoi se depune stratul p^+ prin epitaxie sau prin difuzie și în final, contactele ohmice. Pe figura 7.24*b* este reprezentată o diodă IMPATT cu barieră Schottky [26, 27].

Bariera Schottky este un contact metal-semiconductor redresor. Deși are distribuția cîmpului electric la fel ca în dioda din figura 7.24*a*, bariera Schottky are unele avantaje.

Întîi, ea se fabrică la temperaturi relativ joase ceea ce face ca stratul epitaxial să-și conserve calitățile. În al doilea rînd cîmpul maxim se află la interfața metal-semiconductor și căldura disipată este transportată repede în afara contactului (prin metal). Pe de altă parte geometria de trunchi de con a dispozitivului evită apariția la periferie a singularităților de cîmp electric intens astfel că în interiorul dispozitivului străpungerea este uniformă. Pe figura 7.24*c* este reprezentată o diodă Read îmbunătățită în sensul că stratul p^+ este înlocuit cu un metal. Eficiența acestei diode este mai bună decît a unei diode Read originale deoarece este eliminată

stocarea purtătorilor minoritari întrucît curentul electric prin bariera Schottky este dat în principal de purtătorii majoritari [14]. Pe figura 7.24*d* se vede o diodă dublu-drift obținută prin implantare de ioni [33]. Această diodă este asemănătoare cu două diode IMPATT complementare, legate în serie care folosește ambele tipuri de purtători de la aceeași sursă

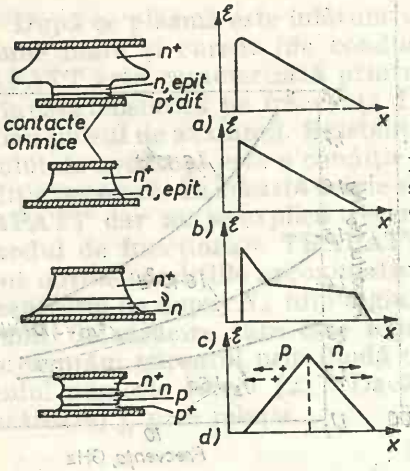


Fig. 7.24. — Diverse forme de diode și profilul cîmpului corespunzător; *a* — dioda difuzată sau dublu epitaxială; *b* — dioda Schottky; *c* — dioda Read; *d* — diodă dublu-drift obținută prin implantare de ioni.

de avalanșă. De aceea puterea de ieșire și impedanța pe unitatea de arie sînt aproape duble față de cazul diodei IMPATT simple. Pe figura 7.25 am reprezentat în detaliu construcția tehnologică a unei astfel de diode, dublu-drift [28]

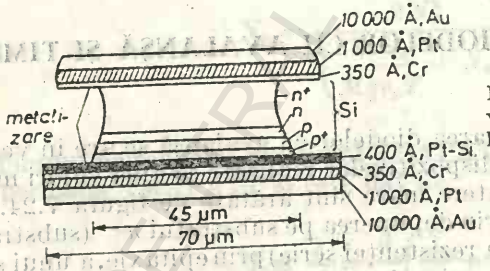


Fig. 7.25. — Secțiune transversală printr-o diodă dublu-drift pentru 50 GHz.

Structura reprezentată în figura 7.25 lucrează pe 50 GHz și s-a fabricat folosind o tehnologie combinată: epitaxia pentru a forma regiunile n și n^+, implantarea de ioni pentru a forma stratul p și difuzia pentru a forma stratul p^+. Inițial, pe un substrat n^+ de rezistivitate 0,001 Ω cm se depune un strat epitaxial n de grosime 1,2 μm și concentrație de dopaj de $8 \cdot 10^{16}$ donori/cm^3. Apoi se implantează ioni de Bor la 80 și la 220 keV care compensează într-o regiune donorii și formează regiunea p. În practică, pentru implantarea de ioni se folosește o varietate de doze între $6 \cdot 10^{12}$ și $1{,}3 \cdot 10^{13}$ ioni de Bor pe cm^2.

După implantare se realizează stratul p^+ pe o adîncime de 0,2 μm prin difuzie din BBr_3 încălzit într-un cuptor la 875°C timp de 30 minute. Apoi proba se polizează și se subțiază la 10—15 μm. În continuare se face metalizarea pe ambele fețe (n^+ și p^+). Stratul de platină, Pt, se folosește pentru a împiedica difuzia Cr în Au la temperatură înaltă. Pe fața

p^+ se folosește strat de PtSi pentru a realiza un contact ohmic bun. Se atașează apoi prin termocompresie radiatorul de căldură format din argint aurit de aproximativ 3 mm grosime și se taie dioda la dimensiuni necesare pentru a se obține valoarea dorită a capacității diodei, de 0,2 pF pentru lucrul la 50 GHz.

7.6. REZULTATE EXPERIMENTALE

Pînă în prezent s-au realizat diode IMPATT din Ge, Si și GaAs care lucrează de la 1 la sute de GHz. Diodele cu avalanșă se folosesc fie ca oscilatori fie ca amplificatori (atît în modul de funcționare IMPATT cît și TRAPATT), în funcție de circuitul extern, ca și diodele Gunn. De exemplu, ca și în cazul amplificatorului cu diodă Gunn, amplificatorul cu diodă cu avalanșă folosește un circuit de amplificare cu reflexie (o linie) cuplat la dispozitiv prin intermediul unui circulator [29]. De asemenea, realizarea unui oscilator necesită un circuit de rezonanță (un circuit de oscilație coaxial) [30, 31]. Unele date asupra oscilatorilor IMPATT se văd în tabela 7.2. Pentru proiectarea diodelor IMPATT se are în vedere dependența de frecvență a parametrilor și performanțelor diodei. De exemplu : aria joncțiunii variază cu f^{-2}, densitatea curentului cu f, lărgirea stratului de sărăcire cu f^{-1}, tensiunea de străpungere cu f^{-1}, iar puterea de ieșire cu f^{-1} cînd este limitată termic și cu f^{-2} cînd este limitată electronic.

Tabela 7.2

Date asupra unor oscilatori IMPATT

Frecvența, GHz	Puterea de ieșire	Eficiența, %	Fracțiunea din ciclu	Materialul
9,9	540 mW	15	UC	GaAs
11,1	1,6 W	15	UC	GaAs
13,3	4,7 W	8	UC	Si
55	650 mW	10	UC	Si
110	75 mW	3,2	UC	Si
6	500 mW	8	UC	Si
8	30 m	4—5	pulsuri	Si
21	8,8 W	4—5	pulsuri	Ge
341	1 m	mică	pulsuri	Si

Tabela 7.3

Parametrii și performanțe ale diodelor IMPATT din Si

Domeniul de frecvență	8—10 GHz	50—60 GHz	100—110 GHz
Aria joncțiunii (cm^2)	$5 \cdot 10$	$2 \cdot 10$	$5 \cdot 10$
Grosimea stratului epitaxial (μm)	5	2	0,5
Concentrația de doping (cm^{-3})	$6 \cdot 10^{15}$	$6 \cdot 10^{16}$	$2 \cdot 10^{17}$
Curentul de polarizare A/cm^2)	1 000	5 000	50 000
Grosimea stratului de sărăcire (μm)	3,	0,6	0,25
Tensiunea de străpungere (V)	85	17	9
Puterea de ieșire (W)	3,5	0,5	0,07
Eficiența	10—12%	10%	3%

Avînd în vedere toate acestea, în tabela 7.2 sînt prezentați parametrii și unele performanțe pentru diode IMPATT realizate din Si.

La frecvenţe mai înalte eficienţa scade datorită efectului skin, efectului tunel şi altor efecte (paragraful 7.3). Proiectarea diodelor TRAPATT este mai complicată datorită interacţiei puternice dintre dispozitiv şi circuit [32]. Supratensiunea necesară pentru apariţia frontului pulsului de avalanşă poate fi micşorată dacă se proiectează dioda TRAPATT cu un coeficient mare de perforare [33] F, care este definit în figura 7.26.

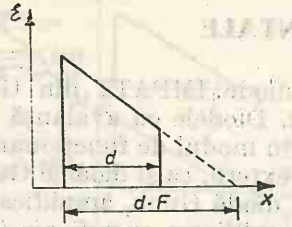


Fig. 7.26. — Diagrama pentru definirea factorului de perforare F.

Factorul F este cu atît mai mare cu cît dispozitivul se aseamănă mai mult cu o diodă $p-i-n$. Un sumar al celor mai bune rezultate obţinute pentru oscilatori TRAPATT este dat în tabela 7.3.

Tabela 7.3

Unele date asupra diodelor TRAPATT

Frecvenţa, GHz	Puterea de ieşire	Eficienţa, %	Fracţiunea din ciclu	Materialul
1,1	1,2 kW	25,6	pulsuri	5 diode din Si
3	20 W	30	pulsuri	Si
6,5	3 W	17	pulsuri	Si
2,6	7 W	40	pulsuri	Ge
8,6	10 W	25	pulsuri	Si
16,5	8 W	6,9	pulsuri	Si
0,45	5,3 W	43	UC	Ge
2,8	2,4 W	20	UC	Si

BIBLIOGRAFIE

1. R. L. Johnston, B. C. De Loach, jr., G. B. Cohen, Bell Syst. Tech. J., **44**, 369 (1965); P. Bauhahn, G. I. Haddad, IEEE Trans. on Electron Devices, **ED—24**, 634 (1977).
2. W. T. Read, Bell Syst. Tech. J., **37**, 401 (1958).
3. H. J. Prager, K. K. N. Chang, S. Weisbrod, Proc. IEEE, IEEE, **55**, 586 (1967).
4. M. Gilden, M. E. Hines, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED—13**, 169 (1966).
5. F. A. Blum, N. K. Kramer, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED—17**, 983 (1970).
6. S. M. Sze, W. Shockley, Bell Syst. Tech. J., **46**, 837 (1967).
7. M. Misawa, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED—13**, 137 (1966).
8. D. L. Scharfetter. H. K. Gummel, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED—16**, 64 (1969).
9. S. M. Sze, R. M. Ryder, Proc. IEEE, **59**, 1140 (1971).
10. D. L. Scharfetter, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED—18**, 536 (1971).
11. C. B. Swan, T. Misawa, L. P. Marinaccio, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED—14**, 584 (1967); H. J. Kuno, D. L. English, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, **MTT—24**, 758 (1976).
12. C. B. Swan, Proc. IEEE, **53**, 45 (1967).
13. W. J. Evans, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., **MTT—17**, 1060 (1969).

14. T. Misawa, Solid-State Electron., **13**, 1363 (1970).
15. J. E. Caroll, *Hot Electron Microwave Generators*, Edward Arnold (Publishers) Ltd., London, 1970.
16. S. R. Kovel, G. Gibbons, Proc. IEEE, **55**, 2066 (1967).
17. B. C. De Loach., Jr. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., **MTT—18**, 72 (1970).
18. C. Y. Chang, S. M. Sze, Solid-State Electron., **13**, 727 (1970).
19. S. G. Liu, J. J. Risko, R. C. A. Rev., **31**, 3 (1970).
20. D. F. Kostichack, Proc. IEEE, **58**, 1282 (1970).
21. D. L. Scharfetter, D. J. Bartelink, H. K. Gummel, R. L. Johnston, Solid-State Device Res. Conf., Boulder, Colorado, June, 1968.
22. A. S. Clorfeine, R. J. Ikola, L. S. Napoli, R. C. A. Rev., **30**, 397 (1972).
23. B. C. De Loach. Jr., D. L. Scharfetter, IEEE Trans. Electron. Devices, **ED—17** 9 (1970); R. J. Trew, IEEE Trans. on Electron Devices, **ED—23**, 28 (1976).
24. W. J. Evans, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., **MTT—17**, 1060 (1969).
25. B. C. De Loach, IEEE J Solid-State Circuits, **SC—4**, 376 (1969).
26. D. De Nobel, H. G. Kock, Proc. IEEE, **57**, 2088 (1969).
27. O. K. Kim, L. D. Armstrong, Solid-State Electron.. **13**, 53 (1970).
28. T.E. Seidel, R.E. Davis, D.E. Iglesias, Proc. IEEE, **59**, 1 222 (1971).
29. J.J. Barnowski, V.J. Higgins, C.K. Kim, L.D. Armstrong, Microwave J., **12**, 71 (1969); J.J. Goedbloed, M. T. Vlaaringerbroek, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, **MTT—25**,324 (1977).
30. D.R. Melick, G.A. Foggiato, Proc. IEEE, **56**, 1 737 (1968).
31. D.E. Iglesias, Proc. IEEE, **55**, 2065 (1967).
32. W.J. Evans, *Solid State and Quantum Electronics*, J. Wiley, New York, 1971.
33. D.L.Scharfetter, Bell Syst. Tech. J., **49**, 799 (1970); J. Edrich, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, **MTT—24**, 706(1976).

BCUJASI/CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL VIII

JONCȚIUNI TUNEL CU SUPRACONDUCTOARE. DISPOZITIVE JOSEPHSON

Joncțiunile tunel supraconductoare, care constau în general din două straturi supraconductoare suprapuse separate printr-un strat izolator subțire (~ 20Å), au început să fie studiate atît experimental cît și teoretic în urma apariției lucrării lui Giaever [1]

S-a studiat caracteristica $I-V$ a structurilor metal normal—izolator-supraconductor (NIS) precum și a structurilor supraconductoare—izolator-supraconductor (SIS) etc. Mecanismul de trecere a curentului electric, este, ca și în cazul diodelor tunel semiconductoare, efectul tunel. Efectul tunel în joncțiunile supraconductoare a fost folosit inițial pentru studiul aspectelor fundamentale ale supraconductibilității cum ar fi măsurarea benzii interzise și dependenței ei de temperatură, a densității stărilor energetice, a efectului de vecinătate etc.

În același timp atenția cercetătorilor a fost îndreptată spre folosirea acestui efect în scopul construirii unor dispozitive utile în practică. Cercetările în acest domeniu s-au intensificat după descoperirea în anul 1926 de către Josephson, a efectului care-i poartă numele [2]. În acest capitol vom prezenta tunelarea uniparticulă în structurile NIS și SIS precum și efectul Josephson și aplicațiile acestor fenomene. O primă prezentare a acestor probleme în românește, cititorul o găsește în lucrările monografice [3].

8.1. TUNELAREA UNIPARTICULĂ

8.1.1. Tunelarea electronilor între un metal normal și un supraconductor

Am văzut în capitolul V că un electron poate să treacă printr-o barieră de potențial prin efect tunel numai dacă se găsește în partea opusă o stare energetică liberă de aceeași energie. Considerăm două metale normale separate printr-un strat izolator suficient de subțire ($\sim 10^{-7}$cm) ca să poată avea loc procesul de tunelare. La 0K și fără tensiune aplicată (fig. 8.1*a*) nu este posibilă tunelarea; toate stările cu $k < k_F$ sînt ocupate cu electroni, iar stările cu $k > k_F$ sînt libere (k este vectorul de undă al electronului la suprafața Fermi). Dacă se aplică o tensiune pe structură (fig. 8.1*b*) atunci electronii din domeniul energetic qV vor participa la tunelare. Numărul de stări care participă la tunelare este proporțional

cu diferența de potențial aplicată și dacă probabilitatea de tunelare este constantă (ceea ce se întîmplă la tensiuni de polarizare mici), curentul crește liniar cu tensiunea (fig. 8.1*c*).

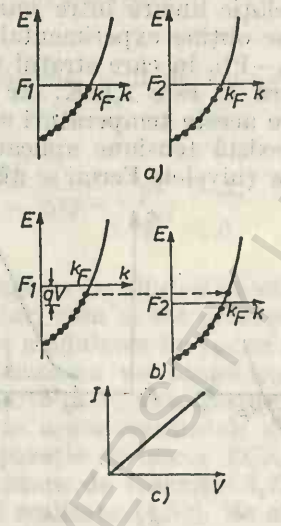


Fig. 8.1.— Diagrama energetică a structurii metal-izolator-metal la echilibru termic (*a*), la o diferență de potențial V(*b*) și caracteristica $I-V$ a structurii (*c*).

Inițial prezentăm deducerea fenomenologică a caracteristicii $I-V$ a structurii metal normal-izolator-metal normal. Notăm densitatea de stări a electronilor în metalul din stînga (fig. 8.1) cu $N_1(E-qV)$ și funcția de distribuție a acestora pe stări cu $f(E-qV)$, iar pentru materialul din dreapta notăm respectiv, $N_2(E)$, $f(E)$. În acord cu relația (5.72) curentul tunel prin această structură este dat de

$$j \sim T_t \int N_2(E)\, N_1(E-qV)[f(E-qV)-f(E)]\mathrm{d}E, \tag{8.1}$$

unde T_t este probabilitatea de tunelare a electronilor pe care am considerat-o aceeași de la stînga la dreapta ca și de la dreapta la stînga (electronul are aceeași șansă de a tunela într-un sens și în sensul opus) și, de asemenea, am considerat-o independentă de energie, ceea ce este just la tensiuni aplicate mici. În plus, din acest ultim motiv putem considera că, densitățile de stări variază slab cu energia și putem lua în ecuația (8.1) valorile lor de la nivelul Fermi

$$N_2(E)\simeq N_2(0)\,;\;\; N_1(E-qV)\simeq N_1(E)\simeq N_1(0).$$

Cu aceste aproximații ecuația (8.1) devine

$$j = AN_1(0)\,N_2(0)\int[f(E-qV)-f(E)]\,\mathrm{d}E, \tag{8.2}$$

unde A este o constantă care include T_t și geometria joncțiunii. Pentru tensiuni mici, dezvoltăm funcția Fermi în serie și rezultă

$$f(E)-f(E-qV)=qV\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}E}.$$

La temperaturi joase df/dE poate fi aproximată printr-o funcție delta, deci

$$j = AN_1(0)\,N_2(0)\,qV, \tag{8.3}$$

adică o relație liniară între curent și tensiune (ca în legea lui Ohm) așa cum se obține experimental (fig. 8.1*c*). Considerăm acum o joncțiune $Al-Al_2O_3-Pb$, în care stratul izolator este Al_2O_3. Temperatura de tranziție pentru Al este 1,18K, iar pentru Pb este 7,193 K (Anexa I).

Între aceste temperaturi structura se comportă ca o joncțiune NIS. Cînd nu există tensiune aplicată, diagrama energetică se prezintă ca în figura 8.2*a* (nivelele Fermi se află la același nivel energetic). La o tensiune aplicată (fig. 8.2*b*), nu mai electronii din intervalul energetic $qV - \Delta$ pot tunela (de la stînga la dreapta), deoarece numai acești electroni au stări energetice permise în partea opusă.

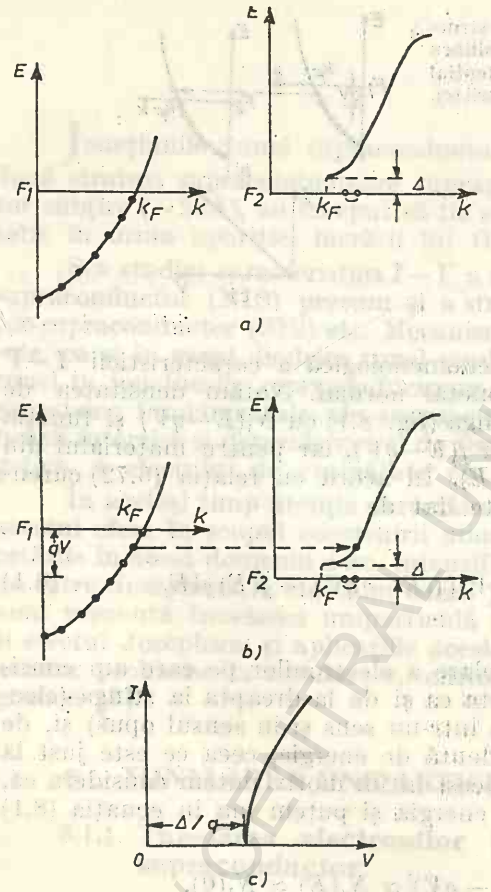


Fig. 8.2.— Structura metal normal-izolator-supraconductor la echilibru termic (*a*), la o diferență de potențial (*b*) și caracteristica $I-V$ a acestei structuri (*c*).

Curentul apare la tensiunea Δ/q (fig. 8.2*c*), ceea ce permite determinarea cu precizie a benzii interzise a supraconductorului.

Creșterea rapidă a curentului la $qV = \Delta$ se datorează densității mari de stări energetice a electronilor normali în supraconductor lîngă banda interzisă (Anexa I), care este dată de relația

$$N_s(E) = N(0)\,\{E/[E^2 - \Delta^2]^{1/2}\}, \tag{8.4}$$

unde $N(0)$ este densitatea de stări la suprafața Fermi în metalul normal. Caracteristica $I-V$ din figura 8.2*c* este adevărată la zero absolut.

La temperatură finită apare un curent și la $qV<\Delta$ datorită electronilor excitați termic. Curentul în structura NIS este dat de ecuația (8.1), cu deosebirea că se înlocuiește $N_2(E)$ cu densitatea de stări uniparticulă din supraconductor, dată în teoria BCS de ecuația (8.4)

$$j_{NS} = AN_1(0)\,N_2(0)\int \frac{|E|}{(E^2-\Delta^2)^{1/2}}\,[f(E-qV)-f(E)]\,dE, \tag{8.5}$$

unde integrarea se face pe toate energiile. La $T = 0$K avem

$$f(E-qV)-f(E)\begin{cases}1, & 0<E<qV,\\ 0, & E<0 \text{ și } E>qV.\end{cases}$$

Astfel, pentru $qV < \Delta$ rezultă $j_{NS} = 0$, iar pentru $qV > \Delta$ rezultă

$$j_{NS} = AN_1(0)N_2(0)\int_{\Delta}^{qV} \frac{E\,dE}{(E^2 - \Delta^2)^{1/2}} = AN_1(0)\,N_2(0)\,[(qV)^2 - \Delta^2]^{1/2}. \quad (8.6)$$

Conductanţa diferenţială la 0K se obţine prin derivarea expresiei (8.6) în raport cu tensiunea

$$\frac{dj_{NS}}{dV} = \begin{cases} AN_1(0)\,N_2(0)\,\dfrac{qV}{[(qV)^2 - \Delta^2]^{1/2}}, & qV > \Delta, \\ 0, & qV < \Delta. \end{cases} \quad (8.7)$$

Se observă că dj_{NS}/dV este proporţional cu densitatea de stări a electronilor normali (ec. (8.4)) în supraconductor, ceea ce s-a presupus iniţial. Mărimea dj_{NS}/dV se poate obţine direct prin modularea lui j_{NS} cu un curent oscilant de valoare mică şi măsurînd tensiunea cu un amplificator selectiv. În acest fel se poate determina cu foarte mare exactitate densitatea de stări în supraconductor. În figura 8.3 se arată rezultatele experimentale pentru staniu supraconductor în comparaţie cu teoria BCS, utilizînd joncţiunea Sn—MgO—Mg (Sn are temperatura de tranziţie 3,722 K, iar Mg sub limita celor mai joase temperaturi realizate [4.5]). Se observă că cu cît temperatura este mai scăzută, cu atît concordanţa cu teoria este mai bună.

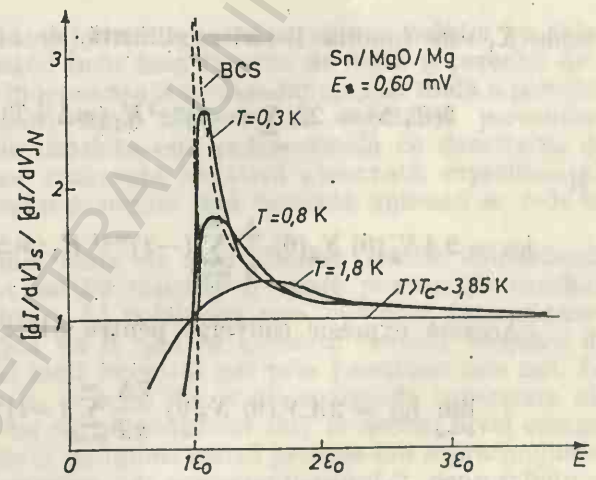


Fig. 8.3.—Densitatea de stări într-un supraconductor.

Revenim acum la expresia curentului dat de ecuaţia (8.5), la $T \neq 0$ calculul integralei fiind mai complicat divizăm integrala în două părţi [7]

$$\mathcal{I}(T, \Delta) = \int_{\Delta}^{\infty} \frac{E}{(E^2 - \Delta^2)^{1/2}} [f(E - qV) - f(E)]\,dE -$$

$$- \int_{-\infty}^{-\Delta} \frac{E}{(E^2 - \Delta^2)^{1/2}} [f(E - qV) - f(E)]\,dE.$$

BCU Cluj / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Trecînd de la variabila E la variabila x, făcînd schimbarea de variabilă $x + \Delta = E$ în prima integrală şi $x + \Delta = -E$ în a doua şi ţinînd cont că $f(-\xi) = 1 - f(\xi)$, se obţine

$$\mathfrak{I}(T, \Delta) = \int_0^\infty \frac{x + \Delta}{[x(x + \Delta)]^{1/2}} [f(x + \Delta - qV) - f(x + \Delta + qV)] \mathrm{d}x.$$

Dezvoltăm în serie funcţia Fermi

$$f(\xi) = [1 + \exp(\xi)]^{-1} = \exp(-\xi)\,[1 + \exp(-\xi)]^{-1} =$$

$$= \exp(-\xi) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\exp(-m\xi)}{m!},$$

relaţie valabilă pentru $\xi > 0$; în cazul nostru ξ este $x + \Delta - qV$ şi, respectiv, $x + \Delta + qV$, şi deci

$$\mathfrak{I}(T, \Delta) =$$

$$= 2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} \exp\left(\frac{-m\Delta}{kT}\right) \sinh \frac{mqV}{kT} \int_0^\infty \frac{x + \Delta}{[x(x + 2\Delta)]^{1/2}} \exp\left(\frac{-mx}{kT}\right) \mathrm{d}x.$$

Această ultimă integrală este tabelată în transformatele Laplace

$$\int_0^\infty \frac{t + a}{[t(t + 2a)]^{1/2}} \exp(-pt)\, \mathrm{d}t = a \exp(ap)\, K_1(ap),$$

unde K_1 este funcţia Bessel modificată, de ordinul întîi. Ca atare,

$$\mathfrak{I}(T, \Delta) = 2\Delta \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} K_1(m\Delta/kT) \sinh(mqV/kT),$$

şi

$$j_{NS} = 2AN_1(0)\, N_2(0) \frac{\Delta}{q} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} K_1(m\Delta/kT) \sinh(mqV/kT). \quad (8.8)$$

Această expresie converge pentru $qV < \Delta$ şi

$$\lim_{V \to 0} j_{NS} = 2AN_1(0)\, N_2(0) \frac{V\Delta}{kT} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+1} m K_1(m\Delta/kT).$$

Dacă şi $T \to 0$, folosind dezvoltarea asimptotică a funcţiei Bessel

$$K_1(z) \simeq \left(\frac{\pi}{2z}\right)^{1/2} \exp(-z)$$

obţinem, neglijînd termenii $m > 1$

$$\lim_{\substack{V \to 0 \\ T \to 0}} j_{NS} = j_{NN} (2\pi\Delta/kT)^{1/2} \exp(-\Delta/kT), \quad (8.9)$$

unde j_{NN} este curentul pentru cazul cînd ambele metale sînt normale.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Prin urmare, la temperaturi suficient de joase și la tensiuni mici se poate găsi Δ din măsurarea raportului j_{NS}/j_{NN}.

8.1.2. Tunelarea uniparticulă între două supraconductoare

În figura 8.4 este arătată curba experimentală pentru structura $Al—Al_2O_3—Pb$ la 1 K unde atît Al cît și Pb sînt supraconductoare [8].

Se observă că o structură SIS prezintă la temperatură finită o caracteristică $I—V$ cu rezistență negativă de tip N. Acestea se datorează tunelării uniparticulă. Menționăm că toate considerațiile făcute

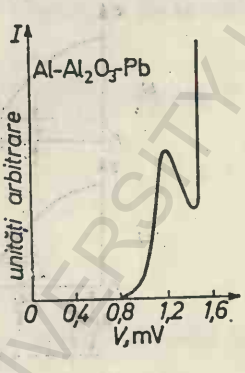


Fig. 8.4. — Caracteristica $I—V$ pentru structura $Al—Al_2O_3—Pb$ la 1 K.

în acest paragraf se referă la o joncțiune tunel cu stratul izolator nu chiar atît de subțire (~20Å), astfel încît faza funcției de undă a perechii dintr-un supraconductor este independentă de faza funcției de undă a perechii din celălalt supraconductor, fiind nefavorizată tunelarea perechilor. Deoarece probabilitatea de tunelare este proporțională cu densitatea de stări se poate explica ușor rezistența negativă observată experimental. Diagrama energetică a acestei joncțiuni fără tensiune aplicată se vede în figura 8.5*a*.

La o temperatură mai mare de zero absolut, stările uniparticulă (de electroni normali) sînt parțial ocupate și există procese de tunelare uniparticulă în ambele sensuri. La polarizare zero, curentul datorat tunelării de la stînga la dreapta va fi egal cu curentul datorat tunelării de la dreapta la stînga, astfel încît curentul net prin joncțiune este nul. La o tensiune aplicată $V = (\Delta_2 - \Delta_1)/q$ (fig. 8.5*b*) marginile superioare ale benzilor interzise din cei doi supraconductori sînt la același nivel energetic și electronii tunelează de la marginea benzii permise din supraconductorul 1 în marginea benzii permise din supraconductorul 2, conservîndu-se energia în procesul de tunelare. Deoarece într-un supraconductor densitatea de stări la marginea benzii permise (de lîngă banda interzisă) este foarte mare (infinită în modelul BCS), este de așteptat ca curentul tunel la tensiunea de mai sus să fie mai mare decît la tensiuni V mai mari sau mai mici decît $(\Delta_2—\Delta_1)/q$. Prin urmare, curentul trebuie să aibă un maxim (pic) la tensiunea $(\Delta_2 — \Delta_1)/q$ și deci mărimea curentului de pic trebuie să descrească cu descreșterea temperaturii, deoarece scade concentrația electronilor normali. Tensiunea de pic depinde, de asemenea, de temperatură deoarece banda interzisă depinde de temperatură (crește cu scăderea temperaturii). În figura 8.5*c* tensiunea de polarizare este astfel încît $V =$

17—c. 1554

$=(\Delta_1 + \Delta_2)/q$ care este tensiunea de minim a curentului. Valoarea curentului tunel pentru $0 < qV < \Delta_1 + \Delta_2$ poate fi micşorată oricît de mult prin micşorarea temperaturii; la 0K nu există curent în acest domeniu de tensiune deoarece nu există electroni normali excitaţi termic. La ten-

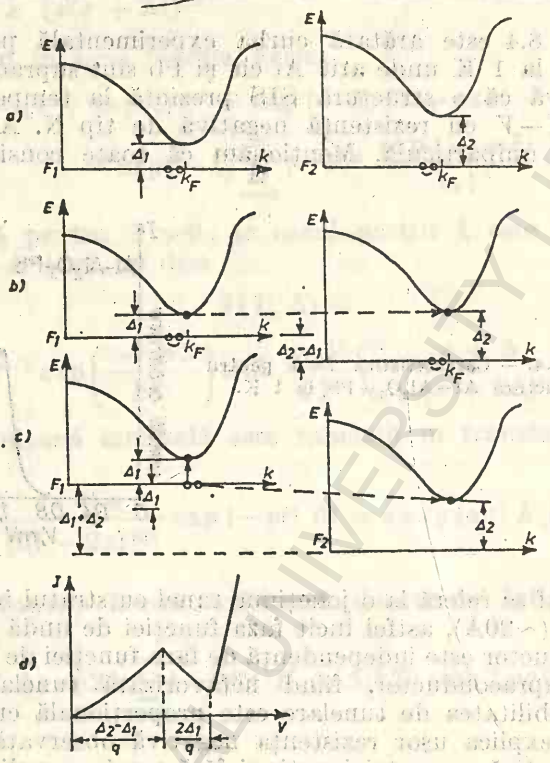


Fig. 8.5. — Diagrama energetică a structurii supraconductor la echilibru termic (*a*), la o diferenţă de potenţial $(\Delta_2 - \Delta_1)/q$ (*b*), la o diferenţă de potenţial $(\Delta_2 + \Delta_1)/q$(*c*) şi caracteristica $I-V$ a structurii (*d*).

siunea $V = (\Delta_1 + \Delta_2)/q$ apare un proces adiţional care implică despicarea unei perechi Cooper [9]. Unul din electroni tunelează în supraconductorul din dreapta ocupînd starea normală cea mai joasă. Acest proces este însoţit de pierderea energiei Δ_1. Al doilea electron, pierzîndu-şi partenerul, trece în starea normală în supraconductorul 1 cîştigînd energia Δ_1. Astfel, procesul are loc cu conservarea energiei. Densitatea mare de stări la marginea benzii permise ca şi concentraţia mare de perechi duce la creşterea bruscă a curentului la această tensiune aşa cum se observă pe caracteristica $I-V$ (figurile 8.5*d* şi 8.4.).

Deoarece la temperaturi joase curentul tunel pentru tensiuni $V<(\Delta_1+\Delta_2)/q$ depinde de concentraţia de electroni normali, care variază cu temperatura după legea exp $(-\Delta/kT)$, curentul tunel va varia după aceeaşi lege ceea ce dă posibilitatea ca joncţiunea tunel supraconductoare să fie folosită ca termometru criogenic foarte sensibil. Se alege domeniul de folosire pentru temperaturi cuprinse între 0,2 şi 0,9 T_c şi structura SIS

conține în ambele părți același supraconductor ($\Delta_1 = \Delta_2$) ca de exemplu Al (structuri Al—I—Al [4]).

Pentru calculul teoretic al caracteristicii $I-V$ a structurii SIS se utilizează expresia (8.1) în care se folosesc densitățile de stări uniparticulă din supraconductor (ec. (8.4))

$$j_{ss} = AN_1(0)\,N_2(0)\int \frac{|E-qV|}{[(E-qV)^2-\Delta_1^2]^{1/2}}\,\frac{|E|}{(E^2-\Delta^2)^{1/2}}\,[f(E-qV)-f(E)]\,\mathrm{d}E, \tag{8.10}$$

relație ce a fost calculată numeric [11]. În cazuri particulare se poate găsi o expresie analitică; de exemplu, pentru $T=0$ și $\Delta_1 = \Delta_2$ se obține $j_{ss}=0$ pentru $V < 2\Delta/q$ și

$$j_{ss} = AN_1(0)\,N_2(0)\,[(2\Delta + qV)\,E(\alpha) - 4\frac{\Delta(\Delta+qV)}{2\Delta+qV}\,K(\alpha)],\ V \geqslant 2\Delta/q, \tag{8.11}$$

unde

$$\alpha = \frac{qV-2\Delta}{qV+2\Delta}, \tag{8.12}$$

și $K(\alpha)$ și $E(\alpha)$ sînt integrale eliptice complete. Pentru $qV \to 2\Delta$ adică $\alpha \to 0$, avînd în vedere că

$$\lim_{\alpha\to 0} K(\alpha) = \lim_{\alpha\to 0} E(\alpha) = \frac{\pi}{2},$$

se obține

$$j_{ss}(T=0,\ qV=2\Delta) = AN_1(0)\,N_2(0)\,\frac{\pi}{2}\,\Delta. \tag{8.13}$$

Curentul are deci o discontinuitate la $V = 2\Delta/q$, datorită densității de stări energetice uniparticulă infinit de mari, și valoarea sa este dată de ecuația (8.13). Pentru supraconductori cu benzi interzise diferite, $\Delta_1 \neq \Delta_2$, se obține la $T=0$

$$j_{ss}(T=0) = 0 \text{ pentru } 0 < qV < \Delta_1 + \Delta_2,$$

iar pentru $qV \geqslant \Delta_1 - \Delta_2$

$$j_{ss}(T=0) = AN_1(0)\,N_2(0)\,[\beta^{-1}\,E(\gamma) - 2\Delta_1\Delta_2\,\beta K(\gamma)], \tag{8.14}$$

unde

$$\beta = [(qV)^2 - (\Delta_2-\Delta_1)^2]^{1/2};\ \gamma = \beta\,[(qV)^2 - (\Delta_1+\Delta_2)^2]^{1/2}. \tag{8.15}$$

Cînd $qV \to \Delta_1 + \Delta_2$ există un curent de discontinuitate dat de expresia

$$j_{ss}(T=0,\ qV=\Delta_1+\Delta_2) = AN_1(0)\,N_2(0)\,\pi\sqrt{\Delta_1\Delta_2}. \tag{8.16}$$

Pentru $T \neq 0$ calculul ecuației (8.10) se face numeric, așa cum am amintit mai sus. În continuare ne vom ocupa de influența fononilor și fotonilor asupra caracteristicii $I-V$ a structurii SIS. Într-un supraconductor, la o temperatură mai mică decît T_c există un echilibru dinamic între concentrația perechilor de electroni și concentrația electronilor normali (uniparticule). Perechile se desfac în electroni normali prin absorbția de fononi cu energie egală sau mai mare decît 2Δ, iar electronii normali recombină unul cu altul și formează perechi, emițînd fononi de energie 2Δ. La echilibru, ratele celor două procese sînt egale între ele [8]. Prin urmare, o joncțiune tunel poate servi după cum vom vedea mai jos ca generator și detector de unde de frecvență foarte mare (frecvența corespunzătoare a Sn este 290 GHz, iar a Pb, 650 Ghz). Pe de altă parte, dacă un supraconductor este expus la o radiație cu $\hbar\omega \geqslant 2\Delta$, ea va fi absorbită de perechi care se vor despica în electroni normali, ducînd la creșterea concentrației acestora din urmă. Limita de absorbție în acest caz se află în domeniul undelor milimetrice și infraroșu îndepărtat. De exemplu, lungimea de undă limită λ_{max} pentru Al ($T_c = 1{,}2$ K) este 3,9 mm, iar pentru Pb ($T_c = 7{,}2$ K) este 0,46 mm. Pe figura 8.6*a* se arată cum crește numărul de electroni normali prin absorbție de fotoni sau fononi de energie $2\Delta_1$, ceea ce duce la creșterea curentului tunel prin joncțiune.

Menționăm că acest proces nu se numește proces de tunelare cu participarea fotonilor sau fononilor deoarece energia absorbită servește la crearea electronilor normali care tunelează apoi fără „să știe" că au fost mai înainte împerechiați.

Pe figura 8.6*b* se vede procesul de tunelare cu participarea fononilor sau fotonilor (absorbție). Datorită tensiunii aplicate energia radiației incidente poate fi mai mică decît $2\Delta_1$. Procesul are loc la energia $qV = \Delta_1 + \Delta_2 - \hbar\omega$. Radiația incidentă pe supraconductorul 1 despică o pereche, un electron trece în starea normală din acest supraconductor iar celălalt tunelează în supraconductorul 2. Electronul care tunelează pierde energia $qV - \Delta_2 = \Delta_1 - \hbar\omega$, iar celălalt electron cîștigă energia $qV - \Delta_2 + \hbar\omega = \Delta_1$, adică energia necesară pentru a deveni normal. Este ca și cum în supraconductorul 1 un electron din pereche ar trece pe o stare virtuală prin pierderea energiei $qV - \Delta_2 = \Delta_1 - \hbar\omega$ și apoi ar tunela, tunelarea de astă dată avînd loc la același nivel energetic (linie punct pe fig. 8.6*b*). Dacă joncțiunea este polarizată la tensiunea $V = (\Delta_1 + \Delta_2 + \hbar\omega)/q$, atunci are loc tot o tunelare cu participarea fononilor sau fotonilor, însă cu emisia acestora [12] (fig. 8.6*c*). La tensiunea $V > (\Delta_1 + \Delta_2)/q$, la despicarea perechii în supraconductorul 1 un electron devine normal absorbind energia Δ_1, celălalt electron tunelează cedînd energia $qV - \Delta_2 = (\Delta_1 + \hbar\omega)$ din care Δ_1 a fost absorbită de primul electron iar energia $\hbar\omega$ este cedată sub formă de foton sau fonon (astfel, legea conservării energiei este satisfăcută). Emisia fotonilor se face stimulat, adică în prezența radiației de energie $\hbar\omega$. Absorbția și emisia de fotoni se manifestă prin apariția unor vîrfuri în caracteristica $I-V$ la tensiuni $qV = \Delta_1 + \Delta_2 \pm \hbar\omega$. Experiențele au arătat că în prezența unui cîmp de radiație se observă trepte de curent la $qV = \Delta_1 + \Delta_2 \pm n\hbar\omega$ ceea ce arată existența proceselor de absorbție și emisie multifotonică [12]. Pe figura 8.7 sînt arătate rezultatele experimentale pentru curentul tunel cu participarea fotonilor într-o joncțiune Sn—SnO—Pb la 1,4 K. În absența radiației efectul tunel apare la $qV = \Delta_1 + \Delta_2 = 1{,}9$ meV.

Temperatura este suficient de mică astfel încît curentul datorat electronilor excitați termic ce ar apărea la tensiuni $qV < \Delta_1 + \Delta_2$ este neglijabil (zero). În prezența radiației apar trepte de curent atît la $qV < \Delta_1 + \Delta_2$ (absorbție de fotoni) cît și la $qV > \Delta_1 + \Delta_2$ (emisie de fotoni) [13].

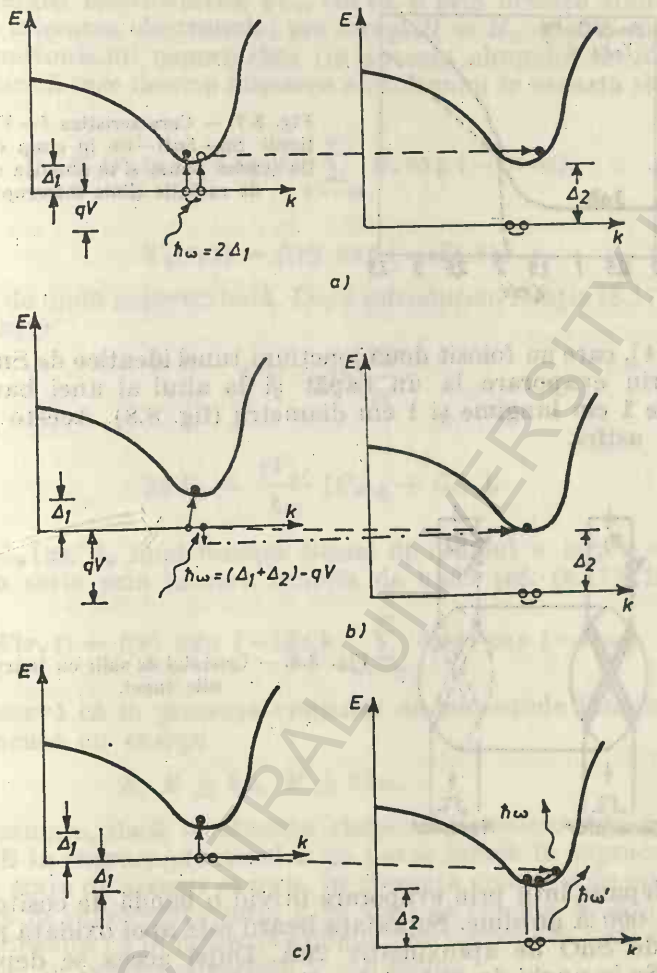


Fig. 8.6. — Creșterea concentrației electronilor care participă la tunelare (*a*); tunelarea cu absorbție (*b*) și cu emisie, de fononi (*c*).

Spectrul fononilor emiși datorită relaxării electronilor care tunelează (fig. 8.6*c*) se întinde pe domeniul de energie de la zero la $qV - (\Delta_1 + \Delta_2)$. În plus, pot apărea fononi de energie $2\Delta_1$ datorită recombinării unui electron tunelat în supraconductorul 2 cu alt electron tunelat sau cu un electron excitat termic, formînd o pereche Cooper ($\hbar\omega'$ pe fig. 8.6*c*). Așadar, apar fononi atît datorită relaxării cît și datorită recombinării electronilor. Timpul de relaxare este de ordinul 10^{-9} s, iar timpul de recombinare este de ordinul 10^{-7} s, astfel încît spectrele fononilor de relaxare și recombinare sînt distincte. Emisia fotonilor în procesele de relaxare și recombinare este

neglijabilă în comparație cu emisia fononilor [11], după cum am văzut, ea crește prin emisie stimulată în prezența unui cîmp de radiație. Pe baza acestor fenomene joncțiunea tunel poate fi folosită ca generator și detector de fononi. O asemenea experiență a fost făcută de Eisenmenger și

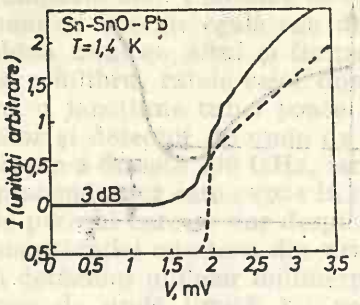


Fig. 8.7. — Caracteristica $I-V$ a joncțiunii Sn—SnO—Pb în cîmp de radiație (curba plină) și în absența cîmpului de radiație (linie întreruptă).

Dayem [14], care au folosit două joncțiuni tunel identice de Sn—SnO—Sn depuse prin evaporare la un capăt și la altul al unei bare cilindrice de safir de 1 cm lungime și 1 cm diametru (fig. 8.8). Aceste joncțiuni se realizează astfel.

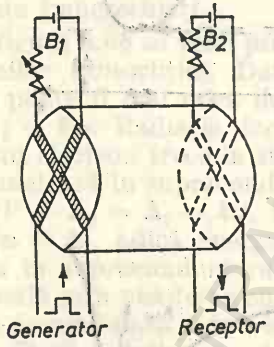


Fig. 8.8. — Cristalul de safir cu joncțiunile tunel.

Se depune întîi prin evaporare în vid o bandă de cositor de 1 mm lățime și 1 000 Å grosime. Suprafața benzii este apoi oxidată realizîndu-se un strat de SnO de aproximativ 20Å. După aceea se depune a doua bandă de Sn în unghi drept față de prima. O joncțiune servește ca generator, iar cealaltă ca detector de fononi. Joncțiunea generator este polarizată la tensiunea $qV \geqslant 2\Delta$ și joncțiunea detector la $qV < 2\Delta$. Fononii de energie 2Δ generați de prima joncțiune pe baza procesului descris în figura 8.6*c* se propagă prin bara de safir și sînt absorbiți în joncțiune detector unde produc disocierea perechilor, ducînd la apariția unui extracurent, așa cum s-a arătat în figura 8.6*a*. Tunelarea cu absorbția fononilor (fig. 8.6*b*) poate fi folosită pentru detecția undelor acustice. Aceasta se manifestă prin apariția treptelor de curent la tensiuni $qV = 2\Delta - n\hbar\omega$ [15]. Fenomenul este asemănător cu cel arătat în figura 9.7 pentru absorbție de fotoni. S-a sugerat că o joncțiune tunel formată din Pb (masiv)-oxid de Pb—Pb (strat subțire) poate fi folosită pentru detectarea de particule (de exemplu particule α și raze γ) [16].

Mecanismul de detecție implică disocierea perechilor și tunelarea electronilor rezultați, ceea ce duce la apariția unui curent adițional. În încheierea acestui paragraf vom da expresia curentului în cazul participării fotonilor și apoi în cazul participării fononilor. Existența unui cîmp de microunde înseamnă adăugarea la energia unui electron în supraconductor a energiei electrostatice $qV_{rf}\cos\omega t$, și prin urmare Hamiltonianul care descrie mișcarea electronului are forma $H = H_0 + qV_{rf}\cos\omega t$, unde H_0 este hamiltonianul neperturbat (în absența cîmpului de microunde). Funcția de undă care descrie mișcarea electronului în această situație este de forma

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = \Psi_0(\boldsymbol{r}, t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp(-in\,\omega t), \tag{8.17}$$

unde

$$\Psi_0(\boldsymbol{r}, t) = f(\boldsymbol{r}) \exp(-iEt/\hbar), \tag{8.18}$$

este funcția de undă neperturbată. Dacă introducem relația (8.17) în ecuația Schrödinger

$$H\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \tag{8.19}$$

găsim

$$2n\,C_n = \frac{qV_{rf}}{\hbar\omega}[C_{n+1} + C_{n-1}], \tag{8.20}$$

unde $C_n = J_n(\alpha)$, J_n fiind funcția Bessel de ordinul n iar, $\alpha = qV_{rf}/\hbar\omega$. Putem scrie prin urmare funcția de undă (ec. (8.17)) în forma

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = f(\boldsymbol{r}) \exp(-iEt/\hbar) \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\alpha) \exp(-in\omega t). \tag{8.21}$$

Se observă că în prezența cîmpului de microunde funcția de undă are componente cu energii

$$E,\ E \pm \hbar\omega,\ E \pm 2\hbar\omega,\ \ldots \tag{8.22}$$

Prin urmare, dacă în absența cîmpului de microunde un electron cu energia E în supraconductorul 1 nu poate tunela în supraconductorul 2 decît pe o stare de aceeași energie, în prezența cîmpului de microunde el poate tunela în supraconductorul 2 pe stări de energie E, $E \pm \hbar\omega$, $E \pm \pm 2\hbar\omega$ etc. Rezultă că în prezența cîmpului de microunde vom scrie densitatea de stări în supraconductorul 2 sub forma

$$N_2(E) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} N_{20}(E + n\hbar\omega) J_n^2(\alpha), \tag{8.23}$$

unde $N_{20}(E)$ este densitatea de stări neperturbată din supraconductorul 2 dată de ecuația (8.4). Introducînd ecuația (8.23) în expresia generală a curentului (8.1) rezultă

$$j = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\alpha) \int_{-\infty}^{\infty} N_1(E - qV)\, N_{20}(E + n\hbar\omega)\,[f(E - qV) -$$

$$- f(E + n\hbar\omega)]\,dE = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\alpha) j_0(qV + n\hbar\omega), \tag{8.24}$$

unde $j_0\,(qV)$ este curentul tunel în absența cîmpului de microunde (ec. (8.10)). Cînd $\hbar\omega \to 0$, expresia de mai sus se reduce la

$$j = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} j_0(V + V_{rf}\sin\omega t)\,\mathrm{d}(\omega t). \tag{8.25}$$

În cazul tunelării cu participarea fononilor, ecuația (8.24) este de asemenea valabilă însă α este dat de relația

$$\alpha = \frac{C_1 s_1 - C_2 s_2}{\hbar\omega}, \tag{8.26}$$

unde C este constanta potențialului de deformație și $s_{1,2}$ este deformația acustică. Relația (8.26) arată că diferența de potențial, de care depinde α, este captată de fononii care cad pe joncțiune și relația este valabilă la deformații mici unde se poate scrie $qV = Cs$. Amintim că o undă acustică influențează distanța dintre atomii rețelei schimbînd structura locală a benzilor energetice și conducînd la apariția unui potențial care se numește potențial de deformație [17] (a se vedea cap. IX). Luînd primii trei termeni $n = 0, \pm 1$, din ecuația (8.24) și folosind dezvoltările în serie ale funcțiilor Bessel

$$J_0^2(\alpha) \simeq 1 - \frac{\alpha^2}{2}\ ;\ J_1^2(\alpha) \simeq J_{-1}^2(\alpha) \simeq \frac{\alpha^2}{4},$$

găsim pentru curentul exces datorat fononilor expresia

$$\Delta j = j - j_0 = \frac{\alpha_f^2}{4}\,[j_0(qV + \hbar\omega) + j_0(qV - \hbar\omega) - 2j_0(qV)]. \tag{8.27}$$

Dezvoltînd după puterile lui $\hbar\omega$ rezultă

$$\Delta j \simeq \frac{(\alpha_f \hbar\omega)^2}{4}\left[\frac{\mathrm{d}^2 j_0}{\mathrm{d}V^2} + \frac{(\hbar\omega)^2}{12}\frac{\mathrm{d}^4 j_0}{\mathrm{d}V^4}\right]. \tag{8.28}$$

Comparația cu experiența a arătat o bună concordanță. Un exemplu se vede pe figura 8.9 pentru $Al-Al_2O_3-Pb$ în prezența fononilor longitudinali (injectați) de 8,63 GHz (luînd în considerare numai primul termen din ecuația (8.28)).

Concordanța slabă între teorie și experiență, obținută pentru joncțiunile Pb—I—Pb, se datorează faptului că în afară de fononii injectați un mare rol îl au în tunelare fononii termici [18].

Amintim, de asemenea, că Tomasch [19] a măsurat caracteristica $I-V$ pentru o serie de structuri $Al-I-S$ (S fiind pe rînd Pb, In sau Sn) și a observat că trasînd $\mathrm{d}^2V/\mathrm{d}I^2$ funcție de V apar pe curbă o serie de picuri aproape echidistante ca și cînd ar fi vorba de tunelarea cu participarea fotonilor sau fononilor. Experiențele nu au fost efectuate nici în cîmp de radiație și nici nu au fost injectați fononi.

Rezultatul se observă numai pentru straturi S groase (2,5—30 μm) și nu pentru straturi subțiri ($\sim$0,1 μm). Fenomenul se datorează unei

rezonanţe geometrice şi se mai numeşte şi efectul Tomasch [20]; el are loc numai în supraconductorii în care drumul liber mijlociu al electronilor este de ordinul μm. Un exemplu de efect Tomasch este reprezentat pe figura 8.10, pentru Al—I—Pb în care stratul de Pb este gros (4,3μm).

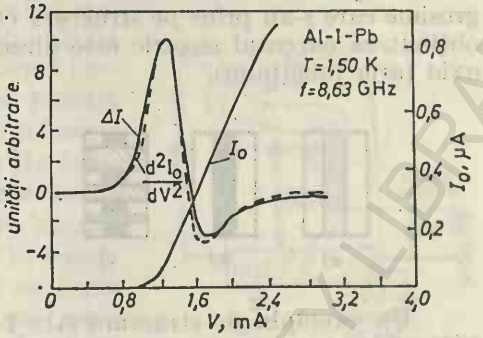


Fig. 8.9. — Caracteristica $I - V$ a joncţiunii Al—I—Pb în absenţa injecţiei fononilor şi comparaţia între ΔI măsurat şi derivata a doua a curentului (teoretică).

S-a observat că distanţa dintre picurile care apar pe curba d^2V/dI^2 funcţie de V este aproximativ invers proporţională cu grosimea stratului. Rezonanţa geometrică Tomasch a fost explicată teoretic [21] pe baza stabilirii, în stratul supraconductor gros, de unde electronice microscopice staţionare care rezultă din compunerea coerentă a stărilor degenerate (stările de excitaţie ale stărilor de bază BCS diferă de cele corespunzătoare

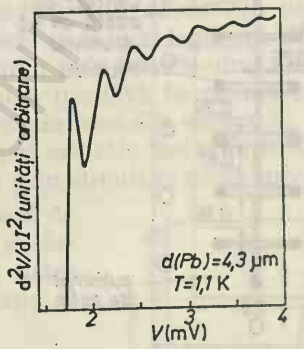


Fig. 8.10. — Dependenţa de tensiune a derivatei a doua a curentului găsită de Tomasch pentru structuri groase.

stării normale prin aceea că există degenerare dublă a energiei după vectorul de undă k). Din studiile de rezonanţă geometrică a tunelării se poate determina experimental $E(k)$ şi v_F (viteza electronilor la suprafaţa Fermi); de asemenea, pot furniza informaţii asupra fenomenelor de contact legate de efectul de vecinătate.

8.1.3. Realizarea experimentală a structurilor tunel

Prepararea joncţiunilor tunel cu supraconductoare se face în acelaşi fel ca şi pentru structurile tunel cu metale normale. Metoda cea mai des folosită constă în depunerea în vid a metalelor şi în realizarea stratului izolator prin oxidarea metalului în aer. Se fac de obicei mai multe benzi încrucişate pentru a se obţine mai multe joncţiuni deodată. De exemplu pentru realizarea joncţiunilor Al—I—Al s-a evaporat pe o bucată de sticlă o fişie largă de 2,4 mm (fig. 8.11 *a*) şi groasă de cîteva zeci de

milimetri din aluminiu pur (99,999%) apoi s-a oxidat stratul depus, în aer sau în atmosferă de oxigen (obținîndu-se un strat de oxid de cîțiva mm) și, în sfîrșit, s-au depus mai multe fișii perpendiculare pe prima (fig. 8.11c) cu lărgime cuprinsă între 0,4 și 2 μm. Contactele electrice s-au făcut cu ajutorul unor conductori de aluminiu sub formă de foiță de 0,05 mm grosime care s-au prins pe structură cu ajutorul unei paste de argint. S-a obținut că curentul electric este direct proporțional cu aria stratului de oxid (aria joncțiunii).

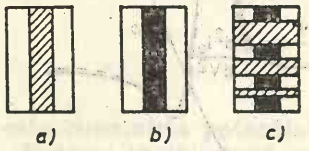


Fig. 8.11. — Preparare joncțiunii.

Un exemplu de structură Al—I—Pb este prezentat pe figura 8.12 [22] unde sînt arătate și contactele electrice; dimensiunile sînt date în inch (1 inch = 2,54 cm). Grosimile straturilor de Al și de Pb sînt de 2 000Å fiecare. La ambele capete ale fiecărui strat se atașează contacte electrice (conductori de Al lipiți cu pastă de argint), astfel încît fiecare joncțiune (pe fig. 8.12 sînt 5 joncțiuni) are patru terminale: două terminale (unul de Al și altul de Pb) se folosesc pentru curentul electric, iar celelalte două pentru tensiune (atunci cînd se trasează caracteristica $I-V$). Este bine ca joncțiunile realizate prin această metodă să fie păstrate la temperatura azotului lichid. Astfel, dacă joncțiunea stă la temperatura camerei se deteriorează datorită faptului că moleculele de oxigen absorbite la suprafață difuzează în metal și reacționează cu el (energia termică kT la temperatura camerei este suficientă pentru susținerea acestui proces). Același mecanism cauzează deteriorarea stratului de oxid dacă joncțiunea este păstrată timp îndelungat la temperatura camerei. De asemenea, joncțiunea se deteriorează datorită migrării ionilor în timpul funcționării joncțiunii la cîmp electric intens.

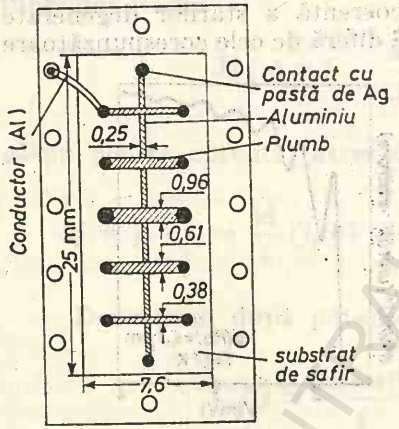


Fig. 8.12. — O structură cu cinci joncțiuni Al—I—Pb.

O metodă de realizare a structurilor tunel (a stratului de oxid) cu rezultate mai bune este metoda numită anodizare gazoasă sau descărcare luminescentă [23] pe care o vom descrie în cele ce urmează. Procesul are loc în vid de 10^{-6} mm Hg realizat cu ajutorul unei pompe de vid preliminar și a unei pompe de difuzie cu ulei. Se folosesc două capcane de azot lichid: una între pompa de difuzie și clopotul de descărcare (în care se prepară structura), iar cealaltă pătrunde în clopot. Schema instalației experimentale se vede pe figura 8.13.

În vidul de 10^{-6} mm Hg se depune pe o plăcuță de sticlă ordinară un strat de aluminiu de 1 000Å prin evaporarea unei încărcături de alumi-

niu de puritate 99,99%, folosindu-se o mască adecvată (se depun mai multe fişii, aşa cum se vede în partea de jos a figurii 8.13).

După ce se face această evaporare se închide supapa care face legătura cu instalaţia de vid şi în clopot se introduce oxigen pînă se atinge presiunea de $5 \cdot 10^{-2}$ mm Hg. În acest moment se declanşează descărcarea luminescentă prin aplicarea unui potenţial negativ de sute sau o mie de volţi la un inel de aluminiu pur montat în clopot; celălalt electrod, legat la masă, este plăcuţa de la bază, metalizată (în fişii). Se foloseşte în mod obişnuit presiunea de 50 mm Hg deoarece la această presiune apare un maxim în curentul de anodizare şi procesul are loc mai rapid; menţionăm că un alt maxim în curentul de anodizare are loc la presiunea de 1 mm Hg şi la această presiune situaţia este similară ca la presiunea de 50 mm Hg. În continuare se adoptă una din următoarele două căi. Dacă dorim un strat de oxid relativ subţire menţinem descărcarea luminescentă de la cîteva secunde la cîteva zeci de minute apoi o întrerupem, deschidem supapa (un robinet) de vid şi realizăm din nou presiunea de 10^{-6} mm Hg. În aceste condiţii depunem prin evaporare un al doilea metal sub formă de fişie, în cruce faţă de primele fişii care au fost deja oxidate la suprafaţă.

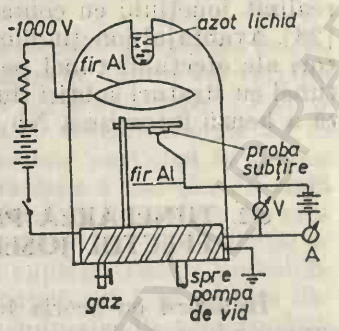


Fig. 8.13. — Instalaţia experimentală pentru anodizare gazoasă.

Dacă dorim un strat de oxid mai gros se face o legătură directă la stratul de aluminiu de la o probă de aluminiu prin intermediul unui fir de aluminiu care este legat la o tensiune mică pozitivă în raport cu placa legată la pămînt (fig. 8.13); firul de aluminiu iese din clopot în exterior la sursa de tensiune, orificiul de trecere fiind ermetic izolat faţă de atmosferă. Cînd se face legătura trece un curent prin circuit şi acest curent scade în timp, în mod similar ca într-o baie apoasă de anodizare. Cînd curentul scade la zero, desfacem legătura, se întrerupe descărcarea şi sistemul este din nou vidat pentru a se depune al doilea electrod metalic, ca mai sus.

Grosimea stratului de oxid s-a determinat din măsurarea capacităţii structurii metal-oxid-metal. Grosimea stratului de oxid evaluată din compararea curentului tunel obţinut experimental cu valoarea sa teoretică, funcţie de timpul de menţinere a descărcării luminescente se vede pe figura 8.14 (pentru cazul stratului de oxid, subţire).

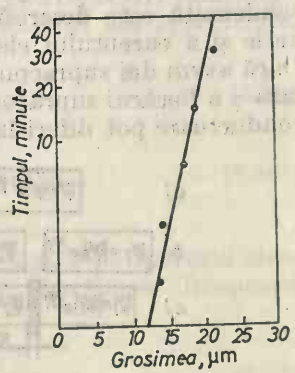


Fig. 8.14. — Grosimea stratului de oxid funcţie de timp în cazul anodizării gazoase.

Procesul de oxidare în timpul descărcării luminescente este discutat [24] în cazul realizării structurilor plumb-oxid de plumb-plumb. S-au folosit şi straturi de oxid ale unui metal diferit de metalul din structură, ca de exemplu în realizarea structurilor Pb—I—Pb şi Sn—I—Pb, oxidul de aluminiu [25]. S-au folosit, de asemenea, bariere semiconductoare

(adică în locul stratului izolator s-a pus un semiconductor), ca de exemplu Ge, CdS, ZnS, C [26], și s-a ajuns la concluzia că semiconductorul cu care se realizează barierele cele mai stabile (în timp) este carbonul care s-a depus în straturi, de grosime 9—27 mm, prin sublimarea dintr-un contact punctual dintre două bare de cărbune, unde se degajă o mare cantitate de căldură prin trecerea unui curent electric între cele două bare. S-au mai realizat joncțiuni cu contact punctiform [27] și cu contact sub presiune [28]. Avantajul joncțiunilor cu contact punctiform este că permit măsurători ale efectului tunel pe materiale cu care nu se pot realiza structuri tunel cu straturi subțiri (în astfel de joncțiuni s-a măsurat valoarea corectă a benzii interzise a Nb_3 Sn).

8.2. TUNELAREA PERECHILOR DE ELECTRONI. EFECTUL JOSEPHSON

În acord cu teoria lui Bardeen, Cooper și Schrieffer [29] într-un supraconductor electronii sînt împerecheați și toate perechile de electroni, numite perechi Cooper [9] sînt coerente în fază. Aceasta înseamnă că spre deosebire de electronii din metalul normal care suferă împrăștieri însoțite de o schimbare puternică a fazei (și prin urmare pot avea coerență de fază numai pe o distanță foarte scurtă) perechile nu suferă astfel de împrăștieri întîmplătoare și coerența în fază se întinde pe o distanță indefinit de mare. Perechile se află într-o stare condensată care poate fi descrisă printr-o singură funcție de undă macroscopică $\Psi(r,t) = |\Psi(r,t)| \exp [i\varphi(r,t)]$. Densitatea perechilor într-un supraconductor este dată de $|\Psi(r,t)^2|$ și faza stării condensate de $\varphi(r,t)$. Întreaga stare condensată este descrisă de această funcție de undă $\Psi(r,t)$; $\varphi(r,t)$ nu este numai faza unei singure perechi ci a tuturor perechilor, fiind prin urmare o observabilă fizică.

Figuia 8.15*a* reprezintă un supraconductor masiv în care starea condensată este descrisă de funcția $\Psi(r,t)$. În absența cîmpului magnetic și a curentului electric faza φ a funcției de undă este constantă. Dacă avem doi supraconductori complet izolați unul de altul putem varia faza φ a fiecărui supraconductor separat, astfel că fazele celor două supraconductoare pot diferi între ele (fig. 8. 15*b*).

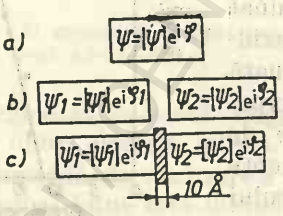


Fig. 8.15. — Funcția de undă a perechilor de electroni într-un supraconductor masiv (*a*), două supraconductoare izolate (*b*) și două supraconductoare separate printr-o barieră (*c*).

Considerăm acum două supraconductoare separate printr-o barieră izolatoare (fig. 8.15*c*); cu reducerea grosimii acesteia la zero proprietățile sistemului variază continuu de la cele a două supraconductoare izolate la cele ale unui singur supraconductor. Există o energie de cuplaj a celor două părți [30] care crește cu micșorarea grosimii barierei și îndată ce această energie depășește energia fluctuațiilor termice a sistemului, cele două supraconductoare devin cuplate în fază. Dacă acest cuplaj este finit,

dar foarte slab are loc efectul descris pentru prima dată de Josephson. De exemplu, este posibil acum ca perechile Cooper să tuneleze prin barieră dintr-un supraconductor în altul și să treacă astfel, prin structură, un supracurent. Pentru aceasta trebuie ca stratul izolator care separă cele două supraconductoare să fie suficient de subțire (~ 10Å) astfel încît să apară o corelație între perechile Cooper din cele două părți ale joncțiunii (fig. 8.15*c*).

Vom prezenta întîi rezultatele teoriei macroscopice și apoi ale teoriei microscopice ale efectului Josephson. Este cunoscut faptul că variația în timp a funcției de undă este dată de ecuația lui Schrödinger $\partial\Psi/\partial t = (-i/\hbar)E\Psi$. Deoarece perechile de electroni au aceeași energie 2μ (μ este potențialul chimic), și deoarece toate perechile participă în același fel în orice proces (coerența în fază), rata de variație a funcției de undă care descrie starea condensată (de perechi) trebuie să fie aceeași cu rata de variație a funcției care descrie o singură pereche, adică $\partial\Psi/\partial t = 2(-i/\hbar)\mu\Psi$. Cînd cei doi supraconductori sînt cuplați există o probabilitate oarecare ca funcția de undă din supraconductorul 1 să varieze datorită trecerii unui electron din acest supraconductor în supraconductorul 2 prin tunelare sau alt proces și viceversa. Matematic acest lucru poate fi scris astfel

$$\frac{\partial\Psi_1}{\partial t} = (-i/\hbar)[2\mu_1\Psi_1 + \xi\Psi_2],$$
$$\frac{\partial\Psi_2}{\partial t} = (-i/\hbar)[2\mu_2\Psi_2 + \xi\Psi_1], \tag{8.29}$$

unde μ_1 și μ_2 sînt potențialele chimice ale celor două supraconductoare iar ξ este o constantă de cuplaj. Densitatea perechilor Cooper este $\rho = |\Psi|^2$, astfel că putem scrie $\Psi = \sqrt{\rho}\exp(i\Phi)$. Înlocuind această funcție în ecuația (8.29) și egalînd între ele părțile reale și, respectiv, imaginare se obține în presupunerea $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ (ceea ce de fapt am reprezentat în fig. 8.15*c*)

$$\dot{\rho} = (2\xi/\hbar)\sin\Phi, \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Phi) = 2(\mu_1 - \mu_2)/\hbar\,;\ \Phi = \Phi_1 - \Phi_2. \tag{8.30'}$$

Variația în timp a densității de sarcină este legată de curentul electric prin ecuația de continuitate, astfel încît prin joncțiunea Josephson curge un curent

$$I = I_0\sin\Phi,\ I_0 = \frac{2\xi\rho}{\hbar}. \tag{8.31}$$

Necunoscută este numai valoarea lui ξ; este de așteptat ca ea să depindă de proprietățile celor două supraconductoare și de grosimea stratului izolator. Ecuațiile (8.30′) și (8.31) se numesc ecuații de constituție ale efectului Josephson. I_0 este curentul maxim pe care-l poate susține bariera, iar $\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$ este diferența de fază între cele două supra-

conductoare (fig. 8.16). Caracteristica $I-V$ a joncțiunii Josephson se vede pe figura 8.17.

Pentru valorile lui $I<I_0$ curentul curge ca un supracurent continuu și nu apare nici o cădere de tensiune pe joncțiune (ceea ce este caracteristic unui supracurent). Acesta este efectul Josephson în curent continuu. Diferența de fază, Φ, care există între cele două supraconductoare este

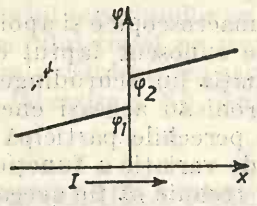


Fig. 8.16. — Diferența de fază în joncțiunea Josephson prin care curge un curent electric.

determinată de curentul I care trece prin joncțiune, așa cum rezultă din ecuația (8.6). Noi alimentăm în general o joncțiune supraconductoare de la o sursă de curent astfel că mărind curentul în circuit, cînd acesta atinge valoarea I_0 diferența de fază devine egală cu $\pi/2$. Peste valoarea I_0 joncțiunea nu mai poate susține un supracurent. În accepțiunea că stratul

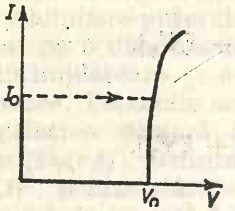


Fig. 8.17. — Caracteristica $I-V$ a joncțiunii Josephson.

izolator devine supraconductor slab (datorită efectului de vecinătate), I_0 ar fi valoarea curentului care ar distruge supraconductibilitatea lui (la fel ca în supraconductorul singular) (I_0 se numește curent critic). Așa cum se observă pe caracteristica $I-V$ (fig. 8.17), de la valoarea I_0 curentul sare pe curba de tunelare uniparticulă la tensiunea finită V_0 egală cu raportul dintre suma benzilor interzise ale celor două supraconductoare și sarcina electronului. Supracurentul continuu curge pentru aceeași valoare a potențialelor chimice (nivelelor Fermi) ale celor două supraconductoare. Prin urmare, conform ecuațiilor (8.30′) și (8.31) dacă se stabilește o diferență de energie între potențialele chimice ale celor două supraconductoare, apare prin joncțiune un supracurent alternativ. Știm că între două puncte curge un curent alternativ atunci cînd o sarcină se deplasează alternativ într-un sens și invers între aceste puncte ca într-un conductor, sau, numai, sarcinile celor două puncte își schimbă alternativ semnul, ca într-un condensator. Între aceste două puncte cîmpul își schimbă alternativ semnul. Însă pe joncțiunea Josephson nu se stabilește din exterior un cîmp electric variabil în timp ci o diferență de potențial V de la o sursă de curent continuu astfel că $\Delta\mu = \mu_1 - \mu_2 = qV$. Amintim că $\Delta\mu$ în afară de potențialul electrostatic mai poate conține și contribuția altor surse ca efectul Bernoulli, gradient de temperatură, tensiune mecanică; de aceea noi vorbim în general de diferență între potențialele chimice și nu de diferența de potențial electrostatic pe joncțiune. Pentru a arăta cum apare curentul alternativ în joncțiunea Josephson pe figura 8.18*a* este reprezentată joncțiunea la o tensiune finită V cînd există o diferență de

potențial chimic $\Delta\mu < \Delta_1 + \Delta_2$ (Δ_1 și Δ_2 sînt benzile interzise ale celor două supraconductoare), astfel că tunelarea uniparticulă să fie neglijabilă. Este posibil ca perechile să tuneleze de la stînga la dreapta, fiecare pereche emițînd un foton de energie $h\nu = 2\Delta\mu$ și în acest caz ar curge un supracurent continuu. Dar lucrurile nu stau chiar așa pentru că supracurentul continuu ar presupune $\Delta\mu = 0$. Dacă o pereche a trecut de la stînga la dreapta emițînd un foton $h\nu$ acest foton poate fi absorbit de o pereche care să treacă de la dreapta la stînga (fig. 8.18*b*). Dar dacă trec permanent dintr-o parte în alta perechi în număr egal, nu poate fi vorba de un curent. Aici intervine faptul că procesele au loc cu emisie și absorbție de cuante de energie. Dacă o particulă trecînd de la stînga la dreapta și-ar pierde energia în mod continuu și cea trecînd în sens invers ar cîștiga în mod

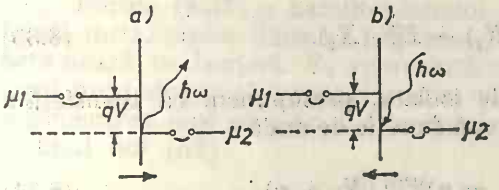


Fig. 8.18. — Tunelarea perechilor se poate face numai cu emisie (*a*) sau absorbție (*b*) de fotoni de energie $\hbar\omega = qV$.

continuu energia pierdută de prima, ele ar ajunge într-o parte și în cealaltă în același timp și sistemul nu ar suferi nici o schimbare. Să ne amintim de ce lungimea de coerență ξ într-un supraconductor este de ordinul 10^{-4}cm în timp ce interacția electron-fonon are loc pe o distanță scurtă, de ordinul distanței interatomice (10^{-8} cm) : pentru că un electron venind de la distanța $v_F/\omega = 10^{-5}$ cm (unde ω este frecvența fononilor optici și v_F este viteza electronilor la suprafața Fermi) poate încă să simtă perturbația produsă de perechea sa. Tot astfel credem că se întîmplă lucrurile și aici. Perechea din dreapta poate să absoarbă fotonul emis de perechea din stînga după un timp τ și deci ea să treacă de la dreapta la stînga mai tîrziu cu timpul τ decît perechea care a trecut de la stînga la dreapta. Prin urmare, curentul trece un timp τ de la dreapta la stînga și un timp τ de la stînga la dreapta ș.a.m.d. Aceasta înseamnă de fapt un curent alternativ de frecvență $\nu = 2qV/h \approx 500$ MHz/μV. Prin urmare, există un supracurent la tensiune finită, însă acesta este alternativ, de frecvență foarte mare și curentul continuu (media supracurentului alternativ) este zero (fig. 8.17) pentru $qV < \Delta_1 + \Delta_2$. Conchidem că efectul Josephson în curent alternativ se datorează naturii întîrziate a interacțiunii cu schimb de fotoni dintre perechile de cele două părți ale joncțiunii. S-ar putea ca acest fenomen să nu se petreacă așa cum credem noi, însă aceasta poate fi o cale de înțelegere a lui. Așa cum vom vedea în paragraful 8.6, se poate pune în evidență efectul Josephson în curent alternativ stimulînd trecerea perechilor dintr-o parte în alta într-un număr mai mare decît în sensul invers, obținînd astfel un supracurent continuu net în care apar trepte la tensiunile $V = h\nu/2q$.

8.3. TEORIA MICROSCOPICĂ A EFECTULUI JOSEPHSON

Teoria microscopică a efectului Josephson a fost dată de însuși Josephson [31] și dezvoltată de Anderson [32]. Există, de asemenea, o serie de articole monografice excelente asupra efectului Josephson [2, 33—35].

Vom urma în expunerea noastră pe Anderson. Considerăm întîi două supraconductoare izolate, care nu interacţionează unul cu altul. Notăm cu N_1 numărul de perechi din supraconductorul 1 şi cu N_2 numărul de perechi din supraconductorul 2, iar cu $\Psi_0^{(1)}$ şi $\Psi_0^{(2)}$ funcţiile de undă care se folosesc pentru descrierea stării condensate (de perechi) a supraconductorului 1 şi, respectiv, 2. Hamiltonianul $\mathcal{H}_0$ al stării de bază a sistemului are funcţiile proprii de forma

$$\Psi_0 = A\Psi_0^{(1)}(N_1)\Psi_0^{(2)}(N_2), \tag{8.32}$$

adică un produs antisimetric al stărilor de bază al fiecărui supraconductor în parte. Energia corespunzătoare sistemului este egală cu suma energiilor stărilor de bază ale celor două supraconductoare

$$E = E_0^{(1)}(N_1) + E_0^{(2)}(N_2). \tag{8.33}$$

Menţinînd supraconductoarele izolate, presupunem că transferăm n perechi din 1 în 2 şi obţinem o nouă funcţie de undă

$$\Psi_n = A\Psi_0^{(1)}(N_1 - n)\Psi_0^{(2)}(N_2 + n), \tag{8.34}$$

şi energia corespunzătoare

$$E_n = E_0^{(1)}(N_1 - n) + E_0^{(2)}(N_2 + n) + (2q)^2n^2/2C, \tag{8.35}$$

unde C este capacitatea între cele două supraconductoare. Ecuaţia (8.35) poate fi scrisă

$$E_n = E_0^{(1)}(N_1) + E_0^{(2)}(N_2) + 2qn(\mu_1 - \mu_2) + (2q)^2n^2/2C, \tag{8.36}$$

unde $E_0^{(1)}(N_1)$ şi $E_0^{(2)}(N_2)$ sînt energiile supraconductoarelor neutre (fără transfer de perechi) iar μ_1 şi μ_2 sînt potenţialele chimice corespunzătoare. Dacă presupunem $\mu_1 = \mu_2$, adică nu se cheltuieşte nici un lucru mecanic pentru transferarea unei perechi din 1 în 2 şi neglijăm termenul capacitiv (electrostatic) care este mic, rezultă $E_n = E_0$, adică funcţiile de undă $\Psi_n (n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ sînt degenerate în raport cu Ψ_0. Dacă unim cele două supraconductoare va exista o oarecare coerenţă în fază între ele. Energia asociată cu această coerenţă ridică degenerarea şi reprezintă energia de cuplaj a joncţiunii, pe care o vom calcula pe scurt. Considerînd că cele două supraconductoare sînt separate între ele printr-o barieră izolatoare subţire, putem reprezenta joncţiunea prin perechi de electroni situate într-o groapă de potenţial în fiecare supraconductor, cu bariere înalte de fiecare parte. Funcţia de undă a perechii care se apropie de barieră în supraconductorul 1 scade exponenţial prin barieră şi se propagă (atenuată) prin supraconductorul 2. Acesta este un caz de tunelare printr-o barieră de potenţial unidimensională (studiat în cap. VI) cu deosebirea că de astă dată în loc de electroni avem de-a face cu perechi de electroni. Acest proces de tunelare, care se realizează cu o probabilitate foarte mică, poate fi reprezentat printr-un hamiltonian, $\mathcal{H}^{(2)}$, care îndepărtează o pereche din supraconductorul 1 şi o injectează în supraconductorul 2. Vom adopta în legătură cu această problemă punctul de vedere al lui Ferrell şi Prange [36] şi vom trata problema folosind teoria perturbaţiilor pentru starea degenerată.

Se presupune că interacțiunea tunel este descrisă de hamiltonianul

$$\mathcal{H}_T = \sum_{kq} T_{kq} (C^+_{k\uparrow} C_{q\uparrow} + C^+_{q\downarrow} C_{k\downarrow}) + \text{Conjugatul hermitic}, \quad (8.37)$$

care se referă la tunelarea unui singur electron prin barieră. Operatorul $C^+_{k\uparrow}$ creează un electron în starea k cu spin $\uparrow$ în supraconductorul 2 și $C_{q\uparrow}$ distruge un electron în starea q cu spin $\uparrow$ în supraconductorul 1. T_{kq} este elementul de matrice al tunelării și din presupunerea că $\mathcal{H}_T$ are simetrie la inversie în timp, rezultă

$$T_{kq} = T_{k\uparrow q\uparrow} = T_{-q\downarrow -k\downarrow}.$$

Forma (8.37) a hamiltonianului presupune că electronii sînt transferați instantaneu dintr-un supraconductor în altul și că ei nu interacționează în barieră. $\mathcal{H}_T$ reprezintă tunelarea uniparticulă (adică transferul unui singur electron) și pentru a obține tunelarea perechii și a ridica degenerarea este necesar să folosim elementul de matrice al interacției de ordinul doi [37]

$$\mathcal{H}^{(2)} = \mathcal{H}_T (E_0 - \mathcal{H}_0)^{-1} \mathcal{H}_T, \quad (8.38)$$

unde $\mathcal{H}_0$ este hamiltonianul sistemului neperturbat, adică atunci cînd cei doi supraconductori nu interacționează între ei (nu are loc tunelarea); noi considerăm tunelarea ca o perturbație a sistemului. Hamiltonianul total al sistemului este

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}^{(2)}, \quad (8.39)$$

cu funcțiile proprii de forma (care diagonalizează elementul de matrice (ec. 8.38)

$$\Psi_\alpha = \sum_n e^{in\alpha} \Psi_n. \quad (8.40)$$

Energia de cuplaj a joncțiunii (presupunînd că Ψ_α sînt normate corespunzător) este dată de expresia

$$\langle \Psi_\alpha | \mathcal{H}^{(2)} | \Psi_\alpha \rangle = \sum_n \sum_{n'} \langle e^{in'\alpha} \Psi_{n'} | \mathcal{H}^{(2)} | e^{in\alpha} \Psi_n \rangle. \quad (8.41)$$

Ne concentrăm numai asupra stărilor pentru care n diferă cu o unitate. Această aproximație este echivalentă cu a considera suprapunerea între atomii imediat vecini în modelul teoriei benzilor energetice în corpul solid [17]. Prin aceasta ecuația de mai sus se reduce la

$$\sum_n [\langle \Psi_{n+1} | H^{(2)} | \Psi_n \rangle e^{-i\alpha} + \langle \Psi_{n-1} | \mathcal{H}^{(2)} | \Psi_n \rangle e^{i\alpha}] = -2M \cos\alpha, \quad (8.42)$$

unde M este elementul de matrice al transferului de perechi și se presupune real. Energia $E = -2M \cos\alpha$ care se mai scrie $E = -E_1 \cos\alpha$, reprezintă energia de legătură sau de „condensare" asociată cu combinația liniară coerentă în fază dată de ecuația (8.40) (Combinația liniară a stărilor Ψ_n care diagonalizează ecuația (8.41) formează starea de coerență

în fază asociată cu efectul Josephson). Deoarece $\cos\alpha$ poate varia între 1 și -1, stările, care inițial erau degenerate, se despică într-o bandă de lărgime $2E_1$ cu starea de energie cea mai joasă avînd $\alpha = 0 \bmod 2\pi$. Stările energetice corespunzătoare hamiltonianului (8.39) cu funcțiile proprii (8.40) sînt $E = E_0 - E_1(1 + \cos\alpha)$. Să vedem cine este α din relațiile de mai sus. Presupunem că schimbăm faza perechilor dintr-un supraconductor în raport cu faza perechilor din celălalt supraconductor cu valoarea α_0. În acest caz Ψ_n se va transforma în $\Psi_n \exp(in\alpha_0)$ și din ecuația (8.40) rezultă că Ψ_α devine $\Psi_{\alpha+\alpha_0}$. Prin urmare α reprezintă diferența de fază pe joncțiune (între cele două supraconductoare), pe care mai înainte am notat-o cu φ. Cînd această diferență de fază este zero (mod 2π), perechile dintr-un supraconductor se „potrivesc" în celălalt și energia sistemului scade. Cu creșterea lui φ de la zero la $\pi/2$ energia de legătură descrește pînă la zero datorită interferenței transferului diverselor perechi. Valoarea maximă a energiei de condensare E_1 în cazul cînd cele două supraconductoare sînt identice este dată de expresia

$$E_1 = \pi^2 N^2(0) |T|^2 \Delta, \tag{8.43}$$

unde $N(0)$ este densitatea de stări uniparticulară la suprafața Fermi și $|T|^2$ este un element de matrice al tunelării electronilor, mediat la suprafața Fermi.

În continuare deducem expresia curentului Josephson și relația frecvență-tensiune. Operatorii $\tilde{n}$ și $\tilde{\varphi}$ corespunzînd mărimilor n și φ, care apar în ecuația (8.40) (cu $\varphi = \alpha$), sînt conjugați canonic și statisfac relația de comutare $[\tilde{n}, \tilde{\varphi}] = -i$. Faptul că faza funcției de undă și numărul de electroni sînt variabile conjugate înseamnă invarianța la etalonare, adică invarianța în variația fazei implică conservarea numărului de electroni așa cum invarianța la rotație implică conservarea momentului cinetic. Relația de comutare de mai sus conduce la echivalențele

$$\tilde{n} = -i\frac{\partial}{\partial\tilde{\varphi}}; \qquad \tilde{\varphi} = i\frac{\partial}{\partial\tilde{n}}. \tag{8.44}$$

O demonstrație foarte simplă este următoarea. Considerăm o funcție de undă cu un număr fixat de n particule

$$\Psi = (\Psi_1^+ \Psi_2^+ \ldots \Psi_n^+)\,\Psi_{\text{vid}}. \tag{8.45}$$

Fiecare operator Ψ^+ creează o particulă. Multiplicăm fiecare operator cu un factor de fază și avem

$$\Psi' = (e^{i\varphi}\Psi_1^+)(e^{i\varphi}\Psi_2^+)\ldots\Psi_{\text{vid}} = e^{in\varphi}\Psi,$$

în care introducînd $-i(\partial/\partial\varphi)\Psi = n\Psi$ se obține ecuația (8.44). În cuantificarea a doua φ și n sînt operatorii $\tilde{\varphi}$ și $\tilde{n}$.

Derivatele în raport cu timpul ale lui $\tilde{n}$ și $\tilde{\varphi}$ sînt date de ecuațiile de mișcare ale lui Heisenberg [39]

$$i\hbar\left(\frac{\partial\tilde{n}}{\partial t}\right) = [\tilde{\mathcal{H}}, \tilde{n}] = i(\partial\tilde{\mathcal{H}}/\partial\tilde{\varphi}), \tag{8.46}$$

și

$$i\hbar(\partial\tilde{\varphi}/\partial t) = [\tilde{\mathcal{H}}, \tilde{\varphi}] = i(\partial\tilde{\mathcal{H}}/\partial\tilde{n}), \tag{8.47}$$

unde partea stîngă a fiecărei ecuații a fost obținută permițînd comutatorilor să opereze pe o anumită funcție de stare. În baza Ψ_φ operatorul $\tilde{n}$ se referă la numărul de perechi transferate iar operatorul $\tilde{\varphi}$ la diferența de fază între cei doi supraconductori. Operatorul de curent asociat transferului de perechi este

$$\tilde{I} = 2q\frac{\partial\tilde{n}}{\partial t} = \frac{2q}{\hbar}(\partial\tilde{\mathcal{H}}/\partial\tilde{\varphi}). \tag{8.48}$$

Curentul în joncțiunea Josephson este dat de valoarea medie a acestei expresii

$$I = \langle\Psi_\varphi|\tilde{I}|\Psi_\varphi\rangle = \frac{2q}{\hbar}\frac{\partial}{\partial\varphi}(E_1\cos\varphi) = I_0\sin\varphi, \tag{8.49}$$

cu amplitudinea curentului de perechi

$$I_0 = \frac{2qE_1}{\hbar}. \tag{8.50}$$

Mediind relația (8.47) obținem a doua relație a lui Josephson

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}\left\langle\Psi_\varphi\left|\frac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial t}\right|\Psi_\varphi\right\rangle = \hbar^{-1}\frac{\partial}{\partial n}(E) = \frac{2}{\hbar}\Delta\mu, \tag{8.51}$$

deoarece prin definiție $\partial E/\partial n = 2\Delta\mu$, adică este energia necesară pentru transferul unei perechi Cooper. Vedem din ecuația (8.49) că relația curent-fază depinde de energia de cuplaj a joncțiunii și prin urmare depinde de forma hamiltonianului de tunelare și de detaliile mecanismului de tunelare a perechilor. Pentru joncțiuni cuplate strîns ne-am putea aștepta la o contribuție la curent a termenilor de ordin superior, cum ar fi $\sin 2\varphi$. Vom vedea în pragrafele următoare că în cazul cuplajului slab (joncțiunile Josephson), relația curent-fază (ec. (8.49)) coincide cu rezultatele experimentale. Pe de altă parte, ecuația (8.51) este complet independentă de forma hamiltonianului de tunelare; acesta este un rezultat al faptului că funcția de undă coerentă în supraconductor este dependentă de timp și că această dependență nu este afectată de o formă particulară orecare a funcției de undă. Experimental nu se observă direct cuplajul de fază ci faptul că prin joncțiune curge un curent continuu la tensiune zero, la fel ca într-un supraconductor singular.

Mecanismele care au loc în efectul Josephson sînt analoge cu cele din supraconductorul singular și de aceea Anderson a numit efectul Josephson supraconductibilitatea slabă (mecanismele se desfășoară cu intensitate mai slabă decît în supraconductorul singular).

Pentru trecerea curentului trebuie să introducem în sistem un generator de curent care în mod obișnuit constă dintr-o sursă de tensiune cu

un rezistor mare în serie. Aceasta înseamnă să adăugăm la expresia energiei un termen de sursă E_s dat de (ne referim la valorile medii)

$$\frac{1}{\hbar}\frac{\partial E_s}{\partial \varphi} = \frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{I_{ext}}{2q}; \quad E_s = -\frac{\hbar I_{ext}}{2q}\varphi. \tag{8.52}$$

Astfel energia potențială funcție de φ capătă forma

$$E = E_0 - E_1(1 + \cos\varphi) - \frac{\hbar I_{ext}}{2q}\varphi, \tag{8.53}$$

și echilibrul are loc la

$$E_1 \sin\varphi = \frac{\hbar}{2q} I_{ext}, \quad \frac{\partial E}{\partial \varphi} = 0; \tag{8.54}$$

$$I_{int} = I_{ext} = \frac{2qE_1 \sin\varphi}{\hbar} = I.$$

Astfel, curge un curent cît timp $I < I_0$ chiar la zero absolut. Cînd curentul atinge valoarea critică I_0 apare o cădere de tensiune pe joncțiune, diferența de fază $\varphi = \arcsin(I/I_0)$ devine egală cu $\pi/2$ și energia de cuplaj a joncțiunii $E = E_1 \cos\varphi$ se anulează.

Două efecte pot limita valoarea curentului continuu Josephson: fluctuațiile termice și prezența unui cîmp magnetic (Efectul cîmpului magnetic asupra curentului continuu Josephson îl vom discuta în detaliu într-un paragraf următor). Fluctuațiile termice micșorează energia de cuplaj și amplitudinea I_0 a curentului Josephson iar pentru ca efectul lor să fie neglijabil trebuie ca $E_1 \gg kT$. Aceasta cere ca rezistența joncțiunii tunel să fie mai mică decît aproximativ 1Ω [39].

În mod obișnuit $E_1 = I_0(h/2q) \simeq 10^{-2} \cdot 10^{-15} = 10^{-17}$ jouli.

8.4. DISPOZITIVE EXPERIMENTALE DE CURENT DE PERECHI DE ELECTRONI

Modelele matematice, cele mai multe dintre ele, tratează joncțiunea alcătuită din două supraconductoare separate între ele printr-o barieră izolatoare uniformă și subțire. Această geometrie „ideală" a fost folosită în numeroase experiențe și diferă foarte puțin de cea folosită în studiul tunelării electronilor normali (uniparticulă). În afară de faptul că bariera trebuie făcută mai subțire, pentru multe aplicații practice trebuie ca straturile să fie depuse prin evaporare. Joncțiunea tunel cu straturi subțiri cu barieră de oxid este reprezentată în figura 8.19 pe care sînt reprezentate și alte tipuri de joncțiuni.

În joncțiunile cu straturi subțiri stratul de oxid se prepară fie prin oxidare termică, fie prin descărcare luminescentă (paragraful 8.13 [40]). Se depune un strat de cositor sau de plumb, pe un substrat de sticlă, la presiune joasă, apoi suprafața benzii este oxidată pentru a se obține un strat de oxid de aproximativ 10Å și peste aceasta se evaporă a doua bandă

supraconductoare în unghi drept față de prima. Rezistența unei asemenea joncțiuni măsurată la temperatura camerei, în aranjamentul cu patru terminale (fig. 8.19*a*), este în mod obișnuit în domeniul $10^{-1}\ \Omega$. Joncțiunile între niobiu și plumb au fost fabricate [41] prin depunerea stratului de niobiu prin pulverizare (getter-sputtering) și încălzirea în oxigen pentru

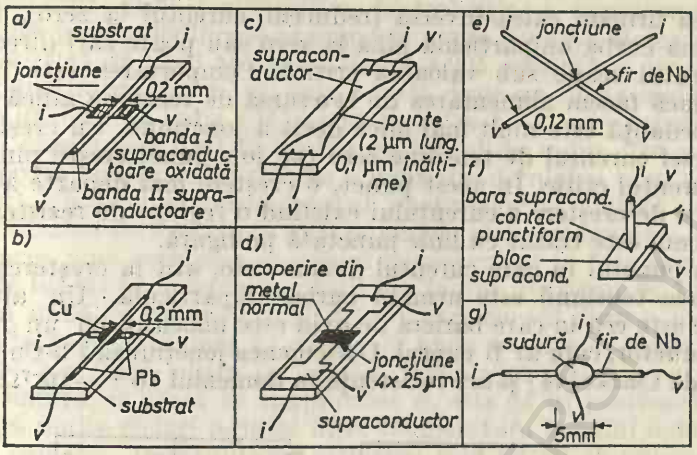


Fig. 8.19. — Tipuri de joncțiuni : *a* — joncțiunea cu straturi subțiri cu barieră de oxid ; *b* — joncțiunea cu straturi subțiri cu barieră metalică ; *c* — punte Dayem ; *d* — punte Notarys-Mercereau ; *e* — legătură slabă cu fire încrucișate ; *f* — joncțiune cu contact punctiform ; *g* — slug.

obținerea barierei de oxid. S-a găsit că conducția unor astfel de dispozitive crește de la 1,1 pînă a 20 ori dacă sînt păstrate cîteva luni la temperatura camerei. Alți autori au fabricat aceste joncțiuni [42] evaporînd niobiu pe un substrat de safir (monocristal).

Pentru oxidarea prin descărcare luminescentă stratul de Nb a fost răcit pînă la 80 K iar după terminarea descărcării sistemul a fost din nou vidat și substratele încălzite pînă la 240 K. Grosimea barierei finale a fost funcție (în afara parametrilor descărcării luminescente) de temperatura la care a fost încălzit substratul și de perioada de încălzire ceea ce arată că stratul de oxid nu s-a format în perioada descărcării ci după depunerea stratului de plumb și, prin urmare, este foarte posibil ca responsabil pentru reacția de formare a oxidului să fie oxigenul absorbit. Joncțiunile realizate prin această tehnică și-au menținut proprietățile și după ce au fost păstrate cîteva luni la temperatura camerei și după repetarea de 400 ori a ciclului termic între temperatura camerei și temperatura azotului lichid [43]. Pentru studierea proprietăților la temperaturi joase joncțiunea a fost introdusă în He lichid a cărei temperatură poate fi variată prin ajustarea presiunii de deasupra lichidului cu ajutorul unei pompe mecanice. Caracteristica I—V la temperaturi joase a joncțiunii Sn-SnO-Sn este redată pe figura 8.20*a*, unde curba continuă la tensiune finită reprezintă caracteristica de tunelare uniparticulă în cazul cînd curentul de tunelare uniparticulă este neglijabil pînă la tensiunea egală cu raportul dintre suma benzilor energetice ale celor doi supraconductori și sarcina electronului. Vom analiza mai întîi cum arată caracteristica $I-V$ atunci cînd folosim ca sursă de alimentare o sursă de curent, adică o sursă a cărei

impedanţă este mult mai mare decît impedanţa joncţiunii. Crescînd curentul de la valoarea zero, pînă la valoarea critică I_0 nu apare nici o cădere de tensiune pe joncţiune.

Cînd curentul atinge valoarea I_0 apare un salt de tensiune (după linia întreruptă) pînă la curba de tunelare uniparticulă. Cu creşterea mai departe a curentului tensiunea urmează această curbă.

Dacă urmăm calea inversă (reducem curentul la zero), tensiunea poate urma curba uniparticulă pînă la zero sau poate sări direct la zero cînd curentul scade sub valoarea critică. Comportarea este întrucîtva diferită dacă facem alimentarea de la o sursă de tensiune, adică o sursă a cărei impedanţă este mult mai mică decît a joncţiunii. Cu creşterea tensiunii sursei curentul de tensiune zero (pe joncţiune) creşte pînă cînd se atinge curentul critic. În acest punct, o creştere mai departe a tensiunii cauzează o descreştere a curentului existînd o regiune de rezistenţă negativă aşa cum este trasat cu linie punctată pe figură.

Din punctul în care curentul devine zero, atît la creşterea cît şi la descreşterea tensiunii este urmată curba uniparticulă. Un alt tip de joncţiune este cea în care bariera de oxid este înlocuită cu un metal nesupraconductor, cum ar fi cuprul. O asemenea joncţiunea Pb-Cu-Pb a fost studiată de Clarke[44] şi are rezistenţa în domeniul 10^{-6} —$10^{-7}\Omega$. În acest

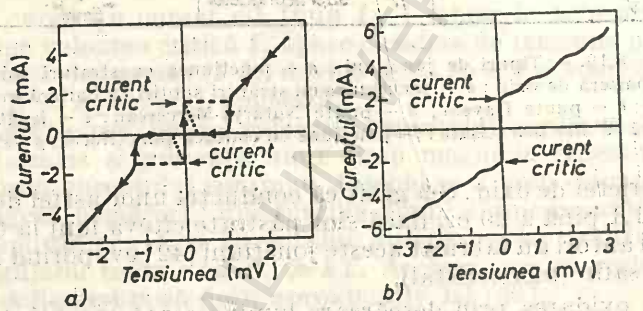


Fig. 8.20 — Caracteristica $I-V$ pentru: *a* — joncţiunea cu strat de oxid, (Sn-SnO-Sn); *b* — legătură slabă (slug).

caz perechile Cooper pot difuza în metalul normal, care va prezenta proprietăţi supraconductoare. Pe de altă parte, prezenţa metalului normal face să se micşoreze densitatea de perechi Cooper în supraconductor în vecinătatea contactului, fenomen cunoscut sub numele de efectul de vecinătate (proximity effect) [45]. S-a observat că curentul într-o asemenea joncţiune ascultă de relaţia Josephson [46—48]. Un alt tip de legătură slabă este o punte supraconductoare, care constă dintr-un supraconductor de secţiune foarte mică ce leagă două supraconductoare masive (fig. 8.19*c*) (se mai numeşte şi punte Dayem, după numele autorului ei [48]. Curentul curge pe aceeaşi cale ca într-un supraconductor masiv şi nu există procese de tunelare. Totuşi, aceste punţi au multe proprietăţi comune cu joncţiunea tunel, de exemplu pot susţine supracurenţi de cîţiva mA şi la curenţi mai mari au o tensiune finită. Caracteristica $I-V$ (fig. 8.20*b*) nu prezintă regiune de rezistenţă negativă şi nici histerezis la tensiune finită.

Relaţia fază-curent nu este sinusoidală, însă la tensiune finită diferenţa de fază este periodică în timp. Curentul critic are o valoare mare în puntea Dayem şi ea poate fi folosită numai în jurul temperaturii de tran-

ziţie, unde curentul critic are cea mai mică valoare (amintim că în acord cu (8.43) şi (8.50) curentul critic creşte cu scăderea temperaturii datorită creşterii benzii interzise). Micşorarea curentului critic s-a realizat prin depunerea peste constricţie (regiunea de secţiune mică) a unui metal normal, care micşorează supraconductibilitatea în punte. Micşorarea curentului critic dă posibilitatea ca puntea să poată fi folosită la temperaturi mai mici decît temperatura de tranziţie a supraconductorului (O asemenea punte modificată se numeşte punte Notarys-Mercereau [45]). O caracteristică de tipul arătat în figura 8.20*b* prezintă şi joncţiunea cu contact punctiform (fig. 8.19*f*) care constă dintr-un fir de niobiu ascuţit presat pe un bloc de indiu [34]. Caracteristica $I-V$ este funcţie de presiunea cu care apasă firul de niobiu pe blocul de indiu. Tot o legătură slabă se poate realiza prin presarea a două fire de niobiu unul peste altul (fig. 8. 19*e*). Un avantaj considerabil al joncţiunilor cu contact punctiform este posibilitatea de a se cupla uşor la undele electromagnetice. De exemplu, cuplarea unei asemenea joncţiuni la o cavitate se face prin presarea unui fir de tantal pe peretele cavităţii din tantal. Pe figura 8. 19*g* se vede o legătură slabă cu sudură („slug") [49], care constă dintr-o picătură de plumb sudată în jurul unui fir de niobiu unde se pare că apar două sau mai multe joncţiuni legate în paralel. Avantajul principal al legăturii slabe cu sudură, în afară de simplitatea ei, este că îşi păstrează proprietăţile după multe cicluri termice între temperatura heliului lichid şi temperatura camerei. Dezavantajul principal este că nu se cunoaşte exact geometria joncţiunii. Din comportarea ei experimentală se pare că apar două joncţiuni între sudură şi fir. Caracteristica $I-V$ arată ca în figura 8.20*b* [50—52].

8.5. EFECTUL JOSEPHSON ÎN CURENT CONTINUU

a. Diferenţa de fază

În prezenţa unui cîmp magnetic, operatorul impuls pentru perechea de electroni este dat de expresia cunoscută $\hat{p} = \{ -i\hbar\nabla + 2q\boldsymbol{A}\}$, unde $\boldsymbol{A}$ este potenţialul vector. Aplicînd acest operator funcţiei de undă a perechilor $\sqrt{\rho}\exp(i\varphi)$ (ρ este densitatea perechilor din supraconductor) se obţine valoarea impulsului $\boldsymbol{p} = \{\hbar\nabla\varphi - 2q\boldsymbol{A}\}$, de unde rezultă gradientul fazei într-un supraconductor de forma

$$\nabla\varphi = (2/\hbar)\{m\boldsymbol{v} + q\boldsymbol{A}\}, \tag{8.55}$$

unde $\boldsymbol{v}$ este viteza perechilor ($\boldsymbol{v} = p/2m$) şi m — masa electronului. $\nabla\varphi$ variază astfel încît v să fie invariant la transformarea de etalonare. Din teoria electromagnetismului se cunoaşte

$$\boldsymbol{B} = \nabla X\boldsymbol{A}; \quad \mathcal{E} = -\nabla V - (\partial\boldsymbol{A}/\partial t), \tag{8.56}$$

unde $\boldsymbol{B}$ şi $\mathcal{E}$ sînt inducţia magnetică şi cîmpul electric iar V este potenţialul scalar. Invarianţa la etalonare înseamnă că starea fizică a unei situaţii rămîne neschimbată dacă se fac modificările: $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}' + \nabla\chi$ şi $V = V' - \partial\chi/\partial t$, unde χ este o mărime arbitrară scalară. Într-un supra-

conductor densitatea de curent este definită de relaţia $\boldsymbol{j} = \rho q \boldsymbol{v}$ (cap. I), astfel că gradientul fazei funcţie de curent şi de potenţialul vector se scrie

$$\nabla \varphi = (2q/\hbar)\{(m/\rho q^2)\boldsymbol{j} + \boldsymbol{A}\}. \tag{8.57}$$

În scrierea acestei relaţii s-a presupus că raza ciclotron a centrului de masă al perechii de electroni este mult mai mare decît lungimea de coerenţă. Diferenţa de fază dintre două puncte opuse ale joncţiunii este dată de expresia [35]

$$\varphi_1 - \varphi_2 + (2q/\hbar)\int_1^2 A\,dx, \tag{8.58}$$

unde $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi$ este diferenţa de fază în absenţa cîmpului magnetic (fig. 8.1) iar j are aceeaşi valoare în fiecare punct. Relaţia (8.58) arată că un cîmp magnetic modifică diferenţa de fază Josephson.

Pentru a studia efectul cîmpului magnetic considerăm o joncţiune cu grosimea stratului izolator l şi notăm cu λ adîncimea de penetraţie a cîmpului magnetic în supraconductor (fig. 8.21). Notăm de asemenea lungimea joncţiunii după direcţia z cu L şi cea după direcţia y cu s. Aplicînd un cîmp magnetic uniform după direcţia z şi avînd în vedere ecuaţia (8.56) cu $\boldsymbol{A} = B y \boldsymbol{n}$, avem

$$\frac{2q}{\hbar}\int_1^2 A\,dx = \frac{2q}{\hbar} B(2\lambda + l)y, \tag{8.59}$$

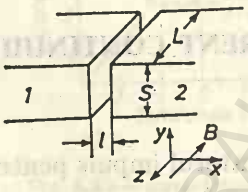


Fig. 8.21. — Joncţiune Josephson văzută în volum.

unde $\boldsymbol{n}$ este versorul după direcţia x. Pentru a observa efectul cîmpului magnetic să considerăm cazul cînd prin joncţiune curentul net este zero. Deoarece la $y = 0$ diferenţa de fază datorată cîmpului magnetic este zero (ec. (8.59)), atunci condiţia $j = 0$ implică $(\varphi_1 - \varphi_2)_0 = 0$ (ec. (8. 57)). Întrucît $(\varphi_1 - \varphi_2)_0$ este egal cu zero înseamnă că în absenţa cîmpului magnetic $\varphi_1 - \varphi_2$ este egal cu zero peste tot.

Densitatea de curent, j, în acest caz se reduce la

$$j = j_0 \sin\left[\frac{2q}{\hbar} B(2\lambda + l)y\right]. \tag{8.60}$$

Se observă că valoarea curentului depinde de y. Dacă circuitul exterior este deschis nu curge nici un curent, ceea ce înseamnă că densitatea de curent trebuie să fie simetrică faţă de centrul joncţiunii [39] unde are valoarea zero. Două asemenea situaţii sînt arătate pe figura 8.22 *a* şi *b*. În figura 8.22*a*, $B = (1/2s(2\lambda + 1))(h/2q)$, şi densitatea de curent este maximă la margini. Dacă cîmpul creşte la valoarea $B = (1/2s(2\lambda + 1))(h/2q)$,

curentul devine zero la margini (fig. 8.22*b*) ş.a.m.d. deci întotdeauna curentul net va fi zero. Aceasta înseamnă că prin joncţiune circulă un curent închis în interiorul ei.

Curentul, circulator, ecranează interiorul joncţiunii şi cîmpul magnetic poate să devină mai mic decît cel aplicat. Ecranarea este neglijabilă dacă fluxul indus de curent este mult mai mic decît unitatea de flux, $h/2q$. Fluxul indus este egal cu produsul dintre inductanţa $\mu_0 s\lambda/L$ şi curentul indus $j_0 sL$; prin urmare trebuie ca $(\mu_0 s\lambda/L)(j_0 sL) \ll (h/2q)$. De aici rezultă dimensiunea critică a joncţiunii după direcţia y sub a cărei valoare efectul de ecranare este neglijabil. Ea se notează cu λ_J şi se numeşte adîncime de pătrundere Josephson

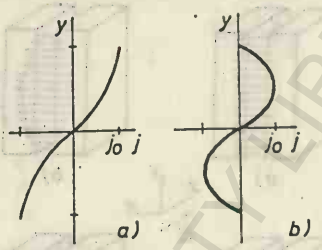


Fig. 8.22. — Variaţia cu poziţia a densităţii de curent într-o joncţiune tunel pentru două valori ale cîmpului magnetic.

$$s = \lambda_J = \sqrt{\frac{h}{2q}\frac{1}{j_0 \lambda \mu_0}}. \tag{8.61}$$

Pentru joncţiunile tipice λ_J este de ordinul milimetrilor, μ_0 este permeabilitatea magnetică şi λ este adîncimea de penetraţie London. Pentru $s \gg \lambda_J$ există ecranare puternică şi curge curent numai la margini pe distanţa λ_J (fig. 8.23) iar curentul net este zero. Cînd curentul depăşeşte j_0 din nou nu există ecranare şi cîmpul magnetic pătrunde în joncţiune.

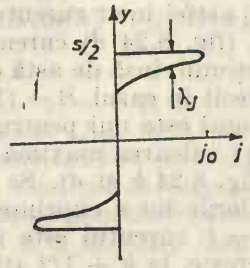


Fig. 8.23. Adîncimea de pătrundere Josephson funcţie de curentul electric.

b. Dependenţa curentului critic de cîmpul magnetic

Densitatea de curent Josephson este dată de expresia

$$j = j_0 \sin\left(\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{2qd}{\hbar} By\right), \tag{8.62}$$

unde am notat $d = 2\lambda + 1$. Dependenţa curentului Josephson de cîmpul magnetic, arată că într-un punct curentul poate curge în sens opus faţă de alt punct al joncţiunii. Am văzut mai sus că dacă curentul net prin

joncţiune este zero, atunci la $y = 0$ (în centrul joncţiunii) şi $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$. Distribuţia curentului datorat cîmpului magnetic este simetrică faţă de centrul joncţiunii (unde are valoarea zero) şi depinde de valoarea cîmpului magnetic şi de dimensiunile probei, curentul total fiind totdeauna nul (fig. 8.24). În acest paragraf considerăm cazul cînd prin joncţiune curge un curent finit. În această situaţie, în absenţa cîmpului magnetic

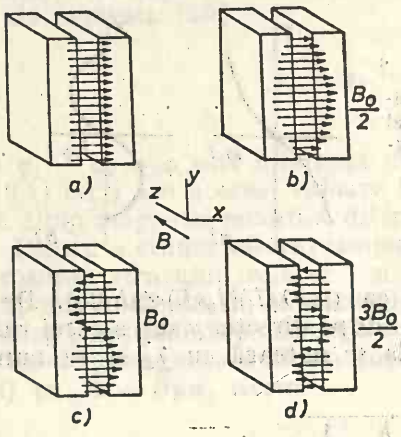


Fig. 8.24. — Efectul cîmpului magnetic asupra curentului continuu ce trece printr-o joncţiune Josephson.

curentul are aceeaşi valoare în orice punct al joncţiunii ceea ce este reprezentat prin săgeţi de aceeaşi mărime pe figura 8.24*a*; el are valoarea maximă (curentul critic) cînd $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/2$. În prezenţa cîmpului magnetic, la $y = 0$ unde diferenţa de fază datorată cîmpului magnetic este zero, curentul are aceeaşi valoare ca în figura 8.24*a* şi deci $\varphi_1 - \varphi_2 \neq 0$.

Notînd $B_0 = (1/ds)\ (h/2q)$, pentru valoarea cîmpului $B = (1/2)B_0$ curentul este zero la marginile joncţiunii (fig. 8.29*b*) şi valoarea curentului total prin joncţiune este mai mică decît în absenţa cîmpului magnetic. Pentru $B = B_0$ curentul îşi schimbă o dată sensul în interiorul joncţiunii (fig. 8.24*c*) astfel încît curentul net prin joncţiune este zero. Pentru $B = (3/2)B_0$ (fig. 8.24 *d*) curentul îşi schimbă de două ori sensul în interiorul joncţiunii, însă de astă dată curge un curent net prin joncţiune dar mai mic decît în cazul $B = (1/2)B_0$. În general, pentru cîmpul $B = nB_0$ curentul total este nul pentru n întreg şi are valoarea maximă pentru n semiîntreg; valoarea maximă a curentului scade cu creşterea lui n (a se compara fig. 8.24 *b* şi *d*). Se pune întrebarea cum variază curentul total pentru valorile lui n cuprinse între k şi $k + 1$ (k întreg)? Am văzut că pentru $n = k$ curentul este nul. Cu creşterea lui n de la k la $k + 1/2$ curentul creşte, la $k + 1/2$ atinge valoarea maximă din domeniul $k < n < k + 1$ şi mai departe, cu creşterea lui k curentul scade pînă cînd la $n = k + 1$ capătă din nou valoarea zero. Dacă se măsoară valoarea curentului critic prin joncţiune în prezenţa cîmpului magnetic atunci, în acord cu cele de mai sus, acesta va prezenta o figură de difracţie în funcţie de cîmpul magnetic. Un asemenea rezultat experimental se vede pe figura 8.25 [54].

Pentru a obţine o asemenea figură se trasează curbele $I-V$ pentru fiecare valoare a cîmpului magnetic şi se notează valoarea curentului la care caracteristica comută. Acestea sînt valorile curentului critic pentru valorile date ale lui B şi reprezintă puncte pe figura 8.25. Există anu-

mite valori ale lui B, depinzînd de dimensiunile joncțiunii, pentru care curentul critic este nul. În figura 8.25, în care dimensiunea joncțiunii după direcția y este $s = 0{,}25$ mm, $B_0 = 1{,}25$ Gs, se observă că pentru număr întreg de B_0 (1,25 Gs) curentul este zero și pentru număr semiîntreg curentul este maxim (De asemenea, curentul este maxim pentru $B = 0$, unde are valoarea cea mai mare). Din definiția lui $B_0 = (1/ds)\ (h/2q)$

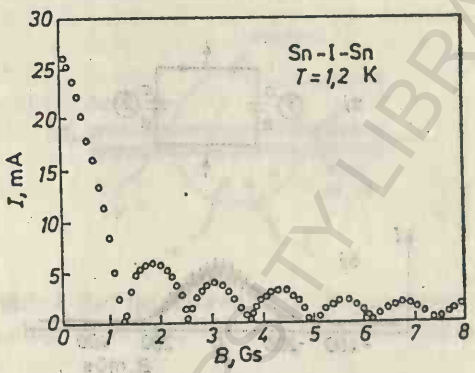


Fig. 8.25. Curentul critic funcție de cîmpul magnetic prin joncțiuni Sn—I—Sn.

rezultă că fluxul prin joncțiune $\Phi_J = dsB_0 = h/2q$ (este egal cu o cuantă de flux magnetic). Deci putem spune că ori de cîte ori joncțiunea conține un număr întreg de unități de flux, curentul total prin joncțiune este nul. Curentul total prin joncțiune se obține efectuînd integrala densității de curent (ec. (8.62)) pe aria joncțiunii

$$I = j_0 L \int_{-s/2}^{s/2} \sin\left[\varphi_1 - \varphi_2 + \frac{2qd}{\hbar} By\right] dy,$$

și rezultă

$$I = I_0 \frac{\sin \Phi}{\Phi} \sin(\varphi_1 - \varphi_2);\ \Phi = dsB\,(2q/\hbar) = (2q/\hbar)\Phi_J. \qquad (8.63)$$

Curentul maxim se obține pentru $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi/2$, care corespunde curentului critic în absența cîmpului magnetic ($I_{max} = I_0$) iar $I_{max} = I_0$ $(\sin \Phi/\Phi)$ este valoarea curentului critic al joncțiunii în prezența cîmpului magnetic. Aceste relații au fost deduse în condiția că dimensiunea s a joncțiunii este mult mai mică decît adîncimea de penetrație Josephson λ_J. În caz contrar curentul Josephson produce și el un cîmp magnetic care trebuie luat în considerare.

Mai interesant și mai util este cazul legării în paralel prin fire supraconductoare a două joncțiuni Josephson (fig. 8.26*a*), unde se obține figura de interferență 8.26*b* [55].

Notînd cu I_1 curentul care curge prin joncțiunea 1 și cu I_2 curentul care curge prin joncțiunea 2, curentul total $I = I_1 + I_2$. Dacă presupunem joncțiunile identice $I_1 = I_2$ și în acord cu relația (8.63)

$$I = I_0 \frac{\sin \Phi}{\Phi} [\sin(\varphi_a - \varphi_b) + \sin(\varphi_c - \varphi_d)], \qquad (8.64)$$

iar curentul maxim se obține pentru $\varphi_a - \varphi_b = \varphi_c - \varphi_d = \pi/2$ și este $I = 2I_0$.

Relația (8.64) se mai poate scrie

$$I = I_0 \frac{\sin \Phi}{\Phi} \cos \frac{1}{2}(\varphi_a - \varphi_c + \varphi_d - \varphi_b) \sin \frac{1}{2}(\varphi_a - \varphi_b + \varphi_c - \varphi_d). \tag{8.65}$$

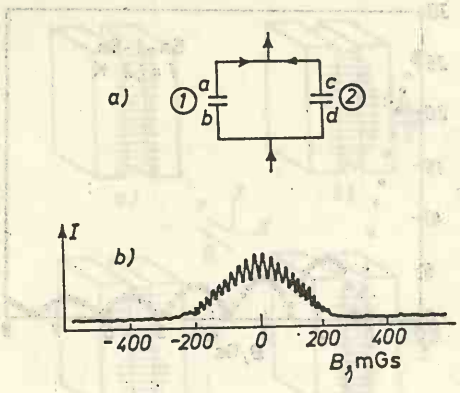


Fig. 8.26. — Două joncțiuni cu straturi subțiri legate în paralel (*a*) și supracurentul maxim funcție de cîmpul magnetic în acest caz (*b*).

În absența cîmpului magnetic dacă nu există modulare a vitezei perechilor în cele două fire supraconductoare, care leagă cele două joncțiuni, avem $\varphi_a - \varphi_c = \varphi_b - \varphi_d = 0$. În prezența cîmpului magnetic și în acord cu relația (8.55), rezultă

$$\varphi_a - \varphi_c = \frac{2q}{\hbar}\int_c^a A\,dl; \quad \varphi_b - \varphi_d = \frac{2q}{\hbar}\int_d^b A\,dl. \tag{8.66}$$

Dacă lărgimile joncțiunilor sînt mici în comparație cu lungimea interferometrului, atunci

$$\varphi_a - \varphi_c + \varphi_d - \varphi_b = \frac{2q}{\hbar}\oint A\,dl, \tag{8.67}$$

unde $\oint$ reprezintă integrala pe circuitul închis al interferometrului (fig. 8.26*a*). Cînd prin cele două joncțiuni curentul este maxim ($\varphi_a - \varphi_b = \varphi_c - \varphi_d = \pi/2$), din relațiile (8.65), (8.66) rezultă pentru valoarea curentului maxim prin interferometru în prezența cîmpului magnetic

$$I_{\max} = 2I_0 \left| \frac{\sin \Phi}{\Phi} \right| \left| \cos \frac{q}{\hbar} \oint A\,dl \right|, \tag{8.68}$$

unde $\oint A\,dl = \Phi_T$ este fluxul închis de interferometru în cazul cîmpului magnetic aplicat perpendicular pe suprafața sa; $\Phi = (2q/h)\Phi_J$, unde Φ_J este fluxul închis de o joncțiune. Astfel curentul prin interferometru este modulat de efectul de difracție prin $\sin \Phi/\Phi$ și de efectul de interferență prin $\cos (q/h)\Phi_T$. Deoarece aria interferometrului poate fi făcută mult mai

mare decît aria joncțiunii, perioada cosinusului poate fi făcută mult mai mică decît perioada sinusului. Pentru joncțiunile obișnuite perioada sinusului este de ordinul 1Gs (fig. 8.25).

Perioada cosinusului poate fi făcută de ordinul 10^{-10} Gs și, prin urmare, cu un interferometru pot fi detectate și măsurate cîmpuri magnetice de asemenea valori (s-a ajuns chiar la 10^{-13} Gs). Figura de interferență, 8.26*b*, este centrată pe picul de difracție al joncțiunii, fiind cuprinsă în domeniul

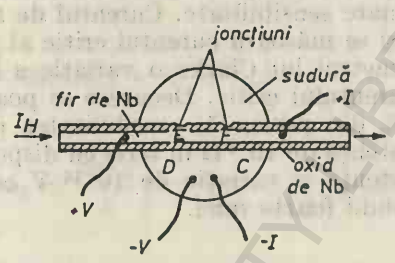


Fig. 8.27. — Dispozitivul cu sudură (slug) cu două joncțiuni.

$\pm$ 350 mGs. Un exemplu experimental de interferometru îl constituie dispozitivul lui Clarke (cu sudură) „slug", pe care-l prezentăm în detaliu în figura 8.27.

Așa după cum am amintit în paragraful precedent, în jurul unui fir de niobiu oxidat de diametru 4—5 mm se solidifică o bobiță din topitură de plumb sau staniu, realizîndu-se o sudură. Apar două joncțiuni SIS între bobiță și fir, notate pe figură cu E și F. Dacă punem un fir de legătură pe bobiță și altul pe firul de niobiu, cele două joncțiuni apar legate în paralel, constituind astfel un interferometru. Pe figură se văd în C legăturile pentru măsurarea curentului I_J care trece prin interferometru și în D legăturile pentru măsurarea tensiunii pe interferometru. Caracteristica $I-V$ a acestui dispozitiv este cea arătată pe figura 8.20*b*. Dacă se trece un curent I_H, prin firul de niobiu, acesta produce un flux prin aria interferometrului; aria interferometrului este egală cu $l(\lambda_1+\lambda_2+l_d)$, unde l este distanța dintre cele două joncțiuni, l_d este grosimea stratului de oxid și λ_1 și λ_2 sînt adîncimile de pătrundere London în firul de niobiu și, respectiv, picătură. Acest flux magnetic modulează curentul prin interferometru. Dacă fixăm curentul la valoarea critică I_{00} pentru I_H egal cu zero atunci, cu creșterea lui I_H, curentul critic I_0 arată ca în figura 8.28 *a*, unde se văd și pulsurile corespunzătoare de tensiune care apar pe structură.

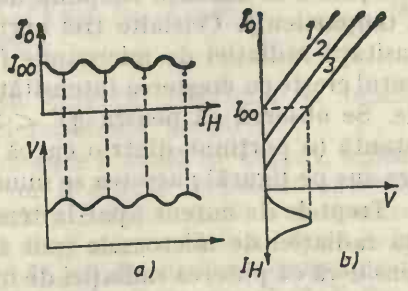


Fig. 8.28. — Pulsurile de curent (critic) și de tensiune funcție de curentul I_H (*a*); caracteristica $I-V$ pentru trei valori ale lui I_H (*b*).

Apariția pulsurilor de tensiune se explică în figura 8.28*b* unde sînt trasate caracteristicile $I-V$ pentru trei valori ale curentului critic I_H. Oscilațiile lui V sînt în antifază cu oscilațiile lui I_0. Numărul N de pulsuri

de tensiune produse de o variație ΔI_H a lui I_H, definește constanta dispozitivului K, mărime ce depinde de geometria dispozitivului și de adîncimile de pătrundere London în cele două supraconductoare. Dacă se folosește un curent variabil I_H de o anumită frecvență, se poate obține o tensiune de frecvență mult mai mare, ceea ce dă posibilitatea ca interferometrul să poată fi folosit pentru conversie de frecvență [56]. Interferometrul cuantic poate fi folosit, de asemenea, ca galvanometru și voltmetru de mare sensibilitate. Curentul de măsurat se trece prin firul de niobiu, I_H, și se măsoară curentul critic al joncțiunii interferometrului. În interferometrul lui Clarke o variație a lui I_H de 500μA produce o oscilație a curentului critic. Deoarece se poate detecta o variație a curentului de 0,5% din perioadă, sensibilitatea dispozitivului este de 1μA. Punînd o rezistență de $10^{-8}\ \Omega$ în serie cu dispozitivul, o variație de 1 μA produce pe rezistență o variație de 10^{-14} V ceea ce dă posibilitatea să se măsoare tensiuni foarte mici.

8.6. EFECTUL JOSEPHSON ÎN CURENT ALTERNATIV

Așa cum am observat în paragraful 8.2 poate să fie pus în evidență curentul Josephson alternativ dacă stimulăm trecerea perechilor dintr-o parte în alta în număr mai mare decît în sens contrar. Aceasta se poate face printr-un proces de emisie stimulată ca în laseri. Prezența unui cîmp de radiație monocromatică într-un sistem care nu este la echilibru duce la creșterea emisiei de fotoni de aceeași energie cu a radiației (dacă sistemul este virtual capabil de a emite asemenea fotoni). Prin urmare, dacă o joncțiune Josephson este polarizată la o tensiune V, atunci într-un cîmp de radiație de energie $h\nu = 2qV$ se va stimula emisia de fotoni cu energie $h\nu$, ceea ce înseamnă că numărul de perechi care trec de la stînga la dreapta (fig. 8.18*a*), și emit fotoni, va fi mai mare decît numărul de perechi care trec de la dreapta la stînga (fig. 8.18*b*) și absorb fotoni, și deci prin joncțiune la o tensiune dată va trece un supracurent continuu net. Ideea folosirii radiației de microunde pentru a se pune în evidență efectul Josephson în curent alternativ a fost emisă de însuși Josephson și realizată experimental de Shapiro [57, 58]. Un asemenea rezultat experimental este prezentat pe figura 8.29 unde curba cea mai de jos este obținută în absența cîmpului de microunde și ea se datorează tunelării unipărticulă. Celelalte trei curbe sînt trasate pentru trei valori ale intensității radiației de microunde ($\nu \simeq 10$ GHz). În regiunea $qV < 2\Delta$ curentul crește cu creșterea intensității radiației în timp ce pentru $qV > 2\Delta$, scade. Se observă că pentru $qV < 2\Delta$ apar trepte de curent la tensiune constantă (o porțiune dintr-o curbă este reprezentată la scară mărită în stînga sus pe figură); acestea se numesc trepte induse de microunde.

Treptele de curent apar la tensiuni $V_n = (nh\nu/2q)$, unde ν este frecvența radiației de microunde (pot fi emiși sau absorbiți n fotoni). Dacă se consideră că puterea radiației de microunde adaugă o componentă alternativă, $v_1 \cos(\Omega_0 t + \theta)$ la tensiune continuă V_0, atunci tensiunea totală pe joncțiune este

$$V = V_0 + v_1 \cos(\omega_0 t + \theta). \qquad (8.69)$$

Introducînd ecuaţia (8.69) în (8.30), cosiderînd $\Delta\mu = qV$ şi integrînd, se găseşte dependenţa de timp a fazei joncţiunii de forma

$$\varphi(t) = \varphi_1(t) - \varphi_2(t) = (2qV_0/\hbar)t + (2qv_1/\hbar\omega_0)\sin(\omega_0 t + \theta) + \varphi_0, \quad (8.69')$$

unde φ_0 este o constantă. Din ecuaţia (8.62) densitatea de curent Josephson rezultă ca fiind

$$j(t) = j_0 \sin\left[\frac{2qV_0 t}{\hbar} + \frac{2qv_1}{\hbar\omega_0}\sin(\omega_0 t + \theta) + \varphi_0\right] =$$

$$= j_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{J_n\left(\frac{2qv_1}{\hbar\omega_0}\right)\sin\left[\left(n\omega_0 + \frac{2qV_0}{\hbar}\right)t + n\theta + \varphi\right]\right\}, \quad (8.70)$$

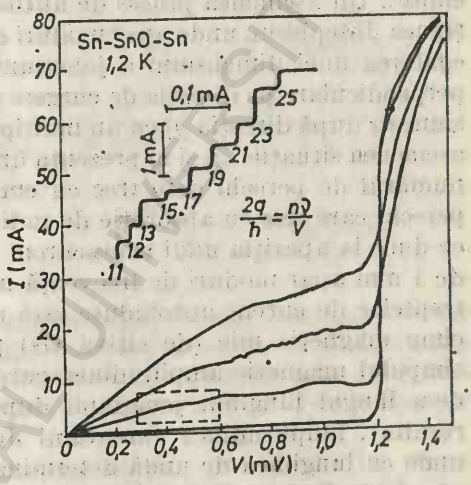


Fig. 8.29. — Treptele induse de microunde în caracteristica $I-V$ a joncţiunii Josephson.

unde J_n este funcţia Bessel de ordinul n. Cînd $n\hbar\omega_0 = 2qV$ media temporală a lui $j(t)$ este diferită de zero

$$j_{dc} = (-1)^n j_0 J_n\left(\frac{2qV_0}{\hbar\omega_0}\right)\sin(\varphi_0 - n\theta), \quad (8.71)$$

de unde rezulta o serie de vîrfuri în curentul continuu la tensiunile $n\hbar\omega/2q$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$) şi deci rezistenţă negativă.

Însă, deoarece în practică se foloseşte o sursă de curent, adică (de impedanţă mare) în loc de vîrfuri vor fi induse trepte de curent fără regiune de rezistenţă negativă (fig. 8.29). Relaţia (8.69) a fost scrisă în presupunerea că atît curentul continuu cît şi microundele au surse de impedanţă mică. Se observă din relaţia (8.75) că densitatea de curent a treptei n poate varia continuu pe domeniul cuprins între $\pm|j_0 J_n(2qV_0/\hbar\omega_0)|$ la tensiunea constantă $n\hbar\nu/2q$ şi faza variază de la $-\pi/2$ la $+\pi/2$, ceea ce arată că joncţiunea emite şi absoarbe radiaţie; dimensiunile treptelor cresc cu creşterea intensităţii radiaţiei de microunde. S-a observat apari-

ţia treptelor de curent nu numai în joncţiunea Josephson ci şi în celelalte legături slabe unde se observă şi trepte la subarmonice, adică la tensiuni $V_{n/m} = (n/m)(h\nu/2q)$. Efectele subarmonice apar cînd este permisă emisia sau absorbţia a n fotoni de către m perechi. O a doua cale de a observa efectul Josephson în curent alternativ este realizarea treptelor de curent autoinduse, adică în absenţa unui cîmp de microunde exterior.

Acest fenomen se petrece cu emisie de radiaţie şi este analog cu excitarea modurilor electromagnetice într-un laser cu joncţiune semiconductoare. Pentru ca o joncţiune semiconductoare, în care are loc emisie radiantă să devină generator trebuie să i se asigure o reacţie, adică o parte din energia radiată să rămînă în sistem. Acest lucru se realizează printr-o construcţie specială a joncţiunii astfel că o dimensiune a ei, pe o direcţie din planul joncţiunii, perpendiculară pe direcţia de curgere a curentului electric să fie multiplu întreg de $\lambda/2$ (λ este lungimea de undă a radiaţiei emise). Un asemenea proces de autostimulare se poate realiza şi în joncţiunea Josephson, unde apar moduri de undă de frecvenţe determinate din egalarea unei dimensiuni a joncţiunii (dimensiunea în planul joncţiunii perpendiculare pe direcţia de curgere a curentului — pe figura 8.26 dimensiunea s după direcţia y) cu un multiplu întreg de jumătăţi de undă. Într-o asemenea situaţie, ca şi în prezenţa unui cîmp de microunde exterior creşte numărul de perechi care trec cu emisie de radiaţie faţă de numărul de perechi care trec cu absorbţie de radiaţie, datorită emisiei stimulate, ceea ce duce la apariţia unui supracurent continuu net. Pentru dimensiunea s de 1 mm apar moduri de frecvenţă multiplu de 1 GHz. Pentru obţinerea treptelor de curent autoinduse este necesar să se aplice pe joncţiune un cîmp magnetic mic (de cîţiva Gs) pe direcţia z (fig. 8.21). În prezenţa cîmpului magnetic amplitudinea curentului Josephson variază sinusoidal de-a lungul lungimii joncţiunii după direcţia y, ca în figura 8.29. Ca rezultat, amplitudinea curentului Josephson alternativ are forma unei unde cu lungimea de undă determinată de cîmpul magnetic aplicat. Am văzut că dacă se aplică joncţiunii o tensiune continuă faza variază în timp (ec. (8.69′)) şi dacă se aplică un cîmp magnetic uniform, faza are dependenţa spaţială (ec. (8.58)). Dacă se aplică în acelaşi timp şi tensiunea continuă V şi cîmp magnetic B, faza joncţiunii este

$$\varphi = \omega_0 t + ky + \varphi_0 ; \omega_0 = 2qV_0/\hbar ; k = \left(\frac{2qd}{\hbar} B\right).$$

Ca urmare, densitatea de curent Josephson

$$j = j_0 \sin(\omega_0 t + ky + \varphi_0) \tag{8.72}$$

este o undă cu viteza de fază $\bar{c} = \omega_0/k = (V_0/Bd)$. Cînd această viteză de fază coincide cu viteza de fază a modurilor electromagnetice care pot fi excitate în joncţiune, atunci are loc excitarea puternică a acestor moduri, adică emisia de radiaţie. Cu alte cuvinte, aceasta se întîmplă cînd lungimea de undă $\lambda = \bar{c}/\nu$ corespunde unei lungimi de undă caracteristice a jonc-

ţiunii, ceea ce se realizează experimental prin ajustarea valorii lui B; vor fi excitate moduri electromagnetice la tensiunile determinate de relaţia $s = n(\lambda/2)$, adică avînd în vedere cele de mai sus, la tensiuni date de relaţia

$$V_n = n\left(\frac{\pi\hbar}{2qs}\right). \tag{8.73}$$

La aceste tensiuni apar trepte în caracteristica $I-V$ aşa cum se vede pe figura 8.30 [55]. Structura de trepte autoinduse a fost observată pentru prima dată de Fiske [59]. Rolul cîmpului magnetic extern în acest caz este de a controla cuplajul curentului Josephson cu modurile electromagnetice.

Cuplajul este optim atunci cînd variaţia spaţială a curentului Josephson (realizată prin ajustarea valorii cîmpului magnetic) coincide cu variaţia spaţială a cîmpului electromagnetic a unui mod rezonant. Puterea

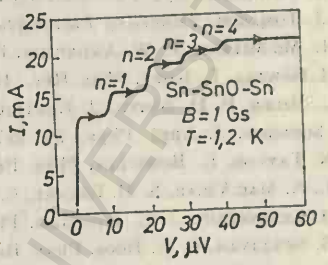


Fig. 8.30. — Caracteristica $I-V$ a joncţiunii Sn—SnO—Sn în cazul cînd sînt autoinduse trepte de curent.

radiată este foarte mică; pentru joncţiunile obişnuite este de ordinul 10^{-11}W. Într-un laser cu joncţiune semiconductoare nu este necesară modularea spaţială a curentului în joncţiune. Probabil că în joncţiunile Josephson acest lucru este necesar deoarece perechile Cooper sînt particule Bose (ca şi fotonii).

Una din aplicaţiile evidente ale efectului Josephson în curent alternativ este generarea de radiaţie coerentă în domeniul 5—100 GHz. Pentru o radiaţie de 10 GHz lărgimea liniei de radiaţie este mai mică decît 1 kHz. De asemenea, joncţiunea Josephson se foloseşte pentru detectarea de radiaţii de microunde şi din infraroşu îndepărtat, putîndu-se măsura şi frecvenţa acestora deoarece treptele de curent apar la o tensiune legată de curent prin relaţia $2qV = nh\nu$.

Această relaţie dă posibilitatea să se măsoare q/h cu o precizie mult mai mare decît prin orice altă metodă cunoscută pînă în prezent, şi de asemenea, să se stabilească etaloane de tensiune electrică pe baza etalonului lungimii de undă a radiaţiei.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Giaever, Phys. Rev. Letters, **5**, 147; 464(1960).
2. B. D. Josephson, Phys. Letters, **1**, 251(1962); Rev. Mod. Phys., **36**, 216(1964); Advan. Phys., **14**, 419(1965).
3. V. Dolocan, St cerc. fiz., **26**, 535(1974); **27**, 23(1975).

4. I. Giaever, H. R. Hart, K. Megerle, Phys. Rev., **126**, 941(1962).
5. I. Giaever, *Tunneling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 1969.
6. A. Erdelyi, Table of Integral Transforms, I, Mc. Graw-Hill, New York, 136, 1954.
7. I. Giaever, K. Megerle, Phys. Rev., **122**, 1101(1961).
8. I. Giaever, *Proceedings of the International Conference on Solid State Circuits*, New York, 1961.
9. L. N. Cooper, Phys. Rev., **104**, 1189(1956).
10. S. Shapiro, P. H. Smith, J. Nicol, J. L. Miles, P. F. Strong, IBM J. Res. Develop., **6**, 34(1962).
11. L. Tewardt, Phys. Rev., **128**, 12(1962).
12. A. Dayem, R. J. Martin, Phys. Rev. Letters, **8**, 246(1962).
13. G. E. Everett, *Tunneling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 353, 1969.
14. W. Eisenmenger, A. Dayem, Phys. Rev. Letters, **18**, 125(1967).
15. C. F. Cook, G. E. Everett, Phys. Rev., **159**, 374(1967).
16. B. N. Taylor, J. Appl. Phys., **32**, 2490(1968).
17. Ch. Kittel, *Introducere în fizica corpului solid*, Edit. tehnică, București, 1973.
18. Y. Goldstein, B. Abeles, R. W. Cohen, Phys. Rev., **151**, 349(1966).
19. W. J. Tomasch, Phys. Rev. Letters, **15**, 672 (1965); Phys. Letts., **23**, 204(1966).
20. W. J. Tomasch, *Tunneling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 315, 1969.
21. W. L. Mc Millan, P. W. Anderson, Phys. Rev. Letters, **16**, 85(1966).
22. J. M. Rowell, L. Kopf, Phys. Rev., **137**, A907 (1965).
23. J. L. Miles, P. H. Smith, J. Electrochem. Soc., **110**. 1240(1963).
24. W. Schroen, J. Appl. Phys., **39**, 2671 (1978).
25. B. N. Taylor, E. Burstein, Phys. Rev. Letters, **10**, 14(1963).
26. M. L. A. Mac Vicar, S. M. Freake, C. J. Adkins, J. Vac. Sc. Tech., **6**, 717(1969).
27. H. J. Levinstein, J. E. Kunzler, Phys. Letters, **20**, 581(1966).
28. D. B. Sullivan, C. E. Roos, Phys. Rev. Letters, **17**, 212(1967).
29. J. Bardeen, L. N. Cooper, J. R. Schrieffer, Phys. Rev., **108**, 1175(1957).
30. P. W. Anderson, J. M. Rowell, Phys. Rev. Letters, **10**, 230(1963).
31. B. D. Josephson, *Thesis*, Trinity Coll., Cambridge Univ., 1962.
32. P. W. Anderson, *Lectures on the many-body problems*, Academic Press, New York, **2**, 115, 1964.
33. P. W. Anderson, *Progress in Low Temperature Physics*, vol. 5, North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
34. J. Clarke, Amer., J. Phys., **38**, 1071(1970);
Y. Taur, P. L. Richards, J. Appl. Phys., **48**, 321(1977).
35. D. J. Scalapino, *Tunneling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 477, 1969.
36. R. A. Ferrell, R. E. Prange, Rev. Letters, **10**, 479(1963).
37. J. M. Ziman, *Elements of Advanced Quantum Theory*, Cambridge, 1969.
38. A. Messiah, *Mecanica cuantică*, vol. 2. Edit. științifică, București, 1973.
39. J. E. Mercereau, *Tunneling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, 1969, R. E. Harris, Phys. Rev., *B. 13*, 3818(1976).
40. D. N. Langenberg, D. J. Scalapino, B. N. Taylor, Proc. IEEE, **54**, 560(1966).
41. J. E. Nordman, J. Appl. Phys., **40**, 2111(1969).
42. L. O. Mullen, D. B. Sullivan, J. Appl. Phys., **40**, 2115(1969).
43. L. Solymar, *Superconductive Tunneling and Applications*, Chapman and Hall Ltd, London, 1972.
44. J. Clarke, Proc. Roy. Soc., **308**, 447(1969).
45. P. G. De Gennes, Rev. Mod. Phys., **36**, 225(1964).
46. C. Ishii, Progr. Theoret. Phys., **44**, 1525(1970).
47. J. Bardeen, J. L. Johnson, Phys. Rev., **5**, B72(1972).
48. P. W. Anderson, A. H. Dayem, Phys. Rev., **155**, 419(1967).
49. J. Clarke, Phyl. Mag., **13**, 115(1966).

50. D.E.Mc. Cumber, J. Appl. Phys., **39**, 2503 (1968); **39**, 3113(1968).
51. W. C. Stewart, Appl. Phys. Letters, **12**, 277(1968).
52. P. K. Kausma, G. I. Rochlin, J. Appl. Phys., **43**, 472(1972).
53. F. Auracher, T. van Duzer, Appl. Phys. Letters, **21**, 515(1972); M. Sugahara, J. Appl. Phys., **48**, 234(1977).
54. D. N. Langenberg, D. J. Scalapino, B. N. Taylor, Sc. Amer., **214**, 30(1966).
55. R. C. Jaklevic, J. Lambe, J. E. Mercereau, A. H. Silver, Phys. Rev., **140**, 628(1965); R. H. Wang, G. J. Dick, J. E. Mercereau, J. Appl. Phys., **48**, 1332(1977).
56. F. Rothwarf, H. M. Krisch, D. Ford, J. Appl. Phys., **39**, 2683(1968).
57. S. Shapiro, Phys. Rev. Letters, **11**, 80(1963).
58. S. Shapiro, Ar. Janus, S. Holly, Rev. Mod. Phys., **36**, 223(1964).
59. M. D. Fiske, Rev. Mod. Phys., **36**, 221(1964).
60. D. N. Langenberg *Tunneling Phenomena in Solids*, Plenum Press, New York, cap. 33, 1969.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL IX

ATENUAREA ŞI AMPLIFICAREA ULTRASUNETELOR ÎN CORPUL SOLID. AMPLIFICATOARE DE UNDE ACUSTICE

La trecerea ultrasunetelor prin corpul solid s-au observat unele fenomene interesante în special datorită interacţiei undelor acustice cu purtătorii liberi. Aceste fenomene sînt efectul acustoelectric şi amplificarea ultrasunetelor. Efectul acustoelectric, aşa după cum am observat în paragraful 1.5, constă în apariţia unui curent electric de-a lungul direcţiei de propagare a undelor acustice, cînd acestea se deplasează printr-un mediu care conţine purtători liberi. El este însoţit de o atenuare a undelor acustice. Efectul acustoelectric dă posibilitatea determinării directe a timpului de relaxare intervăi în semiconductori multivăi [1,2]. Dacă concomitent cu propagarea undei acustice trece prin semiconductor un curent electric astfel încît electronii să se deplaseze în direcţia de propagare a undei iar viteza lor de drift să depăşească viteza de fază a undei, atunci unda se amplifică. Efectele sînt însemnate în semiconductoarele piezoelectrice. Amplificarea ultrasunetelor a fost realizată pentru prima dată de către Hutson, Mc Fee şi White [3].

9.1. PRINCIPIILE DE FUNCŢIONARE

Sub acţiunea unei tensiuni T (forţa pe unitatea de suprafaţă), un corp solid elastic suferă o deformare, legătura dintre tensorul tensiunii T şi tensorul deformaţiei S fiind dată de legea lui Hooke, în care constanta de proporţionalitate este o mărime reală. Mărimile T şi S sînt tensori de ordinul doi iar constanta de proporţionalitate este un tensor de ordinul patru. Pentru simplitate vom adopta notaţia

$$T = cS, \quad S = sT, \tag{9.1}$$

unde c este constanta elastică iar s este modulul elastic. Într-un solid perfect elastic, lucrul mecanic al tensiunii trece integral în energia potenţială acumulată de corp cînd corpul suferă deformaţii elastice şi această energie este restituită sub forma lucrului mecanic al tensiunii cînd deformaţia dispare. Aceasta presupune că mediul elastic este asemănător unei reactanţe electrice. Ca atare, o undă acustică care se propagă printr-un mediu perfect elastic nu suferă nici o modificare. Totuşi, într-un corp solid există

fononi (vibraţii termice ale reţelei), purtători de sarcină liberi, impurităţi sau dislocaţii, care interacţionează cu unda acustică şi fac ca energia ei să crească sau să descrească, astfel că nu mai putem considera corpul solid ca un mediu perfect elastic. Tensorul deformaţiei va varia în timp datorită proceselor de relaxare existînd o diferenţă de fază între tensiune şi deformaţie în mediul neelastic. Dacă înainte de relaxare $S = s_U T$ (unde s_U este modulul elastic nerelaxat), după relaxare S va tinde către valoarea $S = s_R T$ (unde s_R este modulul elastic relaxat). Timpul după care variaţia lui S scade de e ori se numeşte timp de relaxare. Legea lui Hooke în mediul neelastic se modifică şi capătă forma

$$S + \tau \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = s_R T + \tau s_U \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}, \tag{9.2}$$

unde am dezvoltat în serie ecuaţia (9.1), oprindu-ne la derivata de ordinul întîi. Pentru unda acustică sinusoidală, $T = T_0 \exp(-\mathrm{i}\omega t)$, $S = S_0 \exp(-\mathrm{i}\omega t)$ şi, definind modulul elastic $s_{ef} = s_0/T_0$, din (10.2) găsim

$$s_{ef} = s_U + \frac{s_R - s_U}{1 + \omega^2 \tau^2} - \mathrm{i}\left[\frac{(s_R - s_U)\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}\right] = s' - \mathrm{i}s''. \tag{9.3}$$

Se vede că la frecvenţe joase ($\tau \ll 1/\omega$) relaxarea este aproape completă şi $s_{ef} \simeq s_R$. Dimpotrivă, la frecvenţe foarte înalte $s_{ef} \simeq s_u$ (nu va exista timp suficient ca să aibă loc relaxarea). Dacă notăm cu U energia acustică, cînd această energie există sub formă de energie potenţială a reţelei.

$$U = \Delta V_{\max} = \frac{1}{2} s T_0^2 \simeq \frac{1}{2} s' T_0^2, \tag{9.4}$$

în presupunerea că $s_R - s_U \ll s_U, s_R$. Constanta de atenuare a energiei acustice prin mediu este dată de definiţia generală

$$\alpha = \frac{1}{U} \langle \mathrm{d}U/\mathrm{d}x \rangle = \frac{1}{U} \left\langle \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} \right\rangle \frac{1}{v_s}, \tag{9.5}$$

unde v_s este viteza de fază a undei acustice, $\langle \mathrm{d}U/\mathrm{d}x \rangle$ şi $\langle \mathrm{d}U/\mathrm{d}t \rangle$ sînt valorile medii pe unitatea de lungime şi, respectiv, pe unitatea de timp ale energiei. Deci rata medie de variaţie a energiei se scrie

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \left\langle \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{sT^2}{2}\right) \right\rangle = \left\langle sT \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \right\rangle = \frac{1}{2} \mathrm{Re}\,|(s' - \mathrm{i}s'')T(-\mathrm{i}\omega T)^*| =$$

$$= \frac{1}{2} s'' T_0^2. \tag{9.6}$$

Din ultimele trei relaţii rezultă

$$\alpha = \frac{s''\omega}{s' v_s} \frac{\Delta s}{s_U(1 + \omega^2\tau^2 + \Delta s)} \left(\frac{\omega^2\tau}{v_s}\right) \simeq \frac{\Delta s}{s_U v_s} \frac{\omega^2\tau}{1 + \omega^2\tau^2}. \tag{9.7}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Folosind constantele elastice [12] $c_U = 1/s_U$, $c_R = 1/s_R$, rezultă

$$\alpha = \frac{\Delta c}{c v_s} \frac{\omega^2 \tau}{1 + \omega^2 \tau^2}, \tag{9.8}$$

unde am notat $\Delta c = c_U - c_R$ (c_U este constanta elastică înainte de relaxare şi c_R este constanta elastică după relaxare). Se vede că constanta de atenuare este proporţională cu variaţia constantei elastice şi cu factorul de frecvenţă $[\omega^2\tau/(1+\omega^2\tau^2)]$. Ne vom opri în special asupra interacţiei undelor acustice cu purtătorii liberi, avînd în vedere importanţa acestui fenomen atît din punct de vedere fundamental cît şi aplicativ. Amintim că atenuarea ultrasunetelor pe fononi are loc datorită faptului că vibraţiile termice ale reţelei modifică proprietăţile elastice ale mediului şi deci produc o variaţie a constantei elastice [4]. Constanta de atenuare pe fononi se calculează folosind relaţia (9.8) şi depinde, pe lîngă alţi factori, de frecvenţa undei acustice şi de temperatură. Atenuarea pe impurităţi se întîlneşte în semiconductorii multivăi [5], ca de exemplu în Ge unde starea electronului legat pe impurităţi puţin adînci este degenerată de ordinul patru [6], deoarece Ge are banda de conducţie constituită din patru minime echivalente pe direcţia ⟨111⟩. O deformaţie locală produce despicarea vale-orbită a nivelului energetic într-o stare de singlet şi una de triplet. Va avea loc relaxarea electronilor de pe starea de triplet, (superioară) pe starea de singlet (inferioară energetic), şi prin urmare, unda acustică se va atenua. Atenuarea undelor acustice pe purtători liberi este rezultatul fenomenului de antrenare undă-particulă.

Apare în acest caz un curent numit curent acustoelectric. În paragraful 1.5 am dedus relaţia dintre curentul acustoelectric şi constanta de atenuare a undelor acustice. În finalul acestui paragraf vom da relaţia lui Weinreich [7] dintre constanta de atenuare şi cîmpul acustoelectric.

Propagarea undei acustice printr-un solid produce deplasarea ionilor din nodurile reţelei cristaline, ceea ce duce la deformarea cristalului şi deci la variaţia energiei potenţiale a electronilor în direcţia de propagare a undei. Deoarece propagarea undei se face prin comprimări şi dilatări succesive în cristal, pentru o undă acustică sinusoidală care se propagă prin cristal în direcţia x, energia potenţială U a electronilor va arăta ca în figura 9.1*a*, unde este reprezentat şi cîmpul electric creat de undă şi determinat de gradientul energiei potenţiale; de fapt este reprezentată forţa care acţionează asupra electronului, $F = -q\mathcal{E} = -\partial U/\partial x$. Sensul cîmpului variază după direcţia pantei undei acustice, astfel încît electronii tind să se acumuleze în minimul energiei potenţiale, adică în starea de echilibru. Dar, deoarece unda este în continuă mişcare (este progresivă) şi pentru relaxarea electronilor este necesar un anumit timp (finit), electronii nu pot atinge exact poziţia de echilibru (minimul energiei) şi rămîn în urmă în timp faţă de undă. De aceea electronii se acumulează în regiunea de pantă negativă a undei, adică acolo unde cîmpul electric apărut îi antrenează în direcţia undei (fig. 9.1*a*). Dacă cîmpul ar fi staţionar este evident că maximul de concentraţie a electronilor ar fi acolo unde energia este minimă. Puterea medie schimbată între undă şi electroni este dată de expresia.

$$P = \langle n(x) \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}_s \rangle, \tag{9.9}$$

unde $\langle\ \rangle$ înseamnă media spațială (pe un interval spațial mai mare decît lungimea de undă a undei acustice) și temporală (pe un interval de timp mai mare decît perioada undei acustice).

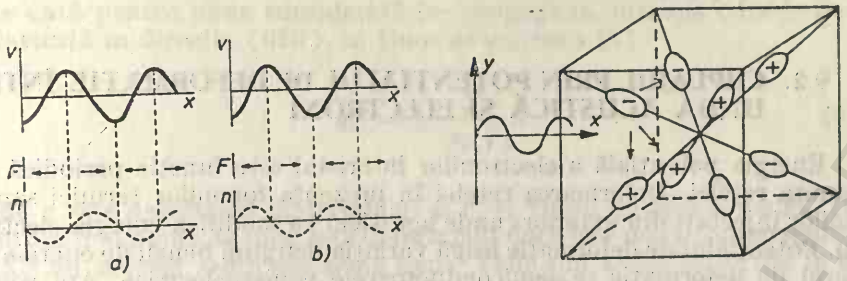


Fig. 9.1. — Interacția undei acustice cu electronii liberi: *a* — cînd nu se aplică cîmp electric exterior; *b* — cînd se aplică cîmp electric exterior și viteza de drift a electronilor depășește viteza de fază a undei; *c* — separarea suprafețelor de energie constantă din spațiul *k* în două clase (+ și −) în Ge-*n* prin care se propagă o undă acustică cu direcția de propagare și polarizarea indicate pe figură.

Deoarece concentrația electronilor $n(x)$ este mai mare acolo unde $\boldsymbol{F}$ are sensul lui $\boldsymbol{v}_s$, rezultă $P > 0$. Aceasta înseamnă că unda pierde energie (este atenuată) pe care o cîștigă electronii sub formă de energie cinetică în sensul propagării undei. Apare în acest fel un curent electric continuu numit curent acustoelectric (paragraful 1.5). Cîmpul acustoelectric $\mathcal{E}$ se obține împărțind forța medie

$$\langle F\rangle = \left\langle \left(-\frac{\partial U}{\partial x}\right) n(x)\right\rangle \Big/ \langle n(x)\rangle \tag{9.9'}$$

prin sarcina electronului. Pentru a găsi relația dintre constanta de atenuare α și cîmpul acustoelectric $\mathcal{E}$, înlocuim $\langle \mathrm{d}U/\mathrm{d}t\rangle$ în ecuația (9.5) cu P dat de ecuația (9.9); astfel

$$\left\langle \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}\right\rangle = \langle n(x)\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}_s\rangle = \langle n(x)\rangle v_s \frac{\langle n(x)F\rangle}{\langle n(x)\rangle} = \langle n(x)\rangle v_s\langle F\rangle = \langle n(x)\rangle q v_s \mathcal{E}.$$

Substituind această relație în (9.5) și notînd $U\cdot v_s = W$ = fluxul de energie acustică, se obține

$$\alpha = \frac{\langle n(x)\rangle q v_s \mathcal{E}}{W}, \tag{9.10}$$

unde $\langle n(x)\rangle$ este concentrația medie a electronilor. Să aplicăm un cîmp electric continuu $\mathcal{E}_d$ astfel încît electronii să capete o viteză de drift $v_d = \mu\mathcal{E}_d$ (unde μ este mobilitatea electronilor) în sensul de propagare a undei. Dacă viteza de drift a electronilor depășește viteza de fază a undei, în regiunea unde forța locală este îndreptată în sens invers vitezei electronilor, aceștia vor fi încetiniți și aglomerarea de electroni va avea loc pe panta pozitivă a undei (fig. 9.1*b*). Deoarece concentrația electronilor este mai mare acolo unde $\boldsymbol{F}$ este de sens invers lui $\boldsymbol{v}_s$ rezultă $P < 0$, adică

puterea medie transformată de la undă electronilor este negativă. Deci curentul electric cedează energie undei și aceasta se amplifică. Cuplajul între unda acustică și electronii liberi se poate face prin potențialul de deformație [8] și piezoelectric.

9.2. CUPLAJUL PRIN POTENȚIALUL DE DEFORMAȚIE ÎNTRE UNDA ACUSTICĂ ȘI ELECTRONI

Energia potențială a electronilor în cristal este funcție periodică de constanta rețelei. Deformarea rețelei în prezența fononilor termici sau a fononilor injectați din exterior (unde acustice) va modifica energia electronului. Potențialul de deformație leagă variația marginii benzii de energie de tensorul de deformație în semiconductoarele nepiezoelectrice. Am văzut că efectul acustoelectric și amplificarea ultrasunetelor apar datorită aglomerării și rarefierii purtătorilor de sarcină, succesiv, în direcția de propagare a undei acustice. Repulsia electrostatică și difuzia electronilor împiedică procesul de aglomerare. La o aglomerare destul de mare sarcina spațială anulează forța electrică locală ceea ce face ca în semiconductoarele simple să existe o concentrație limită a electronilor peste care atenuarea nu mai are loc. De aceea, în semiconductoarele simple, și cu atît mai mult în metale, efectul acustoelectric este neglijabil. Într-un semiconductor intrinsec curentul acustoelectric este nul, deoarece curentul electric al golurilor este egal și de semn contrar cu cel al electronilor. Efectul acustoelectric este mare în semiconductoare multivăi (Ge și Si) [5].

Pentru exemplificare vom lua cazul germaniului care este un semiconductor multivăi, adică un semiconductor a cărui bandă de conducție are mai multe minime echivalente (patru minime echivalente pe direcția ⟨111⟩). Aceste minime (văi) sînt situate la marginea zonei Brillouin*. Notînd cu $S_{\alpha\beta}$ tensorul deformației, potențialul de deformație este dat de expresia

$$\frac{\partial U^{(i)}}{\partial S_{\alpha\beta}} = \sum_d \delta_{\alpha\beta} + \sum_U K_\alpha^{(i)} K_\beta^{(i)}, \qquad (9.11)$$

unde $U^{(i)}$ este energia potențială a electronului în valea i, $\sum_d$ — o constantă care se referă la dilatarea în volum și $\sum_U$ — o constantă care se referă la o deformare (o alungire după o direcție și o compresie după două direcții perpendiculare); $K_\alpha^{(i)}$, $K_\beta^{(i)}$ sînt componentele vectorului unitate dus din centrul zonei Brillouin către valea i pe axele α și, respectiv, β. Pentru o undă acustică care se propagă în direcția ⟨100⟩ și este polarizată în direcția ⟨010⟩, valoarea potențialului de deformație este $\pm \sum_U/3$ [9]. Semnul potențialului de deformație este determinat de faptul că cele două componente ale vectorului $K^{(i)}$ au același semn sau semn opus. Ca atare într-o clasă de văi pe care o notăm (+) energia electronilor crește, iar în cealaltă clasă, pe care o notăm (—), energia electronilor scade (fig. 9.1*c*). Weinreich [1] a introdus noțiunea de sarcină acustică q_a care leagă energia potențială U a electronului de cîmpul de undă periodic

$$U = q_a \Phi, \qquad (9.12)$$

* De fapt Ge are opt minime echivalente pe direcția ⟨111⟩, însă deoarece sînt centrate pe marginile zonei Brillouin, echivalează cu patru minime.

unde Φ este definit astfel încît Φ^2 să reprezinte densitatea de energie acustică. Dacă Φ este periodic atunci $\Phi = \Phi_0 \exp i(kx - \omega t)$, unde k este vectorul de undă şi $\omega = 2\pi\times$ frecvenţa undei acustice. Sarcina acustică este dată pentru unda considerată (se propagă în direcţia ⟨100⟩ şi este polarizată în direcţia ⟨010⟩, în Ge-n de expresia [1]

$$q_a^{(i)} = \pm \frac{\Sigma_U}{3v_s\sqrt{\rho}}, \tag{9.13}$$

unde ρ este densitatea materialului şi v_s — viteza de fază a undei. După cum am mai notat, semnul este determinat dacă cele două componente $K_\alpha^{(i)}$ şi $K_\beta^{(i)}$ au acelaşi semn sau semn opus. Văile sînt astfel împărţite în două clase avînd sarcinile acustice egale şi opuse. După cum de asemenea am mai notat, într-o clasă (+) energia electronilor creşte, iar în cealaltă clasă (—) energia electronilor scade. Dacă considerăm aceasta ca o creştere şi, respectiv, o micşorare a lărgimii benzii interzise pentru cele două clase de văi şi considerăm aplicabilă statistica Boltzmann, concentraţia electronilor va fi

$$n_\pm = n_0 (1 \mp q_a\Phi/k_BT), \tag{9.14}$$

în presupunerea că $q_a\Phi \ll k_BT$, cum de fapt se întîmlplă în realitate. (Am notat cu n_0 valoarea de echilibru a lui n_+ sau n_-). Va exista o variaţie sinusoidală a concentraţiei electronilor de-a lungul undei, însă acolo unde într-o clasă există acumulare în cealaltă clasă există rarefiere (fig. 9.2), astfel încît în fiecare punct din spaţiu sarcina totală este constantă. Sarcina peste toate văile fiind uniformă nu există repulsie electrostatică şi deci efectul acustoelectric va fi mare. Electronii din văile cu energie mai mare vor căuta să treacă în văile cu energie mai mică. Acesta este procesul de relaxare intervăi care duce la atenuarea undei acustice. Rata de tranziţie intervăi, R, este determinată de raportul dintre diferenţa concentraţiilor n_+

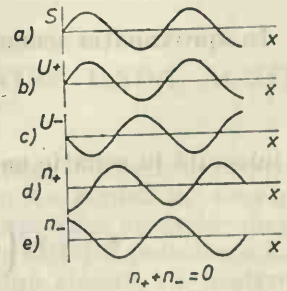


Fig. 9.2 — Aglomerarea şi rarefierea electronilor în Ge-n pentru o undă acustică ce se propagă în direcţia ⟨100⟩ şi este polarizată în direcţia ⟨010⟩: a — deformaţia funcţie de poziţie; b, c — energiile potenţiale ale electronilor în văile (+) şi, respectiv (—); d, e — aglomerarea respectivă de purtători.

şi n_- la un moment dat, din care se scade diferenţa concentraţiilor (date de relaţia (9.14)) la momentul iniţial (diferenţa de echilibru egală cu $-2n_0q_a\Phi/k_BT$) şi timpul, τ, de relaxare intervăi

$$R(- \to +) = -R(+ \to -) = -\frac{2}{3\tau}\left[n_+ - n_- + 2n_0\frac{q_a\Phi}{k_BT}\right]. \tag{9.15}$$

Factorul 2/3 se introduce deoarece din cele trei tranziții intervăi numai două sînt tranziții interclase. Pentru a găsi n_+ și n_- se scriu cele două ecuații de continuitate

$$\frac{\partial n_\pm}{\partial t} - \frac{1}{q}\frac{\partial j_\pm}{\partial x} = R(\mp \to \pm), \tag{9.16}$$

unde

$$j_\pm = D_n\left(F/k_B T + q\frac{\partial}{\partial x}\right) n_\pm, \tag{9.17}$$

D_n fiind coeficientul de difuzie a electronilor.

Scriem curentul de electroni ca fiind compus dintr-un termen de drift (datorat forței locale care însoțește unda acustică) și un termen de difuzie (macroscopic), în cazul cînd lungimea de undă a undelor acustice este mult mai mare decît drumul liber mijlociu al electronilor. Ținînd cont de definiția forței locale F și relația (9.12)

$$j_\pm = -D_n\left[-q(\partial n_\pm/\partial x) \pm (q_a n \pm /k_B T)\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right] \tag{9.18}$$

Notăm că pentru mișcarea pe direcția $\langle 100 \rangle$ coeficientul de difuzie D_n este egal cu coeficientul de difuzie mediat pe direcții. Introducînd relațiile (9.18), (9.15) în (9.16) și folosind relația $n_+ + n_- = 2n_0$ obținem ecuația diferențială pentru $n_\pm$.

$$\frac{\partial n_\pm}{\partial t} - D_n\frac{\partial^2 n_\pm}{\partial x^2} \mp \frac{D_n q_a}{k_B T}\frac{\partial n_\pm}{\partial x} \mp \frac{D_n q_a n_\pm}{k_B T}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} =$$

$$= -\frac{4}{3\tau}\left[n_\pm - n_0\left(1 \mp \frac{q_a \Phi}{k_B T}\right)\right]. \tag{9.19}$$

În aproximația semnalului mic soluția ecuației (9.19) se ia de forma

$$n_\pm = n_0 \pm n_1 e^{i(kx-\omega t)}, \tag{9.20}$$

care înlocuită în ecuație ne dă

$$n_\pm = n_0\left(1 \mp \frac{q_a \Phi_0}{k_B T}\frac{1}{1 - i\omega\tau_R} e^{i(kx-\omega t)}\right), \tag{9.21}$$

unde am notat

$$\frac{1}{\tau_R} = \frac{4}{3\tau} + \frac{1}{\tau_D}, \tag{9.22}$$

timpul de relaxare a distribuției electronilor; $\tau_D = 1/k^2 D_n$ este timpul de relaxare prin difuzie, care depinde de vectorul de undă al undei acustice k și de frecvență ($\omega \sim kv_s$). Prin urmare, relaxarea distribuției electronilor

are loc pe două căi : împrăştierea intervăi şi redistribuirea spaţială (difuzie). Din ecuaţiile (9.21) şi (9.9) se obţine

$$\langle F \rangle = q\mathcal{E} = \frac{q_a^2 w}{v_s^2 k_B T} \frac{\omega^2 \tau_R}{1 + (\omega \tau_R)^2}, \tag{9.23}$$

unde $\mathcal{E}$ este cîmpul acustoelectric. Din această relaţie se determină timpul de relaxare intervăi, măsurînd celelalte mărimi $\mathcal{E}$, W, ω [10].

De fapt, o altă mărime care se poate determina este potenţialul de deformaţie Σ_U care apare în expresia sarcinii acustice q_a. Se poate determina Σ_U şi τ_R prin măsurarea lui $\mathcal{E}$ la două frecvenţe diferite.

De exemplu, prin măsurarea pe Ge-n a $\mathcal{E}$ la frecvenţele acustice de 20 MHz şi 60 MHz s-a găsit $\Sigma_U = 16$ eV $\pm$ 10%, rezultat în bună concordanţă cu măsurătorile prin alte tehnici. Folosind relaţiile (9.23) şi (9.10) se găseşte constanta de atenuare a energiei acustice. (α se mai poate găsi calculînd variaţia constantei elastice [11], relaţia (9.8)). Pentru calculul coeficientului de amplificare se adaugă la expresia curentului (9.18) termenul de drift $(qn \pm /k_B T)\mathcal{E}_d$ datorat cîmpului electric $\mathcal{E}_d$ aplicat din exterior şi se găseşte pentru Ge-n [12] pe baza modelului prezentat mai sus

$$\alpha = \frac{n_0 \Sigma_U^2}{9 v_s^2 k_B T \rho} \frac{\omega^2 \tau_R (1 - v_d/v_s)}{1 + \left(1 - \dfrac{v_d}{v_s}\right) \omega^2 \tau_R^2}, \tag{9.24}$$

unde v_d este viteza de drift a electronilor. O estimare a lui α luînd în considerare şi efectul încălzirii electronilor datorită cîmpului electric aplicat, dă pentru $Ge—n$ o valoare de 16 dB/mm [13]. Vom vedea că în piezoelectrici coeficientul de amplificare este foarte mare în comparaţie cu semiconductoarele în care cuplajul se face prin potenţialul de deformaţie. În continuare notăm că pentru o undă care se propagă în direcţia $\langle 110 \rangle$ şi este polarizată în direcţia $\langle 1\bar{1}0 \rangle$, potenţialul de deformaţie este identic nul pentru toate văile ; ca atare nu există efect acustoelectric.

9.3. CUPLAJUL PIEZOELECTRIC ÎNTRE UNDA ACUSTICĂ ŞI ELECTRONI

Cuplajul piezoelectric între unda acustică şi electroni are loc în cristalele piezoelectrice. Aceste cristale nu au un centru de simetrie de inversiune şi o deformaţie uniformă produce separarea centrelor de gravitaţie ale sarcinilor pozitive şi negative. Apare astfel o polarizare internă şi un cîmp electric. Invers, aplicarea unui cîmp electric dă naştere la o deformare uniformă. Dintre semiconductoarele piezoelectrice amintim familia wurţitei care are structură hexagonală şi din care fac parte un număr de compuşi $A^{II} B^{VI}$, cum sînt ZnO, CdS, ZnS, CdSe, CdTe şi ZnTe. În aceste semiconductoare sînt însoţite de efectul piezoelectric undele care se propagă în direcţia axei optice (axa hexagonului) şi undele care se propagă perpendicular pe direcţia axei optice şi sînt polarizate pe direcţia ei. O altă familie d · semiconductoare piezoelectrice o formează semiconductoarele cu structură cubică de tipul blendei (sulfurii) de zinc, din care fac

UNIV. „AL. I. CUZA" BIBL. DE FIZICĂ

parte unii compuși $A^{III}\,B^{V}$ (GaAs, InSb, GaP, InAs, AlP etc.) și $A^{II}\,B^{VI}$ (CdS, CdSe, ZnS, ZnSe, ZnTe). În aceste semiconductoare efectul piezoelectric apare pentru o undă longitudinală care se propagă pe direcția (111) și pentru o undă care se propagă pe direcția (110) sau pe altă direcție echivalentă și este polarizată pe axele cubului (adică pe axele (001), (010) și (100)). Considerăm o undă longitudinală care se propagă pe direcția x și produce o deplasare locală u. Dacă notăm tensorul tensiunii cu T iar tensorul deformației $S = \partial u/\partial x$, atunci ecuația de mișcare a acestei unde se scrie

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\text{forța}}{\text{unitatea de volum}} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \tag{9.25}$$

unde ρ este densitatea materialului. În piezoelectrici legea lui Hooke (ec. (9.1)) care leagă tensorul tensiunii de tensorul deformației se modifică deoarece cîmpul de polarizare care însoțește deformația aduce o contribuție la energia internă a cristalului. În acest caz

$$T = cS - e_p \mathcal{E}, \tag{9.26}$$

iar deplasarea electrică este dată de ecuația

$$D = \varepsilon \mathcal{E} + e_p S. \tag{9.27}$$

unde c este constanta elastică, e_p — constanta piezoelectrică, $\mathcal{E}$ — cîmpul electric de polarizare și ε — constanta dielectrică. Ultimele două ecuații se numesc ecuațiile de stare piezoelectrice. Substituind ecuația (9.26) în (9.25), obținem

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - e_p \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x}. \tag{9.28}$$

Cîmpul electric care însoțește unda acustică în piezoelectrici (ec. (9.27)) influențează mișcarea purtătorilor liberi. Dacă viteza de drift a electronilor este mult mai mică decît viteza sunetului (cazul cîmpului slab), influența cîmpului electric se manifestă numai asupra împrăștierii electronilor (și deci asupra mobilității acestora); apare așa-numita împrăștiere piezoelectrică [14]. Cu alte cuvinte, în cazul cîmpului de drift slab, electronii pe de o parte și vibrațiile rețelei pe de altă parte pot fi tratate ca sisteme independente iar cuplajul piezoelectric ca o mică perturbație. Cînd viteza de drift a electronilor depășește viteza sunetului (cazul cîmpului de drift intens), electronii se cuplează puternic cu undele rețelei prin intermediul undelor de sarcină spațială, determinate de mișcarea electronilor [15], ceea ce conduce la amplificarea puternică a undelor acustice în materialele piezoelectrice. Deoarece efectul este asociat cu mișcarea purtătorilor majoritari (electroni în CdS de tip n) considerăm numai ecuația de mișcare a electronilor. Densitatea de curent electric j este dată de expresia

$$j = q\mu n_c \mathcal{E} + qD_n \left(\frac{\partial n_c}{\partial x}\right). \tag{9.29}$$

unde n_c este concentrația electronilor din banda de conducție la un moment dat și poate fi scrisă

$$n_c = n_0 + f n_s, \tag{9.30}$$

unde n_0 este concentrația electronilor în absența deformației (spațial independentă) și fn_s este concentrația purtătorilor de neechilibru (datorată undelor de sarcină spațială; un exemplu de unde de sarcină spațială este dat în figurile 9.2*d* și *e* pentru semiconductoare nepiezoelectrice). Factorul f arată ce fracțiune din electronii de neechilibru participă la conducție, dacă există capcane pe care se poate fixa o parte din electroni (se cunoaște că asemenea capcane există în banda interzisă a CdS); în absența capcanelor $f = 1$.

Sarcina spațială $Q = -qn_s$ este legată de deplasarea electrică prin ecuația lui Poisson

$$\frac{\partial D}{\partial x} = Q = -qn_s, \tag{9.31}$$

și de densitatea de curent prin ecuația de continuitate

$$\frac{\partial j}{\partial x} = -\frac{\partial Q}{\partial t} = q\frac{\partial n_s}{\partial t}. \tag{9.32}$$

Dacă eliminăm din ultimele patru ecuații n_c, n_s și j, rezultă

$$\frac{\partial^2 D}{\partial x \partial t} = \mu \frac{\partial}{\partial x}\left\{\left(qn_0 - f\frac{\partial D}{\partial x}\right)\mathcal{E}\right\} - D_n \frac{\partial^3 D}{\partial x^3}. \tag{9.33}$$

În această ecuație se înlocuiește D cu expresia dată de relația (9.27) și se găsește cîmpul electric $\mathcal{E}$. Primele calcule de acest fel au fost făcute de Hutson și White [16] și au fost extinse la cazul cînd se aplică un cîmp electric continuu $\mathcal{E}_d$ de către White [17].

În cazul semnalului mic cîmpul electric $\mathcal{E}$ se ia de forma

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_d + \mathcal{E}_1 e^{i(kx-\omega t)}, \tag{9.34}$$

unde $\mathcal{E}_1$ este amplitudinea cîmpului electric sinusoidal care însoțește unda acustică ce se propagă prin mediul piezoelectric. Folosind relațiile (9.34) și (9.27) se scrie

$$D = e_p \frac{\partial u}{\partial x} + \varepsilon(\mathcal{E}_d + \mathcal{E}_1 e^{i(kx-\omega t)}). \tag{9.35}$$

în care u este deplasarea locală și se ia de forma

$$u(x, t) = u_0 e^{i(kx-\omega t)}. \tag{9.36}$$

Substituind ultimele două ecuații în (9.33) și neglijînd termenii de ordinul doi obținem relația dintre cîmpul de polarizare și deplasarea locală u

$$\mathcal{E}_1 = \frac{-ike_p u}{\varepsilon}\left\{1 + \frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\left[1 + f\mu\frac{k}{\omega}\mathcal{E}_d + iD_n\omega f\left(\frac{k}{\omega}\right)^2\right]^{-1}\right\}, \tag{9.37}$$

unde $\sigma = n_0 q\,\mu$ este conductivitatea, $k = i\alpha + \omega/v_s$ — constanta de propagare (vectorul de undă) și α — constanta de atenuare. Cu relația (9.37), ecuația undelor (9.38) devine

$$-\rho\omega^2 = -c'k^2, \tag{9.38}$$

unde c' este constanta elastică modificată

$$c' = c\left\{1 + \frac{e_p^2}{\varepsilon}\left(1 + \frac{i\sigma}{\varepsilon\omega}\left[1 + f\mu\frac{k}{\omega}\mathcal{E}_d + iD_n f\left(\frac{k}{\omega}\right)^2\right]^{-1}\right)^{-1}\right\}. \tag{9.39}$$

Pentru a găsi constanta de atenuare α trebuie să găsim soluția k a ecuației (9.38) care este o ecuație de ordinul patru cu coeficienți complecși. Această ecuație poate fi adusă la o ecuație de gradul doi dacă în expresia lui c' punem $k \simeq \omega/v_s$, avînd în vedere că atenuarea este mică ($|\alpha| \ll \omega/v_s$). Cu această simplificare se obține k din ecuația (9.38) și astfel

$$\alpha = \frac{\omega}{v_s}c^{1/2}I_m(c'^{-1/2}) = \frac{e_p^2}{2\varepsilon^2 c\,v_s\gamma}\frac{\sigma}{}\left[1 + \frac{\sigma^2}{\gamma^2\varepsilon^2\omega^2}\left(1 + \frac{\varepsilon\omega^2 f^2 D_n^2}{\sigma v_s^2}\right)\right]^{-1}$$

unde

$$\gamma = 1 - f\mu\mathcal{E}_d/v_s. \tag{9.40}$$

Cînd $\mathcal{E}_d = 0$, nu aplicăm cîmp electric extern, rezultă $\gamma = 1$ și $\alpha > 0$. În acest caz amplitudinea undei variază după $\exp(-\alpha x)$, adică se atenuează; unda cedează energie electronilor. Notînd $\mu\mathcal{E}_d = v_d$, viteza de drift a electronilor și considerînd $f = 1$ (adică nu există captură de electroni pe capcane) scriem, $\gamma = 1 - v_d/v_s$. Se observă că dacă $v_d < v_s$ $0 < \gamma < 1$, atunci $\alpha > 0$ și avem în acest caz atenuare iar cînd viteza de drift a electronilor v_d depășește viteza de fază a undei v_s, $\gamma < 0$, $\alpha < 0$ și amplitudinea undei se amplifică cu $\exp(|\alpha|x)$. Însă, dacă există capcane, condiția de amplificare este $fv_d > v_s$, unde $f < 1$ ceea ce arată că trebuie să aplicăm un cîmp electric mai mare pentru a avea aceeași amplificare ca și în cazul cînd nu există capcane. Deci prezența capcanelor este neavantajoasă. Pe figura 9.3 se vede variația constantei de atenuare α cu cîmpul aplicat.

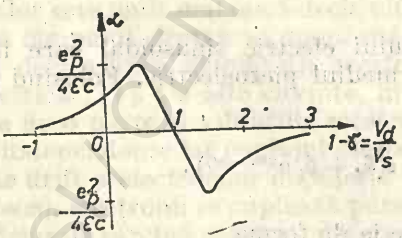


Fig. 9.3 — Dependența constantei de atenuare de cîmpul electric.

Curba este simetrică față de punctul la care viteza de drift a electronilor este egală cu viteza undei. Aceasta înseamnă că în acest punct $\gamma = 0$. Uneori, în loc de α se folosește expresia

$$G = 10\,\log_{10}[e^{-\alpha}]^2,\ \text{dB/cm}, \tag{9.41}$$

care se numește cîștig de putere (energie). Curbele teoretice ale cîștigului de energie funcție de frecvența undei acustice sînt trasate pe figura 9.4

pentru o probă de CdS. Se observă că G poate atinge sute de dB/mm, adică în semiconductoare piezoelectrice amplificarea ultrasunetelor este mult mai mare decît în semiconductoare nepiezoelectrice.

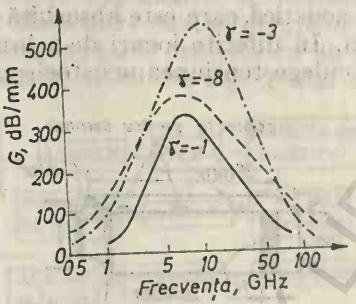


Fig. 9.4. — Cîștigul de energie funcție de frecvența undei acustice calculat pentru o undă acustică longitudinală în CdS cu $\sigma/\varepsilon = 10^{10}$ Hz.

Se poate face acum o comparație între cuplajul prin potențialul de deformație și cuplajul piezoelectric. Ecuația (9.11) o scriem simplificat sub forma

$$U = \Sigma S, \tag{9.42}$$

unde U este energia potențială a electronului sub acțiunea deformației. Dacă deformația este sinusoidală, atunci ea va fi însoțită de un cîmp electric sinusoidal

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} = \mathrm{i}\frac{k}{q}\Sigma S \simeq \frac{\mathrm{i}}{q}\frac{\omega}{v_s}\Sigma S \tag{9.43}$$

(i arată că există o diferență de fază de 90° între $\mathcal{E}$ și S de unde se vede că pentru Ge, $\Sigma_v \simeq 16$ eV, $v_s \simeq 5\cdot 10^3$ m/s, rezultă $\mathcal{E}/S = \omega\Sigma/v_s \simeq 10^{-3}\,\omega$, V/m, cuplajul prin potențialul de deformație depinde de frecvență. Considerînd un piezoelectric, de exemplu GaAs, pentru o concentrație mică a purtătorilor liberi $D = 0$ și din relația (9.27) rezultă $(\mathcal{E}/S) = e_p/\varepsilon = 10^9$ V/m ($e_p = 0{,}1$ C/m, $\varepsilon = 10^{-10}$ F/m). Comparînd cele două tipuri de cuplaje se observă că numai la frecvențe de 10^{12} Hz cuplajul prin potențialul de deformație poate deveni egal cu cuplajul piezoelectric.

9.4. DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A CÎMPULUI ACUSTOELECTRIC ȘI A COEFICIENTULUI DE AMPLIFICARE A ULTRASUNETELOR

a. *Măsurarea cîmpului acustoelectric și determinarea timpului de relaxare intervăi în Ge-n*

Am văzut că efectul acustoelectric constă în apariția unui cîmp electric continuu de-a lungul direcției de propagare a undei acustice cînd aceasta se deplasează într-un mediu care conține purtători liberi. Făcînd o estimare a cîmpului acustoelectric dat de relația (9.23) pentru un flux de energie acustică de 1 W/cm² la o frecvență de 60 MHz cînd timpul de împrăștiere intervăi $\tau \simeq 10^{-11}$s și $\Sigma \simeq 16$ eV pentru Ge, se obține $\mathcal{E} > 1\,\mu$V/cm,

valoare ce poate fi măsurată. Se observă, de asemenea, din relația (9.23) că $\mathcal{E}$ este cu atît mai mare cu cît temperatura este mai joasă; de aceea este avantajos să se facă experiențele la temperaturi cît mai joase. În principiu, se ia o probă de Ge-*n* (fig. 9.5) și i se injectează la un capăt energia acustică care este absorbită la celălalt capăt de către un absorber de indiu. În diferite locuri de-a lungul probei se atașează electrozi între care se culege tensiunea acustoelectrică.

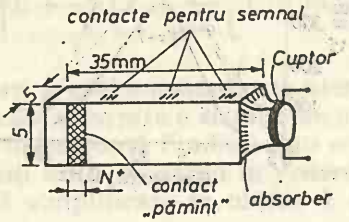


Fig. 9.5 — Proba de Ge folosită pentru măsurătorile de efect acustoelectric.

Fluxul de energie acustoelectrică este dat de un transductor de cuarț tăiat în Y cu dimensiunile 0,4826 cm × 0,4826 cm × 0,0127 cm și frecvența fundamentală de 20 MHz. Pe o față a cristalului de cuarț se depune un strat de aur, care se folosește ca electrod pentru semnalul de radiofrecvență, iar cu fața opusă se atașează probei de Ge prin intermediul unei soluții de lubricant. Contactul la pămînt se face la capătul probei de Ge care vine în contact cu transductorul. Această porțiune, notată pe figura 9.5 cu N^+, este foarte puternic dopată față de restul probei pentru a evita neliniaritatea pe care o poate introduce în circuit contactul metal-semiconductor. Contactele electrice pe Ge se fac prin depunerea de straturi de aur plus 0,1% stibiu în vid: unul în regiunea N^+ și trei de-a lungul probei (fig. 9.5).

La capătul probei de Ge opus transductorului se depune indiu (care folosește ca absorber de energie) de care se atașează un cuptoraș. Proba se fixează pe un suport ce cupru și se introduce într-un criostat. Transductorul este acționat de un oscilator de radiofrecvență de 20 MHz. Absorberul de indiu se încălzește datorită fluxului de energie acustică care trece prin proba de Ge. Apare astfel un flux de căldură de la absorber la transductor și o forță termoelectromotoare continuă care se măsoară cu un potențiometru compensator. Se întrerupe apoi fluxul de energie acustică și se încălzește cuptorașul atașat absorberului pînă cînd forța termoelectromotoare măsurată are aceeași valoare cu cea din experiența anterioară. În acest moment energia electrică consumată de cuptor (care se poate calcula ușor) este egală cu energia acustică. Prin această metodă se găsește fluxul de energie acustică care intră în expresia (9.23). Pentru a găsi τ din această expresie mai trebuie măsurat cîmpul acustoelectric și temperatura. Datorită forței termoelectrice continue apărute în probă, nu putem măsura tensiunea acustoelectrică, care este de asemenea continuă.

De aceea se modulează radioafrecvența cu o audiofrecvență de 30 kHz și se măsoară tensiunea acustoelectrică modulată între aceleași contacte între care se măsoară și forța termoelectrică. Măsurătorile se fac între fiecare din cele trei contacte și contactul „pămînt" făcîndu-se apoi media valorilor găsite. Tensiunea acustoelectrică culeasă trece printr-un filtru trece-jos pentru a înlătura semnalul de radiofrecvență, care ar trece curentul prin contacte, iar de aici, printr-un amplificator cu zgomot mic,

la un detector de fază sensibil şi apoi la un oscilograf. Schema bloc a circuitului de măsură se vede pe figura 9.6.

Pentru măsurarea temperaturii se etalonează iniţial rezistivitatea probei funcţie de temperatură şi în timpul experienţei se măsoară ρ; în acest scop se aplică un curent de 3,2 MHz între contactul „pământ" şi absorber şi se măsoară tensiunea între două contacte centrale cu un potenţiometru de curent alternativ. S-au măsurat astfel W, $\mathcal{E}$ şi T din relaţia

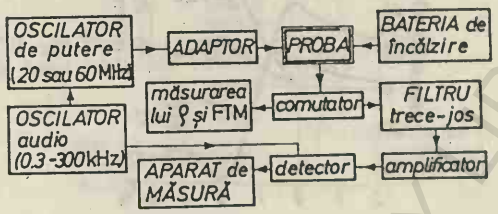


Fig. 9.6 — Schema bloc de măsură a tensiunii acusto-electrice.

(9.23) şi s-a determinat τ în Ge dopat cu As şi cu Sb de diferite concentraţii într-un domeniu mare de temperatură [1,10] (fiind cunoscută dependenţa de temperatură şi de concentraţia de dopare a coeficientului de difuzie a electronilor).

b. *Amplificarea ultrasunetelor*

Curbele cîştigului (amplificării) de energie acustică din figura 9.4 arată că maximul de amplificare are loc pentru o anumită frecvenţă a undei pentru o probă de conductivitate dată. Pentru a găsi această frecvenţă, să exprimăm G din (9.41) funcţie de α din (9.40)

$$G(\mathrm{dB/cm}) = 4{,}34\,\frac{F_1^2\,\omega}{v_s}\,\frac{\gamma\dfrac{\omega_c}{\omega}}{\gamma^2+\left(\dfrac{\omega_c}{\omega}+\dfrac{\omega}{\omega_D}\right)}, \tag{9.44}$$

unde am notat $F_1 = e_p^2/\varepsilon c$ (F_1 se numeşte factor de cuplaj electromecanic), $\omega_c = \tau/\varepsilon$ (frecvenţa de relaxare dielectrică înmulţită cu 2π), $\omega_D = v_s^2/fD_n$ (frecvenţa de difuzie înmulţită cu 2π). Pentru cele mai multe materiale $\omega_D > 10^9$ Hz. Ca atare la frecvenţe mai mici decît 10^9 Hz termenul ω/ω_D se poate neglija şi cîştigul de energie creşte cu ω^2.

La frecvenţe mai mari decît 10^9 Hz, ω/ω_D devine dominant şi G descreşte cu creşterea frecvenţei undei acustice (variază cu $1/\omega^2$).

Între aceste două extreme există un maxim de cîştig de energie acustică la

$$\omega_m = (\omega_c \cdot \omega_D)^{1/2}.$$

În acelaşi timp cîştigul de energie este maxim la un cîmp electric aplicat mare care este însoţit de o disipare de energie (căldură Joule) de asemenea mare, care poate să schimbe caracteristicile materialului şi chiar să distrugă dispozitivul. Puterea electrică disipată pe cm³ este dată de relaţia

$$P = \mathcal{E}_a^2\sigma = \frac{v_s^2}{\mu^2}(1-\gamma)^2\,\sigma.$$

Trebuie să se lucreze în asemenea condiții ca astfel P/G să fie minim. Deoarece G crește liniar cu $1-\gamma$, iar P crește cu $(1-\gamma)^2$ la valorile lui $1-\gamma$ pentru care G se apropie de maxim, P crește mai rapid decît G. Deci $(P/G)_{min}$ se realizează la o valoare a lui $(1-\gamma)$ mai mică decît cea pentru care cîștigul

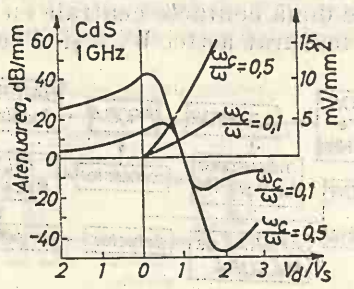


Fig. 9.7 — Atenuarea și puterea electrică disipată funcție de v_d/v_s.

de energie acustică este maxim. Acest lucru se poate observa în figura 9.7 unde sînt reprezentate atît G cît și P funcție de $(1-\gamma) = v_d/v_s$ pentru CdS [19]. Cum G și P depind și de conductibilitatea semiconductorului, adică de concentrația purtătorilor liberi și de mobilitatea acestora, se caută condițiile optime pentru ω_c și v_d/v_s pentru ca P/G să fie minim. În acest scop s-au făcut calcule pentru diferite semiconductoare piezoelectrice și s-a trasat grafic P/G funcție de v_d/v_s pentru ω_c/ω ca parametru într-un domeniu de frecvență de la 0,1 la 2 GHz, găsindu-se astfel pentru fiecare semiconductor condițiile optime de amplificare.

Pe figura 9.8 este reprezentată valoarea minimă a raportului P/G funcție de frecvență pentru diverse materiale.

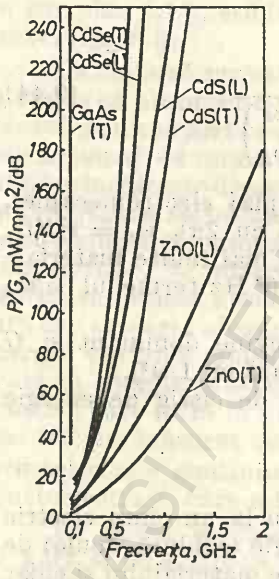


Fig. 9.8 — Comparație între valorile minime ale raportului P/G pentru diverse materiale pentru unde acustice longitudinale L și transversale T.

Puterea Joule disipată în cristalul amplificator este direct proporțională cu aria secțiunii A, în timp ce cîștigul (amplificarea) este independent de A. Prin urmare, este de dorit să proiectăm amplificatorul cu secțiunea A minimă, bineînțeles funcție de puterea de ieșire limită dorită. S-a arătat că nivelul maxim de putere se obține la saturație, cînd toți electronii din banda de conducție sînt implicați în procesul de aglomerare. Acest maxim este funcție de frecvență și de aria secțiunii cristalului și corespunde nivelului de saturație al fluxului acustic amplificat. Amplificarea ultrasunetelor a fost realizată pentru prima dată de către Hutson, Mc Fee și White [3] în 1961 pe CdS. Ei au obținut un cîștig de energie acustică de 18 dB la 18 MHz și de 38 dB la 45 MHz pentru o probă de 7 mm lungime. Montajul experimental folosit se vede pe figura 9.9. Probei de CdS i se atașează două contacte metalice (de indiu) la două capete opuse la care se aplică cîmpul electric continuu. La ambele capete se atașează în continuare cîte un transductor de cuarț prin intermediul unui cristal adaptor (tot de cuarț) care joacă rol de adaptor elastic. Transductorului de intrare i se aplică un semnal de radiofrecvență de la un gene-

rator de radiofrecvenţă şi produce ultrasunete. Transductorul la celălalt capăt, de ieşire, transformă unda acustică amplificată în semnal de radiofrecvenţă (joacă rol de receptor de ultrasunete) care este amplificat, detectat şi măsurat. Pentru a crea purtătorii liberi

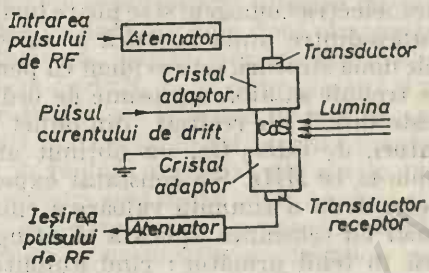


Fig. 9.9 — Montajul experimental folosit pentru amplificarea ultrasunetelor în CdS.

în CdS, proba se iluminează cu o lampă cu mercur (CdS absoarbe linia mercurului de 5780 Å). Tensiunea electrică continuă se aplică în impulsuri, pentru a împiedica deteriorarea dispozitivului datorită valorii ei mari. Un sistem automat poate declanşa în acelaşi timp impulsul tensiunii continue şi al celei de radiofrecvenţă. În tabela 9.1 coloana 7 sînt date valorile limită ale cîmpului de drift necesar pentru amplificarea undelor acustice longitudinale şi transversale în CdS şi ZnO. Ele diferă cu mobilitatea purtătorilor de sarcină şi cu polarizarea undei (viteza de fază a undei depinde de polarizarea ei).

Tabela 9.1

Caracteristici ale amplificatorilor de ultrasunete

Cristalul	Tipul undei	Direcţia de propagare	Direcţia de polarizare	v_s, cm/s	μ_H, cm/Vs	$\mathcal{E}_d$, V/cm	$\mathcal{E}_p$, V/cm
Cds	transversală	$\perp$ pe c*	$\parallel$ cu c	$1{,}75 \cdot 10^5$	200	175	1 000
CdS	longitudinală	$\parallel$ cu c	$\parallel$ cu c	$4{,}41 \cdot 10^5$	200	2 200	1 200
ZnO	transversală	$\perp$ pe c	$\parallel$ cu c	$2{,}73 \cdot 10^5$	180	1 500	1 400
ZnO	longitudinală	$\parallel$ cu c	$\parallel$ cu c	$6{,}10 \cdot 10^5$	180	3 400	1 700

* cu c am notat axa hexagonului

Din tabela 9.1 rezultă pentru cîmpul de drift $\mathcal{E}_d$ valori de 1 000 V/cm pentru CdS şi mai mari pentru ZnO [20]. Asemenea valori mari ale cîmpului de drift sînt condiţionate de mobilitatea mică a purtătorilor de sarcină în piezoelectrici ($\sim$200 cm^2/Vs). Un cîmp electric de drift mic poate fi folosit pentru amplificarea ultrasunetelor în semiconductoare nepiezoelectrice, în care mobilitatea electronilor este mai mare cu un ordin de mărime decît în piezoelectrici. Însă, aşa cum am observat în capitolul anterior, în nepiezoelectrici amplificarea este mult mai mică datorită cuplajului prin potenţialul de deformaţie. De aceea s-au realizat amplificatori de ultrasunete din straturi subţiri alternative de semiconductoare piezoelectrice şi nepiezoelectrice. Unda acustică şi curentul electric se propagă de-a lungul graniţei dintre cele două straturi. Curentul electric va curge în special prin nepiezoelectric (deoarece în el mobilitatea purtătorilor este mai mare). Cîmpul electric local care însoţeşte unda acustică în piezoelectrici va pătrunde în semicon-

ductorul nepiezoelectric şi va grupa purtătorii de sarină ca şi în cazul semiconductorului omogen. Va avea loc amplificarea undei atunci cînd viteza de drift a electronilor din nepiezoelectric depăşeşte viteza de fază a undei acustice. Pentru realizarea acestei condiţii este necesar de astădată un cîmp electric de drift cu un ordin de mărime mai mic decît în cazul amplificatorilor piezoelectrici omogeni şi se poate lucra în regim continuu. Deoarece interacţiunea dintre unda acustică şi curentul electric are loc la graniţa dintre cele două straturi, este evident că pentru a obţine o amplificare mare, straturile trebuie să aibă o grosime de ordinul lungimii de undă acustice, ceea ce este dificil de realizat din punct de vedere practic. În asemenea amplificatori, de CdS+Ge, s-a obţinut un cîştig de energie acustică de 580 dB/mm la 10 MHz. S-a constatat experimental că în amplificatorii de ultrasunete, de la o anumită valoare a cîmpului de drift curentul nu mai creşte liniar cu tensiunea aplicată ci atinge o saturaţie [21]. Acest fapt se explică în felul următor: cînd amplitudinea undei acustice amplificate devine atît de mare încît diferenţa de potenţial între maximul şi minimul undei depăşeşte $k_B T/q$, purtătorii se vor acumula în regiunile de potenţial minim şi cîmpul acustoelectric va depăşi cîmpul electric aplicat. În această situaţie, dacă creştem cîmpul electric mai departe întreaga energie electrică va fi absorbită de undă fără ca viteza electronilor să mai crească; cu alte cuvinte curentul acustoelectric care apare anulează parţial curentul de drift (paragraful 9.6).

Valorile cîmpului de prag $\mathcal{E}_p$ la care apare saturaţia caracteristicii volt-amper pentru CdS şi ZnO sînt date în tabela 9.1.

O altă problemă care intervine în amplificatorii de ultrasunete este reflexia undelor la capetele cristalului datorită proprietăţilor elastice diferite ale amplificatorului şi transductorilor.

Pentru a înlătura acest fenomen se foloseşte cristalul amplificator şi ca transductor [22]. Transductorii se formează la cele două capete ale cristalului prin difuzia unui acceptor, de exemplu în CdS a cuprului, pe o distanţă de 2 μm pentru a da o frecvenţă de 1 GHz (lungimea de undă a frecvenţei fundamentale a transductorului este egală cu de două ori grosimea sa).

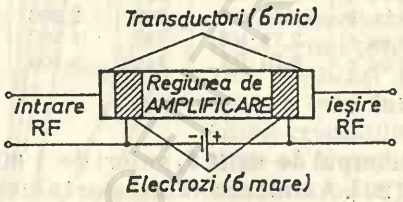


Fig. 9.10 — Amplificatorul de ultrasunete cu structură integrală din CdS.

Contactele metalice se fac cu indiu prin difuzie (indiu în CdS este donor şi îi apropie conductivitatea de cea a metalelor). Schema amplificatorului integral din CdS se vede pe figura 9.10.

9.5. EFECTELE CÎMPULUI MAGNETIC. AMPLIFICAREA UNDELOR ACUSTICE ÎN SEMIMETALE. REZONANŢE.

Am văzut că amplificarea undelor acustice are loc atunci cînd viteza de drift a electronilor de conducţie căpătată într-un cîmp electric extern depăşeşte viteza de fază a undelor acustice. În nepiezoelectrici, unde cupla-

jul între unda acustică și electroni se face prin potențialul de deformație, amplificarea ultrasunetelor este foarte slabă. Am observat, de asemenea, că în materialele în care concentrația electronilor este egală cu concentrația golurilor amplificarea undelor acustice și efectul acustoelectric sînt neglijabile. În acest caz dacă se aplică un cîmp magnetic de inducție B perpendicular pe un cîmp electric $\mathcal{E}_d$ continuu, se obține amplificarea ultrasunetelor ce se propagă în direcție perpendiculară pe cele două cîmpuri (adică în direcția forței Lorentz ce acționează asupra purtătorilor de sarcină). Aceasta se întîmplă deoarece viteza de drift, v_B, în cîmp electric și magnetic încrucișate este independentă de semnul purtătorilor de sarcină ; electronii și golurile se mișcă în același sens în direcția forței Lorentz și aglomerarea electronilor și golurilor are loc în regiuni succesive din spațiu în direcția propagării undei ceea ce face ca sarcina spațială să nu se anuleze ci, dimpotrivă, să ducă la creșterea forței acustice locale. De aceea această metodă este specifică semimetalelor (unde concentrația electronilor este egală cu concentrația golurilor) cum ar fi Bi, As, Sb, Se, Te și unor aliaje ale acestora cu metalele de tranziție [23, 24]. Este aplicabilă de asemenea semiconductoarelor intrinseci și a fost extinsă la semiconductoarele extrinseci puternic dopate (practic, cu un singur tip de purtători de sarcină) [25].

Din punct de vedere clasic mișcarea unui electron în cîmpul electric continuu și magnetic este descrisă de forța Lorentz

$$\boldsymbol{F} = -q[\mathcal{E}_d + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}], \tag{9.45}$$

$\boldsymbol{v}$ fiind viteza electronului în direcția cîmpului de drift aplicat.

În cazul cînd cîmpul electric este perpendicular pe cîmpul magnetic, electronul execută o mișcare de rotație în jurul direcției lui B în sensul acelor de ceasornic, descriind cu frecvența $\omega_B = qB/m$ un cerc de rază $r_B = mv/qB$, și în același timp se deplasează în direcția $\mathcal{E}_d \times \boldsymbol{B}$ cu viteza de drift $v_B = \mathcal{E}_d/B$ (mișcarea electronului este o mișcare helicoidală). Viteza de drift v_B este independentă de masa și de sarcina particulei. Scriem curentul electric ca fiind compus dintr-o componentă de drift și o componentă de difuzie. Componenta de drift este compusă din doi termeni : un termen datorat cîmpului care însoțește unda acustică $-n\mu\boldsymbol{F}$, unde $\boldsymbol{F}$ este forța acustică locală (paragraful 9.1), și un termen datorat vitezei de drift $\boldsymbol{v}_B$, $-qnv_B = -qn(\mathcal{E}_d/B)$, unde $\mathcal{E}_d$ este cîmpul electric de drift aplicat din exterior. Prin urmare, pentru o undă acustică polarizată longitudinal care se deplasează în direcția x printr-un cristal asupra căruia este aplicat un cîmp electric în direcția y și un cîmp magnetic în direcția z, densitatea de curent de electroni este

$$j_{nx} = -qn(\mathcal{E}_d/B) - n\mu_n F_n + qD_n \frac{\partial n}{\partial x}, \tag{9.46}$$

iar densitatea de curent de goluri este

$$j_{px} = qp(\mathcal{E}_d/B) + p\mu_p F_p - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}, \tag{9.47}$$

p fiind concentrația golurilor din cristal. S-a presupus că lungimea de undă a undei acustice este mult mai mare decît raza ciclotron a elec-

tronilor (și golurilor) și că frecvența ciclotron ω_B este mult mai mare decît frecvența de ciocnire a purtătorilor de sarcină $1/\tau$ (τ este timpul de relaxare a purtătorilor de sarcină). În ecuațiile de mai sus în condițiile considerate, $\omega_B\tau \gg 1$, mobilitățile purtătorilor de sarcină sînt date de expresiile $\mu_n = m_n/(\tau_n B)^2$; $\mu_p = m_p/(\tau_p B)^2$ cu timpii de viață ai electronilor și golurilor evaluați la nivelul Fermi F_f[26]. În metale și în semiconductoare degenerate coeficientul de difuzie D_i este legat de mobilitatea μ_i prin relația (cap. I)

$$qD_i = (2/3)\ \xi\mu_i, \tag{9.48}$$

unde ξ este nivelul Fermi măsurat de la marginea benzii respective, adică $\xi = F_f - E_c$ pentru electroni și $\xi = E_v - F_f$ pentru goluri. Relația (9.48) diferă de relația existentă între coeficientul de difuzie și mobilitatea purtătorilor de sarcină în semiconductoare nedegenerate. Folosim în locul forței locale F cîmpul electric asociat undei acustice definit prin $F_n = -q\mathcal{E}_n$; $F_p = q\mathcal{E}_p$. În continuare scriem ecuațiile de continuitate pentru electroni și goluri

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial j_{nx}}{\partial x}; \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial j_{px}}{\partial x}. \tag{9.49}$$

Înmulțind prima ecuație cu μ_p și a doua cu μ_n și adunîndu-le se obține (ținînd cont de relațiile (9.46) și (9.47) relația

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\mathcal{E}_d}{B}\frac{\partial n}{\partial x} + D_0\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu(\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_p)\frac{\partial n}{\partial x} + n\mu\frac{\partial}{\partial x}(\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_p), \tag{9.50}$$

unde $D_0 = (\mu_p D_n + \mu_n D_p)/(\mu_n + \mu_p)$ și $\mu^{-1} = \mu_n^{-1} + \mu_p^{-1}$. Am luat în considerare că $n = p$ (condiția de neutralitate este îndeplinită), situație valabilă cînd perioada undei acustice este mult mai mare decît timpul de relaxare dielectrică și lungimea sa de undă este mult mai mare decît lungimea de undă, Debye. Pentru a rezolva ecuația de mai sus în ultimul termen înlocuim n cu n_0 (concentrația electronilor de echilibru) și neglijăm al treilea termen în comparație cu ceilalți termeni din partea dreaptă a ecuației (9.50). Considerînd că atît n cît și $\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_p$ variază după legea $\exp[i(kx - \omega t)]$, găsim

$$n = n_0 + \frac{ikn_0\mu_n(\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_p)}{D_0k^2 + i[(\mathcal{E}_a k/B) - \omega]}. \tag{9.51}$$

Pentru a găsi constanta de atenuare α folosim ecuația (9.5) și scriem rata medie de variație a energiei (energia medie transferată rețelei pe unitatea de volum și de timp de către sistemul electronic)

$$\left\langle \frac{dU}{dt} \right\rangle = \mathrm{Re}\left[\frac{j_{nx}\mathcal{E}_n^* + j_{px}\mathcal{E}_p^*}{2}\right] \tag{9.52}$$

(unde simbolul Re înseamnă partea reală și asteriscul înseamnă complex conjugat). Dacă notăm energia potențială a electronului în banda de conducție cu U_c iar în banda de valență cu U_v scriem $U_c = E_c + q_a^n\Phi$

și $U_v = E_v + q_a^p \Phi$, unde E_c și E_v sînt marginile benzii de conducție și, respectiv, de valență, q_a^n și q_a^p sînt sarcinile acustice pentru electroni și goluri (ec. (9.12)) iar Φ este cîmpul acustic definit în paragraful 9.2 $\Phi = \Phi_0 \exp i(kx - \omega t)$.

$$\mathcal{E}_n^\circ = \frac{1}{q}\frac{dU_c}{dx} = \frac{1}{q} ikq_a^n \Phi_0 \exp[i(kx - \omega t)],$$
$$\mathcal{E}_p^\circ = \frac{1}{q}\frac{dU_v}{dx} = \frac{1}{q} ikq_a^p \Phi_0 \exp[i(k_x - \omega t)], \tag{9.53}$$

unde $\mathcal{E}_n^\circ$ și $\mathcal{E}_p^\circ$ reprezintă cîmpul electric efectiv care acționează asupra electronilor și, respectiv, golurilor, datorat potențialului de deformație. $\mathcal{E}_n$ și $\mathcal{E}_p$ din ecuațiile de mai sus conțin în afară de $\mathcal{E}_n^\circ$ și $\mathcal{E}_p^\circ$ și un termen, $\mathcal{E}_s$, datorat sarcinii spațiale create de interacția electron-fonon (cîmpul electric rezultat din redistribuirea sarcinii), adică $\mathcal{E}_n = \mathcal{E}_s + \mathcal{E}_n^\circ$; $\mathcal{E}_p = \mathcal{E}_s + \mathcal{E}_p^\circ$. Pentru o perturbație sinusoidală mică $\mathcal{E}_s$ este porpoțional cu cîmpul acustic Φ. Substituind j_{nx} și j_{px} date de relațiile (9.46) și (9.47) precum și $\mathcal{E}_n$ și $\mathcal{E}_p$ în ecuația (9.52), se obține

$$\left\langle \frac{dU}{dt} \right\rangle = \frac{qn_0(q_a^n - q_a^p)^2 k^2 \Phi_0^2}{2q^2} \cdot \frac{v_s[(\mathcal{E}_d/B) - v_s]}{(D_0 k)^2 + [(\mathcal{E}_d/B) - v_s]^2}. \tag{9.54}$$

Flxul de energie acustică este $W = \langle \Phi^2 \rangle v_s = (1/2)\Phi_0^2 v_s$ sau $W = U \cdot v_s$. Avînd în vedere aceste relații și ecuația (9.5) se obține

$$\alpha = \frac{n_0 \mu (q_a^n - q_a^p) k^2}{q} \cdot \frac{(\mathcal{E}_d/B) - v_s}{(D_0 k)^2 + [(\mathcal{E}_d/B) - v_s]^2}. \tag{9.55}$$

Deoarece $|\alpha| \ll \omega/v_s$ se ia $k = \omega/v_s$. Amplificarea ultrasunetelor este posibilă pentru $\mathcal{E}_d/B > v_s$ adică $v_B > v_s$. După cum am amintit, q_a^n și q_a^p din relația (9.55) sînt sarcinile acustice ale electronilor și, respectiv golurilor și sînt legate de potențialul de deformație al benzii de conducție și, respectiv, de valență printr-o relație de forma (9.13). Rezultatele experimentale pentru Bismut sînt date în [27]. De asemenea, din ecuația (9.55) se poate găsi valoarea lui v_B pentru care atenuarea și, respectiv, amplificarea au valoare maximă [28]. Se obține pentru maxim

$$\frac{v_B}{v_s} = 1 \pm \frac{\omega D_0}{v_s^2}, \tag{9.56}$$

și

$$\alpha_{max} = \pm \frac{n_0 \mu (q_a^n - q_a^p)}{2q} \frac{\omega}{v_s D_0}. \tag{9.57}$$

Coeficientul de amplificare este foarte mare la frecvențe înalte și la concentrație mare a purtătorilor de sarcină. Noi am obținut aceste relații în condiția $\omega_B \tau \gg 1$. Se observă că în această situație constanta de atenuare este independentă de timpul de relaxare a purtătorilor de

sarcină. Nu am luat în considerare dependența mobilității și coeficientului de difuzie de frecvența ω ceea ce impune pentru valabilitatea rezultatelor obținute de noi condiția $\omega\tau < 1$. Condiția $\omega_B\tau \gg 1$ înseamnă că influența cîmpului magnetic asupra purtătorilor de sarcină nu este practic afectată de fenomenele de împrăștiere. În afară de această condiție, scrierea relațiilor de mai sus pentru densitatea de curent electric cere și condiția $kr_B \ll 1$, adică electronul să nu se miște pe o distanță mai mare decît

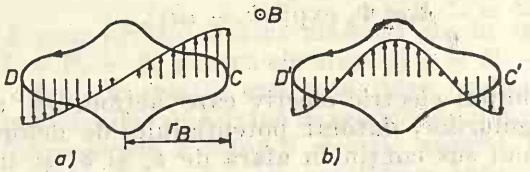


Fig. 9.11. — Rezonanța geometrică magnetoacustică.

lungimea sa de undă sub influența cîmpului produs de unda acustică. Rezultate mai generale, nelimitate de condițiile de mai sus, se pot obține folosind metoda ecuației Boltzmann [29].

În partea a doua a acestui paragraf ne vom referi la fenomenele de rezonanță care au loc în prezența cîmpului magnetic pentru anumite valori ale frecvenței undei acustice. Apar două tipuri de rezonanțe : rezonanța geometrică sau magnetoacustică și rezonanța ciclotron. Rezonanța geometrică are loc cînd diametrul orbitei electronului este egal cu un număr impar de jumătăți de undă ale undei acustice. Înțelegem acest tip de rezonanță dccă urmărim figura 9.11.

Cîmpul magnetic iese din planul foii, perpendicular, pe ea, astfel că electronul se rotește în sens invers acelor de ceasornic așa cum este arătat pe figură. Unda acustică creează un cîmp electric transversal care interacționează cu orbita ciclotron a electronului în cîmp magnetic. Se observă că în figura 9.11*a* geometria este astfel încît accelerarea electronului se face în același sens de-a lungul orbitei atît în punctul D cît și în punctul C, pe cînd în figura 9.11*b* accelerațiile în punctele D' și C' sînt opuse ca sens. Este clar că rezonanța are loc în primul caz cînd are loc o creștere în conductivitate.

Pentru ca rezonanța să poată fi observată este necesar ca electronul să efectueze cîteva rotații între două ciocniri consecutive, adică să fie îndeplinită condiția $\omega_B\tau \gg 1$. Condiția de rezonanță se scrie $\omega/\omega_B \simeq$ $\simeq (n + 1/2)\pi v_s/v$. Valoarea tipică a raportului v_s/v în semiconductori este 1/1 000. Într-un sistem în care curentul este constant absorbția de energie este invers proporțională cu conductivitatea [21] ceea ce arată că la rezonanță există un minim în atenuarea ultrasunetelor. În consecință, dacă frecvența undei acustice este fixată și se variază intensitatea cîmpului magnetic, absorbția de energie va oscila cu o perioadă proporțională cu $1/B$.

Al doilea tip de rezonanță este rezonanța ciclotron. Acest tip de rezonanță are loc atunci cînd frecvența undei acustice ω este un multiplu întreg al frecvenței ciclotron, ω_B, adică $\omega = n\omega_B$. Pentru un cîmp magnetic îndreptat după axa z energia electronului este dată de expresia

$$E = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_B + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}. \qquad (9.58)$$

Această expresie rezultă din rezolvarea ecuației Schrödinger în care operatorul impuls este $-i\hbar\nabla - qA$ [15].

Se observă că energia electronului constă din doi termeni : energia cuantificată a mișcării ciclotron în plan perpendicular pe cîmpul magnetic și energia de translație de-a lungul cîmpului magnetic. Numărul cuantic n specifică nivelele Landau. Pentru unda acustică care se propagă perpendicular pe cîmpul magnetic, condiția de rezonanță ciclotron este chiar condiția necesară pentru ca un electron să execute o tranziție de la un nivel Landau la altul cu absorbția sau emisia unui fonon. Și în cazul rezonanței ciclotron trebuie îndeplinită condiția $\omega_B\tau \gg 1$, adică electronul să efectueze cel puțin o rotație înainte de a suferi o ciocnire. Aceasta este de fapt condiția impusă de principiul de incertitudine pentru ca nivelele energetice să fie suficient de bine definite astfel încît să fie îndeplinită conservarea energiei în procesul de tranziție. Trebuie făcută observația că dacă există și cîmp electric continuu (cazul considerat de noi în acest paragraf $\mathcal{E}_d \perp B$), condiția de rezonanță ciclotron nu este $\omega = n\omega_B$ (cazul absenței cîmpului electric) ci se modifică și devine $\omega - \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}_B = n\omega_B$; aceasta se întîmplă deoarece electronul are o viteză medie finită în direcția de propagare a undei acustice (efectul acustoelectric). Deoarece observarea rezonanței ciclotron implică condiția $\omega\tau \gg 1$, frecvențele de lucru se află în domeniul în care atenuarea este foarte mare ceea ce face dificilă efectuarea unor măsurători precise. De aceea, atît rezonanța ciclotron cît și rezonanța geometrică se studiază cel mai bine în condițiile de amplificare a undelor acustice. Măsurători ale amplificării ultrasunetelor în InSb s-au făcut la frecvențele de 225 MHz 20 și au fost extinse în domeniul microundelor acustice de la 0,5 la 2 GHz [31].

9.6. EFECTELE NELINIARE

În paragraful 9.3 am prezentat teoria liniară a interacției undelor acustice cu purtătorii de sarcină în semiconductoare piezoelectrice.

Reamintim că interacția undelor ultrasonore cu purtătorii de sarcină în semiconductoare piezoelectrice are două efecte : apariția aglomerării și rarefierii purtătorilor de sarcină precum și apariția unui cîmp electric alternativ. În teoria liniară se neglijează contribuția la curentul electric (ec. (9.29)) a interacției sarcinii spațiale cu cîmpul electric alternativ (termenul care reprezintă produsul lor).

În acest paragraf prezentăm teoria neliniară [32]. Scriem densitatea de curent total

$$j(t) = q\left[(n_0 + n_s)\mu\mathcal{E} + D_n\frac{\partial n_s}{\partial t}\right] + \frac{\partial D}{\partial t}. \tag{9.59}$$

Folosind ecuația Poisson, $\partial D/\partial x = -qn_s$, obținem din ecuația (9.59)

$$\mathcal{E} = \left\{j + D_n(\partial^2 D/\partial x^2) - \frac{\partial D}{\partial t}\right\} \Big/ \{b[1 - (qn_0)^{-1}\,\partial D/\partial x]\}, \tag{9.60}$$

unde j este valoarea independentă de timp a lui $j(t)$ iar $b = qn_0\mu$. Nelinia-

ritatea este conținută în numitorul ecuației de mai sus. În regim neliniar se presupune deplasarea electrică de forma

$$D = D_d + \frac{1}{2} D_1 \exp [i(\omega t - kx)] + \text{complex conjugat}, \qquad (9.61)$$

unde D_d și D_1 sînt de astădată funcții de x și de t însă variază mai slab în comparație cu variația exponențială. Introducem ecuația (9.61) în (9.60) și determinăm componentele, continuă $\mathcal{E}_d$ și alternativă $\mathcal{E}_1$ ale cîmpului electric

$$\mathcal{E}_d = \mathcal{E}_0 \left(\frac{\beta}{(1 - |a|^2)^{1/2}} - 1 \right), \qquad (9.62)$$

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{\mathcal{E}_0 a}{[1 + (1 - |a|^2)^{1/2}]} \left(\frac{\beta}{(1 - |a|^2)^{1/2}} + \frac{i\omega}{\omega_D} \right). \qquad (9.63)$$

unde θ este faza $(kx - \omega t)$, $a = - iqD_1/qn_0$, $\mathcal{E}_0 = v_s/\mu$, $\beta = 1 + j/j_s$, $j_s = qn_0 v_s$. Integrarea se face cel mai bine integrînd pe contur în jurul cercului de rază unitate cînd se înlocuiește $\exp(-i\theta)$ cu z. Din ecuația (9.62) rezultă pentru densitatea de curent total expresia

$$j = b\,\mathcal{E}_d - j_s \gamma \, [1 - (1 - |a|^2)^{1/2}], \qquad (9.64)$$

unde primul termen este densitatea de curent de drift obișnuită iar al doilea termen este densitatea de curent acustoelectric; $\gamma = 1 - v_d/v_s$ măsoară raportul dintre viteza de drift a electronilor și viteza undelor acustice. Pentru amplitudine mică a undelor acustice, cînd $|a|$ este mic, expresia de sub radicalul ecuației (9.64) poate fi dezvoltată în serie și se obține pentru ultimul termen din ecuația (9.64), care reprezintă curentul acustoelectric, valoarea

$$j_a = - \frac{1}{2} j_s \gamma \, |a|^2. \qquad (9.65)$$

Ultimul termen din ecuația (9.65) este expresia densității de curent acustoelectric a lui Weinreich corectată (cap. I). O primă concluzie teoretică ce rezultă din ecuația (9.64) este saturarea curentului electric la o anumită valoare a cîmpului electric continuu aplicat, fapt observat experimental în CdS (fig. 9.12*a*) [21] și în general în piezoelectrici.

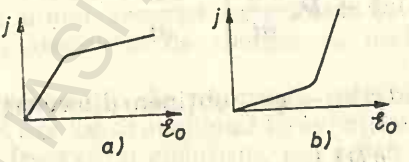


Fig. 9.12. — Densitatea de curent de drift funcție de cîmpul electric într-un semiconductor piezoelectric (*a*) și în bismut (*b*).

Saturarea caracteristicii $I-V$ are loc cînd viteza de drift a electronilor $\mu\mathcal{E}_d$ depășește viteza sunetului, v_s, în cristal și de aceea efectul este pus pe seama interacției purtătorilor de sarcină cu vibrațiile acustice ale

rețelei. Experiențele s-au făcut pe un cristal de CdS de 0,1 $(\Omega cm)^{-1}$ în care s-a aplicat un cîmp electric de-a lungul axei c folosind pulsuri de tensiune cu durata de 10 μs.

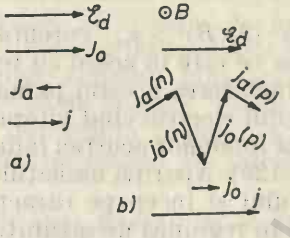


Fig. 9.13. — Curentul acustoelectric se scade din curentul de dirft în piezoelectrici (a) și se adună în semimetale (b).

Lungimea probei a fost de 0,05 cm și saturația apare la un cîmp electric de 1600 V/cm. Deoarece $\mu \simeq 300$ cm²/Vs, viteza de drift a electronilor în acest cîmp este de aproximativ $5 \cdot 10^5$ cm/s, adică apropiată de viteza fononilor acustici în CdS. Așa cum am menționat în paragraful 9.4, în condițiile amplificării undelor acustice, cînd amplitutidinea acestora devine suficient de mare apar pierderi care egalează cîștigul și se atinge o stare staționară. În acest condiții apare un curent acustoelectric a de semn contrar curentului de drift și acesta din urmă este parțial anulat de către primul (fig. 9.13a). De astă dată, în locul undelor acustice injectarea din exterior este vorba de vibrațiile acustice ale rețelei. Experiențele pe bismut [33] au arătat că apare, la o anumită valoare a cîmpului electric aplicat o variație bruscă în forma caracteristicii $I-V$ așa cum se vede pe figura 9.12b. În aceste experiențe s-a folosit și un cîmp magnetic continuu perpendicular pe cîmpul electric. Așa cum am discutat în paragraful anterior, în aceste cîmpuri încrucișate electronii și golurile execută pe lîngă mișcarea ciclotron și o mișcare de drift în direcția $\mathcal{E} \times B$, adică perpendicular atît pe cîmpul electric cît și pe cîmpul magnetic. Ca atare curenții ohmici $j_0(n)$ și $j_0(p)$ sînt încrucișați cu unghiurile Hall respective (pe care le-am presupus egale) (fig. 9.13 b).

Cînd viteza de drift depășește viteza undelor acustice, electronii și golurile vor fi antrenate în sens invers fluxului acustic (injectat sau de fononi acustici), dar datorită prezenței cîmpului magnetic curenții acustoelectrici vor fi rotiți cu unghiurile Hall respective, așa cum este arătat pe figură. Se vede că în această situație curenții acustoelectrici se adună la curenții ohmici, ceea ce coincide cu rezultatele experimentale care arată o creștere a curentului electric la o anumită valoare a cîmpului electric aplicat. Vom calcula curentul acustoelectric în acest caz (al unui semimetal). În prezența unui cîmp magnetic puternic de inducție B (îndreptat în sensul negativ al axei z) densitățile de curent de electroni și de goluri (ec. (9.46) și ec. (9.47)) se scriu :

$$j_{nx} = qn\mu_n \mathcal{E}_d + qn\mathcal{E}_n/B, \tag{9.66}$$

$$j_{px} = qp\mu_p \mathcal{E}_d - qp\mathcal{E}_p/B, \tag{9.67}$$

iar curentul acustoelectric este

$$j_a = (q/B)\langle n\mathcal{E}_n - p\mathcal{E}_p\rangle = (q/B)\langle n(\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_p)\rangle. \tag{9.68}$$

Folosind ecuaţia (9.51) se obţine

$$j_a = \frac{qn_0\,\mu}{2B}\,\frac{(\mathcal{E}_d/B) - v_s}{(D_0/k)^2 + [(\mathcal{E}_d/B) - v_s]^2}\,|\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_p|^2. \qquad (9.69)$$

Dacă $(\mathcal{E}_d/B) > v_s$, curentul acustoelectric se adună la curentul ohmic, ceea ce este în acord cu rezultatul experimental prezentat în figura 9.12*b*. În încheierea acestui paragraf menţionăm că s-au observat oscilaţii ale curentului electric cînd viteza de drift a purtătorilor de sarcină depăşeşte viteza fononilor acustici (adică $\mu\mathcal{E}_d > v_s$ în figura 9.12*a* şi $(\mathcal{E}_d/B) > v_s$ în figura 9.12*b*). Apariţia oscilaţiilor care în general sînt oscilaţii amortizate ale curentului şi încep pe caracteristica $I-V$ de la regiunea ohmică şi se termină în regiunea de saturaţie (de rezistenţă foarte mare), este legată în piezoelectrici de formarea unor domenii succesive de rezistenţă mare care se propagă prin probă cu viteza sunetului în direcţie de drift a purtătorilor de sarcină. Existenţa unei rezistenţe negative care să explice apariţia domeniilor de cîmp intens se explică astfel. Cînd se aplică pe cristal un puls de tensiune este generat un puls acustic un (zgomot acustic este excitat la catod) care este amplificat în deplasarea sa spre anod. Deoarece curentul acustoelectric este în sens invers curentului de drift, atunci cînd viteza purtătorilor depăşeşte viteza sunetului curentul total descreşte cu amplificarea pulsului acustic. La un moment dat, după ce parcurge o anumită distanţă de la catod, amplitudinea pulsului acustic devine atît de mare că curentul acustoelectric creşte cu cîmpul electric mai repede decît curentul de drift. Din acest moment rezistenţa diferenţială a probei devine negativă şi cîmpul electric în cristal devine neuniform. Această stare de fapt este justificată de rezultatele experimentale de măsurători ale distribuţiei cîmpului electric în cristal [34—36].

Apariţia rezistenţei negative se poate explica numai prin amplificarea vibraţiilor acustice ale reţelei care se amplifică în direcţia de curgere a curentului electric şi la un moment dat amplitudinea lor devine atît de mare că curentul acustoelectric (generat de ele şi îndreptat în sens invers curentului de drift) creşte mai repede cu creşterea cîmpului electric decît curentul de drift, astfel că curentul total scade cu creşterea tensiunii aplicate. Oricum, amplificarea unui zgomot acustic cînd condiţiile de amplificare sînt create, adică $\mu\mathcal{E}_d > v_s$ este posibilă, conducînd la apariţia unor domenii acustice în cristal. Oscilaţiile acustoelectrice se observă în special în piezoelectrici deoarece în aceştia amplificarea sunetului este mult mai mare decît în nepiezoelectrici [37—39].

9.7. CONCLUZII

În acest capitol am prezentat teoria clasică a efectelor acustoelectrice. Această aproximaţie este adevărată atunci cînd drumul liber mijlociu al electronilor este mult mai mic decît lungimea undei acustice adică în condiţia $kl \ll 1$, unde k este vectorul de undă al fononilor. Am văzut că în cazul cîmpului electric şi magnetic încrucişate această condiţie se scrie $kr_B \ll 1$, unde r_B este raza orbitei electronului.

O a doua condiţie de valabilitate a aproximaţiei clasice cere ca timpul de relaxare τ a electronilor să fie mult mai mic decît perioada undei acustice, adică $\omega\tau \ll 1$, unde ω este pulsaţia undei acustice. În

această situaţie sistemul de purtători de sarcină se află în echilibru termodinamic local adică urmăreşte deplasarea ionilor datorată propagării undelor cu o viteză (rată) care poate fi descrisă de coeficienţii macroscopici, ca de exemplu conductivitatea electrică, conductivitatea termică etc. Rezultatul interacţiei între electroni şi unda acustică (fononi) este aglomerarea şi rarefierea purtătorilor de sarcină în direcţia de propagare a undei, cu consecinţele lor. Am văzut că această interacţiune se studiază ca o interacţiune între electroni şi undele acustice lungi iar mişcarea electronilor este descrisă de ecuaţiile clasice de mişcare. Condiţiile $kl \ll 1$ şi $\omega\tau \ll 1$ ale aproximaţiei clasice sînt îndeplinite experimental în cele mai multe cazuri astfel că rezultatele teoriei clasice ale interacţiei electron-fonon concordă cu experienţa.

A doua aproximaţie folosită în tratarea interacţiei electron fonon se bazează pe mecanica cuantică şi utilizează formalismul scrierii a două ecuaţii Boltzmann cuplate, una pentru electroni şi alta pentru fononi [40, 41].

În această aproximaţie mecanismul se aseamănă cu mecanismul de emisie Cerenkov; am văzut că în aproximaţia clasică mecanismul constă în aglomerarea şi rarefierea purtătorilor de sarcină. Aproximaţia cuantică este valabilă în condiţia $kl \gg 1$ adică pentru unde acustice scurte şi este în general îndeplinită la frecvenţe înalte şi temperaturi joase [38].

O problemă actuală a undelor acustice este posibilitatea generării acestora la suprafaţa solidului. Undele de suprafaţă (unde Rayleigh) sînt intens studiate în ultimii ani şi se speră că vor avea mari aplicaţii în electronică (linii de întîrziere şi filtrare [42, 43]).

BIBLIOGRAFIE

1. G. Weinreich, Phys. Rev., **114**, 33 (1969).
2. V. Dolocan, St. cerc. fiz., **21**, 73 (1969).
3. A, R. Hutson, J. H. Mc Fee, D. L. White, Phys. Rev. Letters, **7**, 237 (1961).
4. W. P. Mason, T. B. Batteman, J. Acoust. Soc. Am., **36**, 644 (1964).
5. C. Herring, Bell Syst. Techn. J., **34**, 237 (1955).
6. O. Kohn, Solid State Physics, **5**, 257 (1957).
7. G. Weinreich, Phys. Rev., **107**, 317 (1957).
8. A. Bardeen, W. Shockeley, Phys. Rev., **80**, 72 (1950).
9. C. Herring, E. Vogt, Phys. Rev., **101**, 944 (1956).
10. B. Tell, G. Weinreich, Phys. Rev., **143**, 584 (1966).
11. R. W. Keyes, IBM J Res. Developm., **5**, 266 (1961).
12. M. Pomerantz, Proc. IEEE, **53**, 1438 (1965).
13. E. M. Conwell, Proc. IEEE, **52**, 964 (1964).
14. A. R. Hutson, J. Appl. Phys., **32**, 2287 (1961).
15. S. Wang, *Solid-State Electronics*, Mc Graw-Hill, New York, 1966.
16. A. R. Hutson, D. R. White, J. Appl. Phys., **33**, 40 (1962).
17. D. R. White, J. Appl. Phys., **33**, 2547 (1962).
18. P. Debye, E. Conwell, Phys. Rev., **93**, 693 (1964).
19. J. E. May, Jr., Proc. IEEE, **53**, 1465 (1965).
20. J. H. Mc Fee, J. Appl. Phys., **34**, 1548 (1963).
21. R. W. Smith, Phys. Rev. Letters, 9, 87 (1962); T. Hata, M. Suzuki, Phys. Stat. Sol., **a**, **42**, K71 (1977).
22. R. F. Shea, *Amplifier Handbook*, Mc Graw-Hill, New York, 1966.
23. J. J. Hopfield, Phys. Rev. Letters. **8**, 311 (1962).
24. W. P. Dumke, R. Herring, Phys. Rev., **126**, 1974 (1962).
25. H. N. Spector, Phys. Rev., **130**, 910 (1963).

26. M. Drăgănescu, *Electronica corpului solid*, Edit. tehnică, București, 1972.
27. A. M. Toxen, S. Tansal, Phys. Rev. Letters, **10**, 481 (1963).
28. J. W. Tucker, V. W. Rampton, *Microwave ultrasonics in solid statephysics*, North-Holand Publishing Company, Amsterdam, 1972.
29. S. G. Eckestein, Phys. Rev., **131**, 1087 (1963).
30. H. Hayakawa, M. Kikuchi, Appl. Phys. Letters, **12**, 251 (1968); **17**, 73 (1970).
31. R. K. Route, G. S. Kino, Appl. Phys. Letters, **14**, 97 (1969).
32. P. N. Butcher, N. R. Ogg, Brit. J. Appl. Phys., **2**, 233 (1969).
33. L. Esaki, Phys. Rev. Letters., **8**, 4 (1962)
34. W. H. Haydl, C. F. Quate Phys. Letters. **20**, 463 (1966).
35. J. Zucker, S. Zemon, Appl. Phys. Letters, **9**, 398 (1966).
36. A. R. Moore, Appl. Phys. Letters, **13**, 126 (1968); M. F. McCarthy, H. F. Tiersten, J. Appl. Phys., **48**, 159 (1977).
37. K. Nakamura, J. Yamashita, Progr. Theor. Phys., **39**, 545 (1968).
38. N. Micoshiba, H. Ozaki, J. Phys. Soc. Japan, **24**, 514 (1968).
39. H. Ozaki, N. Mikoshiba, Jap. J. Appl. Phys., **7**, 1305 (1968).
40. E. W. Prohofsky, Phys. Rev., **134 A**, 1402 (1964).
41. J. Yamashita, K. Nakamura, Progr. Theor. Phys., **33**, 1022 (1965).
42. K. Dransfeld, E. Salzmann. în *Physical acoustics*, **7**, 219, Academic Press, London, 1970, S. Tamura, T. Sacuma, Solid-State Comm., **21**, 819 (1977)
43. D. P. Morgan, Ultrasonics, **11**, 121 (1973); A. A. Oliver, IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, **MTT-24**, 914 (1977).

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CAPITOLUL X

CELULE SOLARE

10.1. ENERGIA SOLARĂ

Pe lîngă sursele de energie moștenite de o națiune (petrolul și gazele naturale, cărbunele, energia nucleară), o sursă importantă de energie este Soarele — un dar al naturii pentru omenire. Energia solară se folosește de către om în mod indirect și în mod direct. Indirect, energia solară se folosește sub formă de energie hidraulică, eoliană și cea determinată de gradientul termic al apei mărilor și oceanelor. Direct, energia solară poate fi utilizată, de asemenea pe trei căi : prin folosirea directă a căldurii radiației solare, prin conversia fotovoltaică și prin utilizarea efectelor biologice care convertesc și stochează energia solară în energie chimică. Prin efectul fotovoltaic se realizează conversia directă a energiei solare în energie electrică, cu ajutorul celulelor solare.

10.2. EFECTE FOTOVOLTAICE

Efectul fotovoltaic constă în apariția unei tensiuni electromotoare într-un semiconductor iluminat. Iluminarea semiconductorului duce numai la creșterea concentrației purtătorilor de sarcină prin generarea purtătorilor de neechilibru. Însă, apariția unei tensiuni electromotoare este condiționată de apariția unei sarcini spațiale determinată de generarea purtătorilor de neechilibru în următoarele cazuri : *a* — generarea neuniformă a purtătorilor de neechilibru în semiconductor (efectul Dember) [1], *b* — redistribuirea purtătorilor de neechilibru sub acțiunea unui cîmp intern local din semiconductor [2,3], *c* — redistribuirea purtătorilor de neechilibru sub influența unui gradient al timpului de viață a purtătorilor de sarcină [4], *d* — prezența unui cîmp magnetic (efectul fotoelectromagnetic) [5], *e* — existența unui gradient de masă efectivă a purtătorilor de sarcină [6] etc.

Cîmpuri electrice interne pot fi realizate prin doparea diferită a semiconductorului (joncțiunea $p-n$), prin variația compoziției compusului semiconductor (semiconductoare cu bandă interzisă variabilă) [7] (Anexa IV), prin realizarea de heterojoncțiuni, bariere Schottky etc. Conversia energiei solare în energie electrică poate fi studiată cel mai simplu în joncțiunea $p-n$.

10.3. CELULA SOLARĂ CU JONCȚIUNE $p-n$

10.3.1 Caracteristica $I-V$ și circuitul echivalent

Dacă se scurtcircuitează o joncțiune $p-n$ (fig. 10.1) situată la întuneric, nu va curge nici un curent în circuitul exterior, în ciuda faptului că există o diferență de potențial V_b (înălțimea barierei de potențial a stratului de baraj fiind qV_b). Motivul este că se dezvoltă o diferență de poten-

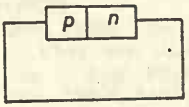


Fig. 10.1. — Joncțiunea $p-n$ în condiții de scurtcircuit.

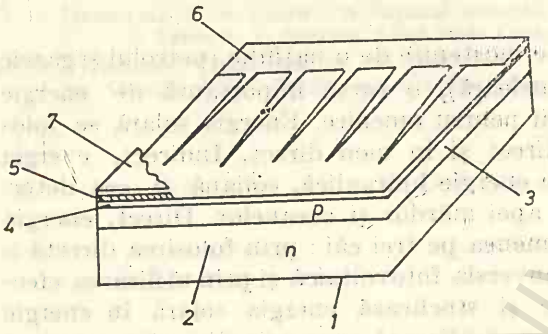


Fig. 10.2. — Elementele de structură ale unei celule solare: *1, 6* — contacte metalice; *2* — baza; *3* — regiunea difuzată sau depusă; *4* — strat antireflectant; *5* — adeziv; *7* — montură de sticlă.

țial de contact, $-V_b$, între regiunile p și n și conductoarele metalice, a cărei valoare și semn anulează exact înălțimea barierei de potențial. Situația este de așteptat, deoarece dacă ar trece curent sistemul ar efectua un lucru mecanic fără să primească energie din exterior, ceea ce contravine primului principiu al termodinamicii.

O celulă solară cu joncțiune $p-n$, ca orice tip de celulă solară, are mai multe elemente în structura sa, așa cum se vede pe figura 10.2. Ea constă dintr-un material de bază care formează o regiune a joncțiunii (fie aceasta regiunea n), o regiune difuzată sau depusă (regiune p), un strat antireflectant pentru îmbunătățirea eficienței celulei, contactele metalice de la margine superioară și marginea inferioară a celulei care se fac sub formă de grilă pentru a reduce rezistența serie, un adeziv transparent și o montură de sticlă pentru stabilitatea și protecția celulei față de mediul înconjurător.

Considerăm o joncțiune $p-n$ (fig. 10.3*a*) pe care cad fotoni a căror energie este mai mare decît lărgimea benzii interzise a semiconductorului. Ca rezultat al absorbției fotonilor apar perechi electron-gol. Sub influența cîmpului electric al joncțiunii electronii și golurile se vor deplasa în sens invers, și anume golurile în regiune p și electronii în regiunea n. Separarea în acest fel a sarcinii create prin iluminare face ca să apară o sarcină netă pozitivă în regiunea p și o sarcină netă negativă în regiunea n, ceea ce duce la micșorarea înălțimii barierei de potențial de la qV_b la $qV_b - qV_0$ (fig. 10.3*b*).

Mărimea V_0 apare ca o diferență de potențial măsurabilă la capetele joncțiunii $p-n$ și se numește tensiune fotoelectromotoare. (Potențialul

intern $V_b - V_0$ este acum diferit de potențialul de contact de la capetele probei, $-V_b$, astfel că la capetele ei citim tensiunea: $-V_b - (V_b - V_0) = -V_0$). Valoarea tensiunii fotoelectromotoare V_0, numită și tensiune fotovoltaică, este valoarea tensiunii măsurată la circuit deschis (tensiunea de gol). Circuitul pentru măsurarea tensiunii fotovoltaice la circuit deschis

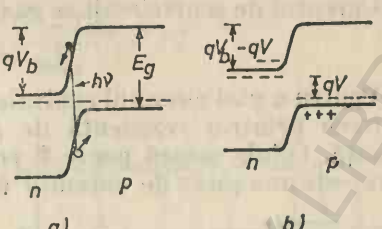


Fig. 10.3. — Apariția tensiunii fotovoltaice în joncțiunea $p-n$.

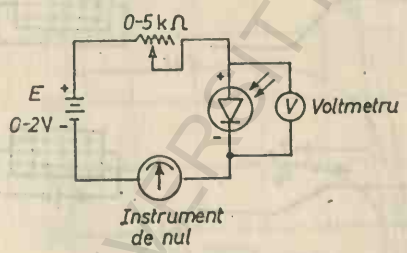


Fig. 10.4. — Schema electrică pentru măsurarea tensiunii la circuit deschis.

este reprezentat în figura 10.4. În condiția de circuit deschis curentul total prin celulă trebuie să fie zero; pentru aceasta este necesar să se anuleze curentul determinat în circuit de către tensiunea fotovoltaică cu ajutorul unei baterii B. Un instrument de nul indică valoarea zero a curentului total prin circuit și cu ajutorul unui voltmetru electronic se citește tensiunea la circuit deschis.

La echilibru termic, într-o joncțiune $p-n$ curentul dat de purtătorii care merg pe barieră, este egal cu curentul dat de purtătorii care escaladează bariera, atît pentru electroni cît și pentru goluri, astfel că curentul total este zero (cap. III). Notînd cu I_e curentul dat de electronii și de golurile care escaladează bariera și cu I_a curentul dat de electronii și de golurile care trec pe barieră, la echilibru termic, $I_e = I_a$ (fig. 10.5*a*). La polarizare directă $I_e > I_a$ (fig. 10.5*b*) iar la polarizare inversă $I_e < I_a$ (fig. 10.5*c*) (cap. III), în toate cazurile I_a avînd valoarea I_s (curentul invers de saturație) pentru joncțiunea $p-n$ ideală.

La iluminarea probei, curentul I_a crește de la valoarea I_s la valoarea $I_s + I_L$, unde I_L este curentul dat de purtătorii generați prin iluminare. Curentul care trece prin probă la întuneric este dat de expresia

$$I_D = I_e - I_s = I_s(e^{qV/kT} - 1), \tag{10.1}$$

și este reprezentat prin curba a pe figura 10.6.

În prezența luminii

$$I = I_e - (I_s + I_L) = I_s(e^{qV/kT} - 1) - I_L, \tag{10.2}$$

și este reprezentat prin curba b pe figura 10.6. În cadranul patru joncțiunea $p-n$ se comportă ca generator de putere electrică. Pentru $I = 0$

din ecuația (10.2) se găsește valoarea tensiunii la circuit deschis (tensiune otoelectromotoare).

$$V_0 = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_L}{I_s} + 1\right). \tag{10.3}$$

Curentul de scurtcircuit se găsește din ecuația (10.2) pentru $V = 0$.

$$I_{sc} = -I_L. \tag{10.4}$$

Pentru a găsi circuitul echivalent al unei celule solare, fie I curentul care trece printr-o rezistență de sarcină R, și V tensiunea pe această rezistență. Celula solară poate fi considerată ca un generator de curent I_L care este micșorat de curentul direct al diodei I_D așa cum sugerează

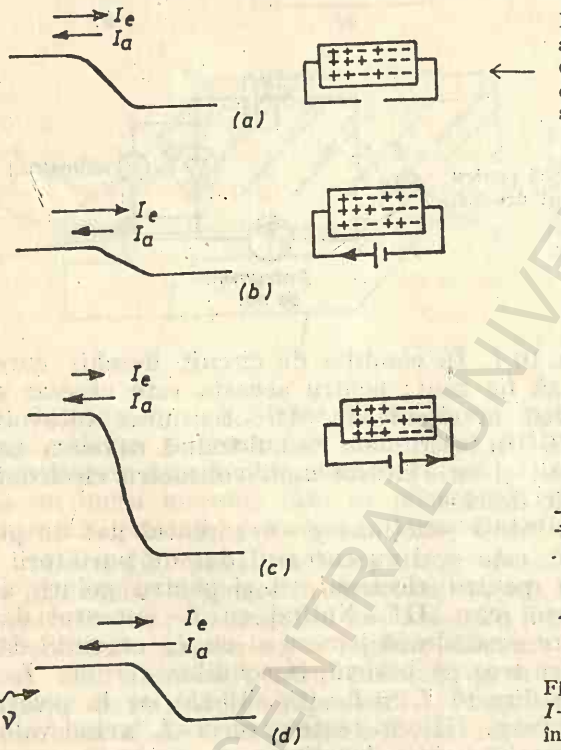


Fig. 10.5. — Diagrama energetică a joncțiunii $p-n$: a — la circuit deschis; b — la polarizare directă; c — la polarizare inversă; d — la scurtcircuit în prezența luminii.

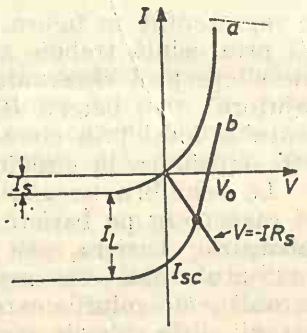


Fig. 10.6. — Caracteristica $I-V$ a joncțiunii $p-n$: a — la întuneric; b — la iluminare.

figura 10.6. Prin urmare, dioda este în paralel cu generatorul de curent (fig. 10.7a). Pierderile interne se iau în considerare prin introducerea unei rezistențe în serie R_s și a unei rezistențe în paralel R_p. În acest caz curentul care trece prin rezistența de sarcină este $I_L - I_D - (V/R_p)$. Acest curent are semn contrar curentului care trece printr-o diodă polarizată direct la întuneric (fig. 10.7b), scriem $-I = I_L - I_D - (V/R_p)$ ceea ce înseamnă să adăugăm termenul V/R_p în partea dreaptă a relației (10.2). Dacă rezistența serie se află înaintea rezistenței paralel, atunci căderea de tensiune pe joncțiune este

$$V_1 = V - IR_s + \frac{R_s}{R_p} V, \tag{10.5}$$

și deci

$$I = I_s(e^{qV_1/kT} - 1) + \frac{V}{R_p} - I_L. \qquad (10.6)$$

Dacă rezistența serie este după rezistența paralel, atunci

$$I = I_s(e^{qV_1/kT} - 1) + \frac{V - IR_s}{R_p} - I_L', \qquad (10.7)$$

$$V_1 = V - IR_s.$$

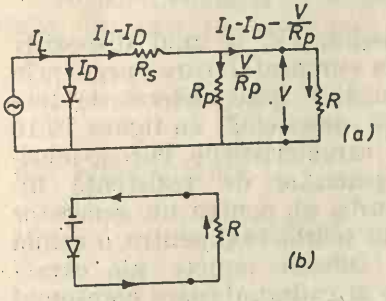


Fig. 10.7. — Circuitul echivalent al celulei solare, (*a*) joncțiunea *p-n* la polarizare directă și la întuneric (*b*).

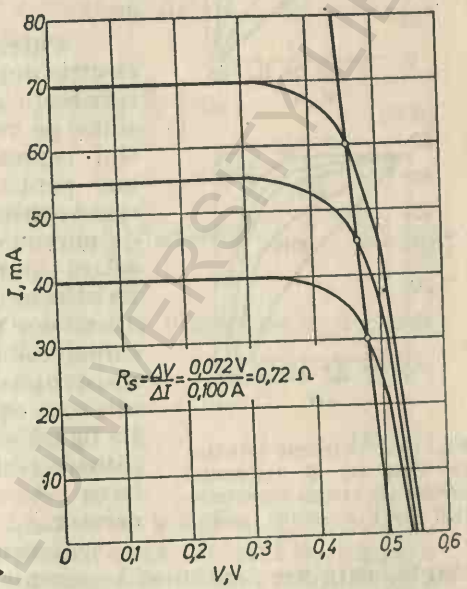


Fig. 10.8. — Ilustrarea determinării rezistenței serie a celulei solare. →

Pentru $R_p \to \infty$ relațiile (10.6) sau (10.7) dau posibilitatea măsurării rezistenței serie [7]. În acest scop se trasează curbele experimentale $I-V$ pentru diverse intensități ale luminii (fig. 10.8). (Am inversat față de axa tensiunilor curba din cadranul patru din figura 10.6). Se fixează pe fiecare curbă un punct la o distanță ΔI, față de valoarea curentului I_{sc} corespunzătoare curbei, egală pentru toate curbele. (În cazul prezentat pe figură $\Delta I = 10$mA). Aceste puncte se situează pe o dreaptă, care, dacă rezistența serie ar avea valoarea zero, ar fi paralelă cu axa curentului.

Dacă rezistența serie, R_s, este diferită de zero, dreapta nu este paralelă cu axa curentului ci este deplasată față de aceasta (dreapta paralelă) cu ΔV proporțională cu IR_s. Rezistența serie se află din relația $R_s = \Delta V/\Delta I$. Pentru cazul considerat în figura 10.8 $R_s = 0{,}72\ \Omega$.

Rezistența serie este determinată de rezistențele de contact, rezistența regiunii bazei și a stratului difuzat sau depus. Rezistența serie, care are în mod obișnuit valoarea de zecimi de ohmi este cu atît mai mică cu cît regiunile *p* și *n* ale joncțiunii sînt mai puternic dopate [8]. În figurile 10.9 *a* și *b* sînt reprezentate efectele rezistenței serie și, respectiv, paralel, asupra caracteristicii $I-V$ (din cadranul 4) pentru o celulă

solară din Siliciu cu aria de 2 cm², iluminată cu un bec cu filamentul de tungsten cu densitatea de putere de 100mV/cm² [9].

În final amintim că deşi corectată cu rezistenţa serie şi rezistenţa paralel, în joncţiunile din siliciu caracteristica $I-V$ nu concordă cu experienţa la tensiuni mici (sub 0,4V) decît dacă se înlocuieşte kT cu $2kT$ şi aceasta se datorează curentului de generare-recombinare în stratul de baraj (cap. III).

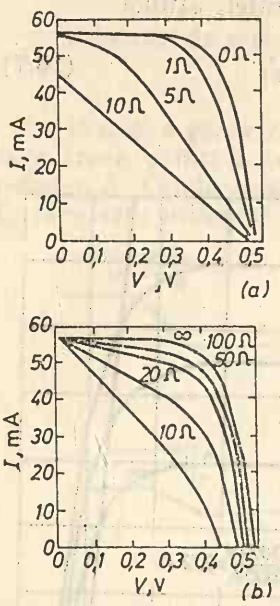


Fig. 10.9. — Efectele rezistenţei serie (*a*) şi rezistenţei paralel (*b*) asupra caracteristicii $I-V$ a celulei solare.

10.3.2. PUTEREA MAXIMĂ ŞI FACTORUL DE UMPLERE

Puterea de ieşire, IV, a unui dispozitiv electric depinde de curentul I care curge prin rezistenţa de sarcină, V fiind căderea de tensiune pe rezistenţa de sarcină. În figura 10.10 sînt reprezentate caracteristicile curent-tensiune pentru un generator de rezistenţă internă constantă (curba *a*), pentru un generator de curent constant (curba *b*) şi pentru o celulă solară (curba *c*). Diferite puncte ale caracteristicilor situate în cadranul patru corespund diferitelor rezistenţe de sarcină. Punctul unde caracteristica taie axa tensiunilor corespunde rezistenţei de sarcină $R = \infty$, iar punctul unde taie axa curenţilor corespunde valorii $R = 0$. Pe figură sînt reprezentate punctele corespunzătoare rezistenţei de sarcină pentru care puterea este maximă pentru fiecare tip de generator.

Generatorul cu rezistenţă internă, r, constantă, care are tensiunea la circuit deschis V_0, dă în circuit curentul $I = (V_0 - V)/r$ (V este căderea de tensiune pe rezistenţa de sarcină din circuit). Curentul de scurtcircuit este $I_{sc} = V_0/r$. Puterea de ieşire este

$$P = IV = I_{sc}\left(V - \frac{V^2}{V_0}\right),$$

şi are valoarea maximă, $P_m = I_m V_m$, pentru $V = V_m = (1/2)V_0$ (valoare ce se găseşte din ecuaţia $(dP/dV) = 0$) căreia îi corespunde $I_m = (1/2)I_{sc} = V_0/2r$. Caracteristica $I-V$ a generatorului cu rezistenţă internă constantă este o dreaptă care întretaie axele în punctele ($I = I_{sc}$, $V = 0$), ($I = 0$, $V = V_0$) şi are punctul de putere maximă situat la mijlocul ei.

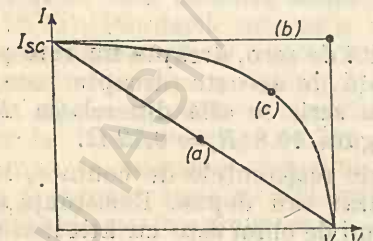


Fig. 10.10. — Punctele de putere maximă obţinută prin acordarea rezistenţei de sarcină la : *a* — generatorul cu rezistenţă internă constantă, *b* — generatorul de curent constant; *c* — celula solară.

Caracteristica $I-V$ a unui generator „ideal" sau „de curent constant", cu aceleaşi valori I_{sc} şi V_0 este de formă rectangulară iar punctul de putere maximă este situat la $I_m = I_{sc}$ şi $V_m = V_0$. Caracteristica unei celule solare cu aceleaşi valori ale lui I_{sc} şi V_0 se află între cele două extreme. Pentru o caracteristică $I-V$ dată, puterea de ieşire maximă se poate obţine prin alegerea unei rezistenţe de sarcină adecvată. Puterea de ieşire, dacă neglijăm rezistenţa serie a celulei şi considerăm rezistenţa paralel infinită, este

$$P = IV = I_s V\,(e^{qV/kT} - 1) - I_L V. \tag{10.8}$$

Folosind condiţia ca puterea să fie maximă, $dP/dV = 0$, se obţine relaţia din care se determină valoarea V_m

$$\left(1 + \frac{q}{kT} V_m\right) e^{qV_m/kT} = \left(1 + \frac{I_L}{I_s}\right), \tag{10.9}$$

şi din ecuaţia (10.2)

$$I_m = I_s(e^{qV_m/kT} - 1) - I_L = I_s \frac{qV_m}{kT} e^{qV_m/kT}. \tag{10.10}$$

Puterea maximă $P_m = I_m V_m$ care se poate obţine de la o celulă este mai mică decît puterea disponibilă $I_{sc}V_0$.

Raportul

$$u = \frac{P_m}{I_{sc}V_0} \tag{10.11}$$

se numeşte „factor de umplere" sau „factor de acord al impedanţei". Pentru generatorul cu rezistenţă internă constantă factorul de umplere $u = 1/4$, pentru generatorul de curent constant $u = 1$, iar pentru celulele solare este cuprins între 0,2 şi 0,9. Prin urmare, puterea maximă $P_m = uI_{sc}V_0$ este cu atît mai mare cu cît factorul de umplere, curentul de scurtcircuit şi tensiunea la circuit deschis sînt mai mari.

10.3.3. CURENTUL DE SCURTCIRCUIT. RĂSPUNSUL SPECTRAL AL CELULEI SOLARE

Rata de generare a perechilor electron-gol, într-un semiconductor, determinată de către o radiaţie luminoasă cu lungimea de undă λ care cade pe suprafaţa acestuia este funcţie de distanţa x de la suprafaţă şi este dată de expresia

$$g(\lambda) = \alpha(\lambda)T(\lambda)N(\lambda) \exp\,[-\alpha(\lambda)x]\,d\lambda, \tag{10.12}$$

unde $\alpha(\lambda)$ este coeficientul de absorbţie a radiaţiei în semiconductor, $T(\lambda) = 1 - R(\lambda)$, $R(\lambda)$ — coeficientul de reflexie, $N(\lambda)$ — fluxul de fotoni incident. Pentru a găsi fotocurentul şi răspunsul spectral (numărul de purtători colectaţi pe un foton incident la fiecare lungime de undă) se folosesc expresiile curenţilor (1.39) şi ecuaţiile de continuitate ale purtă-

torilor minoritari (1.77) și (1.78). La nivel mic de injecție, păstrînd numai componenta de difuzie curentului electric, se scrie

$$j_p = -qD_p \frac{\partial p_n}{\partial x},$$

$$\frac{1}{q}\frac{\partial j_p}{\partial x} - g_p + \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_n} = 0, \tag{10.13}$$

în regiunea n, și

$$j_n = qD_n \frac{\partial n_p}{\partial x},$$

$$\frac{1}{q}\frac{\partial j_n}{\partial x} + g_n + \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n} = 0 \tag{10.14}$$

n regiunea p ($p_n - p_{n0}$ este concentrația golurilor în regiunea n și $n_p - n_{p0}$ — concentrația electronilor în regiunea p generați de lumină; τ_n și τ_p și D_n și D_p sînt timpii de viață și coeficienții de difuzie ai electronilor și, respectiv, golurilor). Luînd $x=0$ la suprafața regiunii n (lumina cade pe suprafața regiunii n), $x = x_n$ la marginea stratului de baraj în regiunea n, $x = x_p$ la marginea stratului de baraj în regiunea p, $x=d$ la suprafața regiunii p, ecuațiile (10.13) și (10.14) se rezolvă cu următoarele condiții a limită:

$$x = 0,\ j_p = -S_p(p_n - p_{n0}),$$

$$x = x_n,\ p_n = p_{n0}, \tag{10.15}$$

în regiunea n și

$$x = x_p,\ n_p = n_{p0},$$

$$x = d,\ j_n = -s_n(n_p - n_{p0}) \tag{10.16}$$

în regiunea p (s_p este viteza de recombinare a golurilor la suprafața n și s_n — viteza de recombinare a electronilor la suprafața p). Condițiile la marginile stratului de baraj $x = x_n$ și $x = x_p$ sînt scrise în condiția de scurtcircuit ($V = 0$). În această situație excesul de purtători minoritari de la marginile stratului de baraj este redus de către cîmpul din stratul de baraj la valoarea zero (cap. III).

Din ecuația (10.13) cu condițiile la limită (10.15), (10.16)

$$j_p|_{x=x_n} = \frac{qNT\alpha KL_p}{\alpha^2 L_p^2 - 1} \times$$

$$\times \left[\frac{\left(\frac{s_p L_p}{D_p} + \alpha L_p\right) - e^{-\alpha x_n}\left(\frac{s_p L_p}{D_p}\cosh\frac{x_n}{L_p} + \sinh\frac{x_n}{L_p}\right)}{\frac{s_p L_p}{D_p}\sinh\frac{x_n}{L_p} + \cosh\frac{x_n}{L_p}} - \alpha L_p \exp(-\alpha x_n) \right], \tag{10.17}$$

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$j_n|_{x=x_p} = \frac{qNT\alpha L_n}{\alpha^2 L_n^2 - 1} e^{-\alpha x_p} \times$$

$$\times \left[\alpha L_n - \frac{\frac{s_n L_n}{D_n}\left(\cosh\frac{d-x_p}{L_n} - \exp[-\alpha(d-x_p)]\right) + \sinh\frac{d-x_p}{L_n} + \alpha L_n \exp[-\alpha(d-x_p)]}{\frac{s_n L_n}{D_n}\sinh\frac{d-x_p}{L_n} + \cosh\frac{d-x_p}{L_n}} \right]. \tag{10.18}$$

unde j_n și j_p reprezintă densitățile de curent colectat de joncțiune datorat absorbției luminii în regiunile neutre n și p; $L_p=(D_p\tau_p)^{1/2}$, $L_n=(D_n\tau_n)^{1/2}$ reprezintă lungimile de difuzie a golurilor și, respectiv, electronilor. Expresiile lui j_n și j_p au fost deduse pentru o joncțiune $n-p$ (este iluminată suprafața n). Ele sînt analoge pentru joncțiunea $p-n$ (este iluminată suprafața p) prin schimbarea indicilor n cu indicii p și viceversa. Se observă că colectarea purtătorilor generați prin iluminare în regiunile n și p scade datorită recombinării în volum și recombinării la suprafață.

Menționăm că prin colectarea de către joncțiune a purtătorilor generați în regiunile p și n înțelegem parcurgerea (prin difuzie) drumului pînă la marginea stratului de baraj din regiunea n, x_n, de către golurile generate în această regiune și parcurgerea drumului pînă la marginea stratului de baraj din regiunea p, x_p, de către electronii generați în această regiune. Odată ajunși la marginile stratului de baraj, acești purtători trec în regiunile opuse unde sînt purtători majoritari (de neechilibru) și, mai departe, curentul curge prin relaxare dielectrică. Pierderile în purtătorii generați în regiunile neutre pot fi micșorate prin micșorarea adîncimii joncțiunii (distanța de la suprafața iluminată pînă la marginea stratului de baraj) și a vitezei de recombinare la suprafață și prin creșterea lungimii de difuzie a purtătorilor minoritari. Alte căi de micșorare a pierderilor sînt realizarea unui cîmp intern în regiunile neutre [8,11—13] care să ajute la deplasarea purtătorilor minoritari, generați, către stratul de baraj și, dacă există un gradient al timpului de viață, este avantajos ca timpul de viață să crească către marginile regiunilor neutre [15]. Micșorarea vitezei de recombinare la suprafață se poate face prin creșterea unui strat semiconductor puternic dopat de bandă interzisă largă pe suprafața care se iluminează, alegînd un material ale cărui proprietăți de rețea sînt apropiate de ale rețelei materialului de bază al celulei. Această metodă s-a folosit cu succes în celulele solare cu GaAs pe care s-a crescut epitaxial un strat de $Ga_{1-x}Al_xAs$ [16]. Stratul de $Ga_{1-x}Al_xAs$ este transparent la cea mai mare parte din spectrul solar și elimină stările de suprafață sau alte imperfecțiuni de pe suprafață.

În afară de purtătorii generați în regiunile neutre, o contribuție importantă la curent o aduc purtătorii generați în regiunea stratului de baraj. Cîmpul în stratul de baraj poate fi considerat suficient de mare astfel că purtătorii generați în stratul de baraj trec rapid în regiunile adiacente (electronii în regiunea n și golurile în regiunea p) fără ca ei să recombine. În această situație contribuția la fotocurent în stratul de baraj este dată de curentul de generare prin iluminare

$$j_g = \int_{x_p}^{x_n} g\,dx = qTN(e^{-\alpha x_n} - e^{-\alpha x_p}). \tag{10.19}$$

Pentru o lungime de undă dată, curentul de scurtcircuit total este dat de suma curenților dați de ecuațiile (10.17), (10.18) și (10.19). În cazul cînd lumina este puternic absorbită la suprafața semiconductorului, la curentul de scurtcircuit contribuie numai curentul de difuzie din regiunea neutră iluminată, unde se ia în considerare și gradientul timpului de viață a purtătorilor de sarcină în regiunea neutră [15].

Răspunsul spectral intern este egal cu raportul dintre numărul de perechi electron-gol colectate în condiții de scurtcircuit și numărul de fotoni care pătrund în material

$$\mathcal{R}_i(\lambda) = \frac{j_p(\lambda)}{qN(\lambda)T(\lambda)} + \frac{j_n(\lambda)}{qN(\lambda)T(\lambda)} + \frac{j_g(\lambda)}{qN(\lambda)T(\lambda)}, \tag{10.20}$$

iar răspunsul spectral extern $\mathcal{R}(\lambda) = \mathcal{R}_i(\lambda)\, T(\lambda)$. Curentul de scurtcircuit pentru o lungime de undă dată se exprimă prin relația

$$j_L(\lambda) = qN(\lambda)\mathcal{R}(\lambda), \tag{10.21}$$

iar curentul total pentru un spectru de radiație se obține integrînd expresia (10.21) pe întregul spectru

$$j_L = q\int_0^\infty N(\lambda)\mathcal{R}(\lambda)\mathrm{d}\lambda. \tag{10.22}$$

În figura 10.11 este reprezentat numărul de fotoni care cad pe un cm² pe porțiunea din spectrul solar cuprinsă între 0,2 și 1,2 μm [10]. Curba de deasupra este obținută în condiții AMO (Air Mass 0), adică în afara atmosferei terestre, iar curba de dedesubt este obținută în condiții AM2 (Air Mass 2), adică la suprafața Pămîntului într-o zi cu condiții atmosferice medii. Masa aerului AM (Air Mass) definește cantitativ gradul în care atmosfera afectează lumina solară primită la suprafața Pămîntului. Ea este egală cu secanta unghiului făcut de poziția Soarelui cu zenitul, măsurat la nivelul mării. Definiția nu descrie situația reală deoarece nu ia în considerare condițiile de vreme, însă estimează cantitativ la ce ne putem aștepta în medie într-un punct dat la un anumit moment de timp al anului.

Densitatea de putere solară în condiții AMO, integrată pe toate lungimile de undă, este 135,3 mW/cm², în condiții AM2 (cînd Soarele se află sub unghiul de 60°) este 72—75 mW/cm², iar în condiții AM1 este 100 mW/cm². Spectrul AM1 reprezintă spectrul solar la suprafața Pămîntului pentru condiții ale vremii (atmosferice) optime, cînd Soarele se află la zenit.

Din figura 10.11 se observă că deosebirea între spectrul AMO și spectrul AM2 este în domeniile infraroșu și ultraviolet.

Această deosebire apare deoarece radiația infraroșie este absorbită de către vaporii de apă și de CO_2 iar radiația ultravioletă este absorbită de către ozon în straturile superioare ale atmosferei. Valorile teoretice ale curentului de scurtcircuit pentru celulele solare din siliciu și GaAs sînt 54 și, respectiv, 39 mA/cm² în condiții AMO și 34 își 25 mA/cm² în condiții AM2. Valorile experimentale obținute pînă în prezent sînt în jur de 2/3 din valorile teoretice.

Fotocurentul, j_L, depinde de lărgimea benzii interzise prin coeficientul de absorbție α. Pe figura 10.12 este reprezentat coeficientul de absorbție pentru absorbție intrinsecă (banda de valență-banda de conduc-

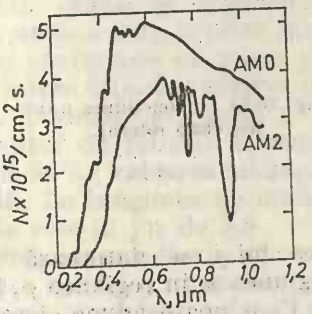


Fig. 10.11. — Distribuția spectrală a numărului de fotoni pe cm² și pe secundă, care sosesc de la Soare.

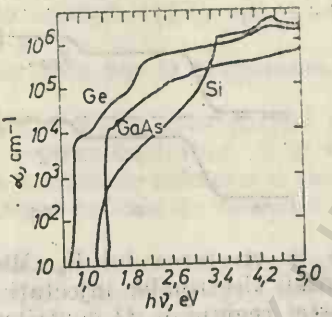


Fig. 10.12. — Coeficientul de absorbție intrinsecă în Ge, Si și GaAs.

ție), pentru Ge, Si și GaAs. Cu cît lărgimea benzii interzise este mai mică, cu atît este absorbită mai multă lumină din spectru și fotocurentul este mai mare.

10.3.4. TENSIUNEA LA CIRCUIT DESCHIS

Tensiunea la circuit deschis V_0 (ec. (10.3)) este cu atît mai mare cu cît densitatea de fotocurent este mai mare și cu cît densitatea de curent de saturație

$$j_s = qn_i^2\left[\frac{1}{N_A}\left(\frac{D_n}{\tau_n}\right)^{1/2} + \frac{1}{N_D}\left(\frac{D_p}{\tau_p}\right)^{1/2}\right] \qquad (10.23)$$

este mai mică (n_i este concentrația purtătorilor intrinseci iar N_A și N_D sînt concentrațiile impurităților acceptoare și donoare în regiunile p și n). Se observă din ecuația (10.3) că j_s este cu atît mai mic cu cît timpul de viață a purtătorilor de sarcină este mai mare, cu cît concentrațiile purtătorilor majoritari $p_{0p} = N_A$ și $n_{0n} = N_D$ sînt mai mari și cu cît n_i este mai mic, adică lărgimea benzii interzise E_g este mai mare. Ultima cerință vine în contradicție cu condiția ca curentul de scurtcircuit să fie mare, care este satisfăcută pentru E_g cît mai mic. Practic se realizează un compromis între curent de scurtcircuit mare și tensiunea la circuit deschis mare (paragraful 10.3E). O creștere a tensiunii la circuit deschis se obține prin folosirea joncțiunilor npp^+ sau pnn^+ (în care se iluminează suprafața n și, respectiv p) [17]. Referindu-ne la joncțiunea npp^+, regiunea p se continuă cu o regiune puternic dopată, p^+, și apare o barieră de potențial, V_{pp^+}, care împiedică purtătorii minoritari să ajungă la contactul ohmic de la suprafața p^+ (la contactul ohmic viteza de recombinare superficială este infinită) (fig. 10.13).

În consecință, o parte din purtătorii care ar fi fost pierduți la această suprafață ajung la joncțiune (în cazul cînd grosimea regiunii p este comparabilă sau mai mică decît lungimea de difuzie a electronilor) și aduc o creștere a curentului de scurtcircuit față de cazul cînd nu exista

regiunea p^+. Prin creşterea curentului de scurtcircuit creşte şi V_0. De asemenea, în joncţiunea considerată densitatea de curent de saturaţie j_s este mai mică decît în joncţiunea fără regiunea puternic dopată, ceea

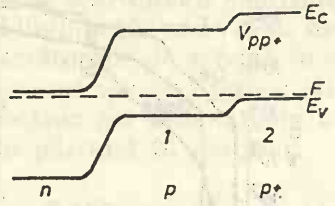


Fig. 10.13. — Joncţiunea npp^+ (cu cîmp intern).

ce duce la creşterea lui V_0. Micşorarea lui j_s se datorează reducerii recombinării electronilor injectaţi din regiunea n în regiunea p, la suprafaţa acestei regiuni p. O contribuţie la V_0 o poate aduce şi modularea barierei V_{pp^+}.

10.3.5. EFICIENŢA CELULEI SOLARE

Eficienţa conversiei energiei solare în energie electrică este parametrul cel mai important care defineşte calitatea celulei. Dacă considerăm Soarele ca un corp negru cu temperatura de 6 000 K, atunci eficienţa unui dispozitiv trebuie să aibă limita maximă dată de eficienţa ideală Carnot

$$\eta < 1 - \frac{300}{6\,000} \tag{10.24}$$

(300 K este temperatura mediului ambiant). În realitate eficienţa unei celule solare este mult mai mică decît această valoare, datorită pierderilor. Eficienţa reală a unei celule solare este definită prin relaţia

$$\eta = \frac{P_m}{P_{in}}, \tag{10.25}$$

unde P_m este puterea electrică maximă obţinută care, avînd în vedere (10.11), este dată de relaţia $P_m = uI_{sc}V_0$, iar P_{in} este puterea solară care cade pe celulă $P_{in} = \int_0^\infty N(\lambda)\, h(c/\lambda)\mathrm{d}\lambda$ (c este viteza luminii). Avînd în vedere expresiile (10.3) şi (10.22) se obţine

$$\eta = \frac{\mu \dfrac{kT}{q} \ln\left(\dfrac{I_L}{I_s} + 1\right) q \int_0^\infty N(\lambda)\mathfrak{R}(\lambda)\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty N(\lambda)\dfrac{hc}{\lambda}\mathrm{d}\lambda}. \tag{10.26}$$

Două corecţii pot fi făcute la această expresie. Întîi, ea trebuie înmulţită cu raportul dintre aria activă şi aria totală a celulei (deoarece contactul ohmic pe suprafaţa care se iluminează acoperă 5—7,5% din această suprafaţă; suprafaţa acoperită poate fi redusă pînă la 3—4% dar nu mai mult).

O a doua corecție este legată de scrierea expresiei (10.1) care ia în considerare numai curentul de difuzie și nu și curentul de generare-recombinare în stratul de baraj. Dacă ținem cont de această observație (a se vedea cap. III), atunci la exponențiala din ecuația (10.1) apare nkT în loc de kT, unde n este cuprins între 1 și 2.

În continuare expunem pierderile care duc la micșorarea eficienței celulei solare față de valoarea ideală.

1. Lumina care cade pe suprafața celulei este parțial reflectată. Coeficientul de reflexie la suprafața semiconductorilor Si și GaAs este în jur de 30%; valoarea lui depinde de indicele de refracție și de lungimea de undă. La lungimea de undă de 0,6μm indicele de refracție pentru Si și GaAs este în jur de 3,9.

Micșorarea reflexiei se poate realiza pe două căi: prin depunerea pe suprafața celulei a unuia sau două straturi antireflectante precum și prin prepararea suprafeței celulei cu un număr foarte mare de piramide sau mustăți (fig. 10.14), care au dimensiunile și distanțele dintre ele de ordinul micronilor.

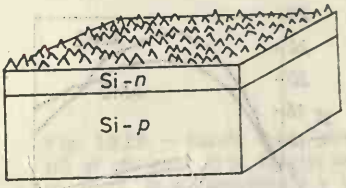


Fig. 10.14. — Joncțiunea $n-p$ din siliciu cu structrua „de piramide" a suprafeței.

Fig. 10.15. — Reflexia și refracția luminii pe suprafața cu structură „de piramide".

Pentru straturi antireflectante se folosesc materiale cu indici de refracție mici și cu bandă interzisă mare, cum sînt SiO, TiO_2, SiO_2, Al_2O_3, Ta_2O_5 (au indicii de refracție între 1,4 și 2,25 și banda interzisă mai mare de 3eV). Rezultatele cele mai bune se obțin cu două straturi antireflectante, stratul cu indice de refracție mai mic fiind deasupra iar cel cu indice de refracție mai mare, la mijloc, jucînd rol de adaptor de indice de refracție. De exemplu, dacă pe suprafața Siliciului se depune un strat de 600Å de TiO_2($n = 2{,}3$), apoi un strat de grosime 1 050—1 100Å din SiO_2 sau M_gF_2 ($n \approx 1{,}4$), coeficientul de reflexie este micșorat la valoarea de 3%. Grosimea stratului antireflectant se ia astfel ca reflexia să aibă valoare minimă (practic prin încercări experimentale). Montura de sticlă care acoperă celula solară are în afară de rol de protecție și rol de strat antireflectant deoarece sticla împreună cu adezivul au indice de refracție mic (1,3—1,5).

În sfîrșit, realizarea suprafeței celulei sub forma unei structuri cu un număr foarte mare de piramide de dimensiuni mici duce de asemenea la micșorarea reflexiei. Așa cum este ilustrat în figura 10.15 pentru un caz unidimensional, lumina care cade pe fața unei piramide este reflectată pe altă piramidă ș.a.m.d. și deci, prin acest proces de multireflexie, probabilitatea de absorbție este mai mare.

2. Există pierderi datorită distribuției spectrale a radiației solare. Se pierde din spectrul solar energia $h\nu < E_g$ și de asemenea se pierde din energia $h\nu > E_g$ cantitatea $h\nu - E_g$ care nu duce la creșterea numărului de perechi electron-gol ci este cedată rețelei sub formă de căldură. Eficiența este funcție de banda interzisă prin u, I_{sc} și V_0. S-a observat că

maximul se obţine pentru semiconductoarele cu banda interzisă cuprinsă între 1 şi 2eV. Se poate evalua valoarea lărgimii optime a benzii interzise (pentru care eficienţa este maximă) în cazul ideal cînd sînt absorbiţi toţi fotonii $N_t(E_g)$ cu energia mai mare decît E_g, sau cînd sînt colectaţi toţi purtătorii generaţi prin iluminare, neglijîndu-se efectele rezistenţei serie, rezistenţei paralel şi reflexia luminii. În această situaţie se scrie

$$\eta_i = \frac{u\dfrac{kT}{q}\left\{\ln\left[\dfrac{qN_t(E_g)}{I_s}+1\right]\right\}\cdot qN_t(E_g)}{\displaystyle\int_0^\infty N(\lambda)\frac{hc}{\lambda}\,d\lambda}, \qquad (10.27)$$

unde $qN_t(E_g)$ reprezintă curentul de scurtcircuit în cazul ideal, pentru răspunsul spectral egal cu unitatea, şi este reprezentat în funcţie de lărgimea benzii interzise (fig. 10.16) [10]. Eficienţa în funcţie de lărgimea benzii interzise, calculată după relaţia (10.27), este reprezentată în figura

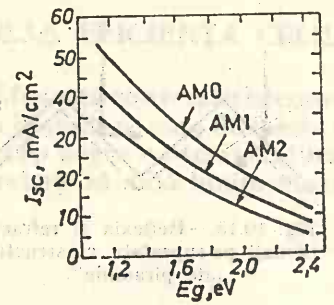


Fig. 10.16. — Curentul de scurtcircuit al celulei solare în funcţie de lărgimea benzii interzise, pentru răspunsul spectral egal cu unitatea.

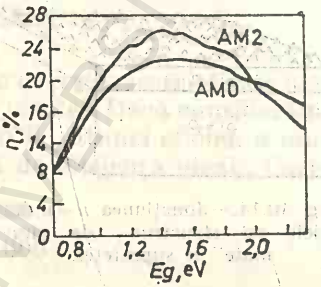


Fig. 10.17. — Eficienţa celulei solare în funcţie de lărgimea benzii interzise.

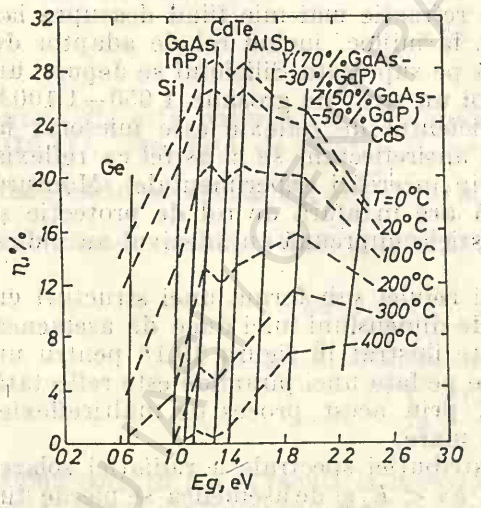


Fig. 10.18. — Eficienţa în funcţie de lărgimea benzii interzise, la diverse temperaturi, pentru celula solară cu caracteristica $I-V$ ideală.

10.17 [10] pentru densitatea de putere de intrare $P_{in} = 135{,}3$ mW/cm² în condiţii AMO şi $P_{in} = 74$ mW/cm² în condiţii AM2. Un rezultat detaliat pentru $P_{in} = 135$ mW/cm² este reprezentat în figura 10.18 [18].

3. O parte din purtătorii generaţi de lumină nu pot fi colectaţi de către joncţiune deoarece, datorită recombinării la suprafaţă şi în volum, nu ajung la ea. Eficienţa de colecţie poate fi mărită prin micşorarea adîncimii joncţiunii şi prin realizarea unui cîmp intern de drift care să antreneze purtătorii spre joncţiune, aşa cum am amintit şi în paragrafele precedente.

4. Există o pierdere a joncţiunii care se manifestă prin faptul că tensiunea la circuit deschis, V_0, este mult mai mică decît E_g/q. Prin

urmare, din energia $h\nu = E_g$ a fotonului se pierde $E_g - qV_0$. Această pierdere ar putea fi redusă dacă concentrația purtătorilor generați prin iluminare se apropie ca valoare de concentrația purtătorilor majoritari din semiconductorul neiluminat, ceea ce se poate întîmpla practic la iluminare infinită.

S-a reușit prin concentrarea (cu ajutorul oglinzilor) luminii solare, pe celule din GaAs, să se obțină o creștere considerabilă a eficienței; pentru un factor de concentrare a luminii solare în jur de 1 000 s-a obținut o eficiență de 25%. În această valoare mare a eficienței intră în afară de efectul fotovoltaic și efectul fototermic al celulei din GaAs. La un factor de concentrare mare a luminii, datorită radiației termice a Soarelui, temperatura celulei crește la 250—300°C; și această energie termică poate fi transformată în energie electrică. În figura 10.19 este reprezentată efi-

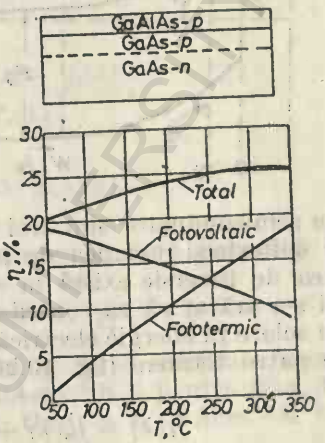


Fig. 10.19. — Celula solară din GaAs (*a*) și eficiența ei în funcție de temperatură, la o concentrare a luminii cu factorul egal cu 1 000 (*b*).

ciența fotovoltaică, eficiența fototermică și eficiența totală a unei celule solare din GaAs pentru un factor de concentrare a luminii egal cu 1 000 [19]. Menționăm că celulele solare din Siliciu pot, de asemenea să funcționeze în condiții de concentrare a luminii, însă numai cu un factor de concentrare în jur de 20—25 și în condiții de răcire speciale.

5. Există pierderi datorate rezistenței serie și rezistenței paralel. Pierderile datorate rezistenței serie cresc cu creșterea acesteia și sînt mai mari în celulele care au fotocurent mai mare. Rezistența serie are valori de la zecimi de ohmi pînă la cîțiva ohmi. Rezistența serie poate fi micșorată prin creșterea concentrației de dopaj în regiunile neutre și prin micșorarea ariei contactului ohmic (care nu poate fi micșorată la mai puțin de 3—4% din suprafața celulei). Efectul rezistenței paralel se face simțit atunci cînd aceasta scade sub 1 000Ω, în celulele din GaAs, și cînd scade sub 500 Ω, în celulele din Si. Rezistența paralel se poate datora eventualelor punți metalice între capetele joncțiunii care pot apare în timpul depunerii contactelor metalice precum și altor defecte de margine pe unde se pot scurge purtătorii de sarcină șuntînd joncțiunea. Efectul rezistenței paralel poate fi evitat prin prepararea cu atenție (multă) a celulei.

10.4. CELULE SOLARE CU BARIERĂ SCHOTTKY

S-au obținut eficiențe de 9,5% pentru celule de Cr—Si, de 10% pentru celule de Au-GaAs și de 12% pentru celule de Au-GaAs $_{0,78}P_{0,22}$, [20]. Celulele solare cu barieră Schottky prezintă interes în măsura în care procesul lor de fabricație este simplu și se utilizează straturi subțiri, ceea ce este rentabil din punct de vedere economic [21]. În acest scop se consideră diagrama energetică a unei celule solare metal-semiconductor de tip n(fig. 10.20).

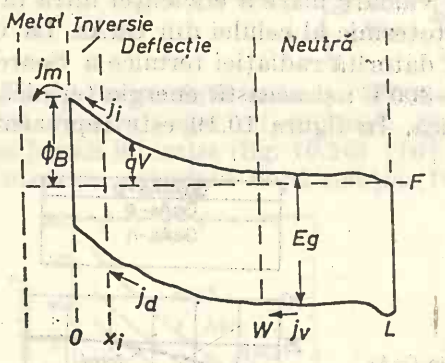


Fig. 10.20. — Diagrama energetică a unei celule solare cu barieră Schottky.

În semiconductor sînt trei regiuni distincte : regiunea neutră, regiunea de deflexie și regiunea de inversie (dacă aceasta din urmă există). Regiunea de inversie există în sistemele în care înălțimea barierei este mare și s-a arătat că ea contribuie la creșterea eficienței de conversie a energiei solare în energie electrică [22]. Densitatea totală a fotocurentului conține patru termeni (fig. 10.20)

$$j_L(\lambda) = j_m(\lambda) + j_i(\lambda) + j_d(\lambda) + j_v(\lambda), \tag{10.28}$$

care se datorează absorbției luminii în metal, în stratul de inversie, în stratul de deflexie (sărăcire) și în volumul (regiunea neutră) semiconductorului. Curentul j_m, datorat electronilor excitați în metal și care trec în semiconductor, este cu două ordine de mărime mai mic decît celelalte componente, provenite din excitația bandă-bandă din semiconductor, și poate fi neglijat. Din studiul lui j_m se determină înălțimea barierei de potențial. Dacă cîmpul din stratul de baraj (stratul de deflexie și stratul de inversiune) este mare, atunci purtătorii generați de lumină sînt îndepărtați rapid fără ca ei să recombine în această regiune și contribuția la curentul fotoelectric este dată de o expresie analogă cu ecuația (10.19)

$$j_i + j_d = j_g = \int_{x_i}^{W} g\,dx = qT_r N(e^{-\alpha l W} - e^{-\alpha x_i}), \tag{10.29}$$

unde T_r este diferit de T și reprezintă coeficientul de transmisie a luminii prin metalul cu care este realizată dioda Schottky ; el depinde de grosimea stratului metalic și de lungimea de undă. O scădere simțitoare a transmisiei apare la grosimi ale stratului de aur care depășesc 100Å. Transmisia crește dacă pe metal se depune, un strat antireflectant.

Fotocurentul, j_v, datorat golurilor generate în regiunea neutră și colectate de către barieră are formă analogă cu j_p (ec. (10.17)) și se scrie identic cu relația (10.18), cu următoarele schimbări: T cu T_r, L_n cu L_p, D_n cu D_p, s_n cu s_p, x_p cu W și $d-x_p$ cu $L-W$ (fig. 10.19). Dacă contactul este ohmic, atunci $s_p = \infty$ și se obține

$$j_v = \frac{qN\alpha L_p}{\alpha^2 L_p^2 - 1} T_r e^{-\alpha W} \left[\alpha L_p - \frac{\cosh\left(\frac{L-W}{L_p}\right) - \exp[-\alpha(L-W)]}{\sinh\left(\frac{L-W}{L_p}\right)} \right]. \tag{10.30}$$

Pentru grosimea regiunii neutre $L - W \gg L_p$

$$j_v = \frac{qN\alpha L_p}{\alpha L_p + 1} T_r e^{-\alpha W}. \tag{10.31}$$

Răspunsul spectral este

$$\mathcal{R}(\lambda) = \frac{j_i(\lambda) + j_d(\lambda) + j_v(\lambda)}{qN(\lambda)\, T_r(\lambda)},$$

și

$$j_L = q \int_0^\infty N(\lambda) T_r(\lambda)\, \mathcal{R}(\lambda)\, d\lambda. \tag{10.32}$$

Caracteristica $I-V$ a celulei solare cu barieră Schottky se scrie

$$I = A^* T^2 e^{-\frac{q\Phi_B}{kT}} \{e^{q(V-IR_s)/kT} - 1\} - I_L, \tag{10.33}$$

unde A^* este constanta lui Richardson și Φ_B — înălțimea barierei de potențial metal-semiconductor ($A^* = 110 Acm^{-2} K^{-2}$ pentru Si-n, $32 Acm^{-2} K^{-2}$ pentru Si-p, $8{,}6 Acm^{-2} K^{-2}$ pentru GaAs-n și $79 Acm^{-2} K^{-2}$ pentru GaAs-p).

Deducerea expresiei fotocurentului din celula solară cu barieră Schottky, cînd se ia în considerare difuzia și cîmpul de drift în regiunile de inversie și de deflexie, s-a făcut folosind metoda de integrare Runge-Kutta, care dă posibilitatea să se obțină rezultate cu mare precizie [21]. Un asemenea rezultat este reprezentat în figura 10.21, pentru fotocurentul $j_L(\lambda)$ rezultat din regiunea de inversie, din regiunea de deflexie și din volumul semiconductorilor n-Si și n-GaAs. Deoarece coeficientul de absorbție a luminii este mare în GaAs față de Si, se observă că în GaAs $j_i(\lambda)$ aduce contribuție semnificativă la fotocurent.

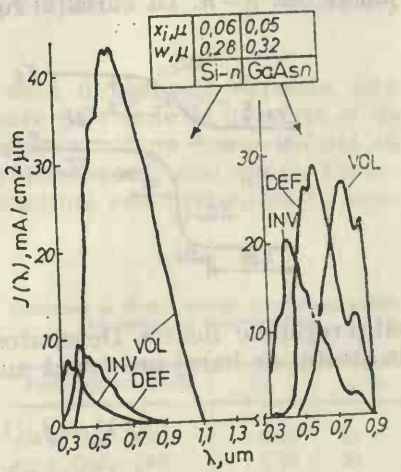


Fig. 10.21. — Densitatea de curent spectrală în funcție de lungimea de undă pentru celulele cu barieră Schottky, Au-Si-n și Au-GaAs-n, cu grosimea stratului de aur egală cu 100Å și concentrația donorilor 10^{16} cm^{-3}.

Tensiunea la circuit deschis V_0 (care se găsește din ecuația (10.33) pentru $I = 0$) crește liniar cu creșterea înălțimii barierei metal-semiconductor și

este mai mică în celula cu diodă Schottky decît în aceea cu joncțiune $p-n$ deoarece, pentru același nivel de dopaj, curentul de întuneric este mai mare. Realizarea unui strat subțire de oxid (10—20Å) la interfața metal-semiconductor micșorează curentul de întuneric și crește înălțimea barierei și tensiunea la circuit deschis ceea ce, în măsura în care fotocurentul nu este afectat, duce la îmbunătățirea eficienței celulei.

Din punct de vedere tehnologic, celulele solare cu barieră Schottky se realizează depunînd prin evaporare un strat subțire metalic (de grosime pînă la 100Å) pe suprafața unui semiconductor bine curățată chimic. Metalele cu proprietățile cele mai avantajoase — care au transparență mare, dau înălțime mare a barierei și au rezistență mică a stratului — sînt aurul, argintul și platina. Se folosesc, de asemenea, sticle conductoare transparente: $I_{n2}O_3$, S_nO_2 ZnO, care formează barieră Schottky cu semiconductoare de tip n. Ele se depun prin evaporare, pulverizare (a stării lichide) etc. [23].

10.5. CELULE SOLARE CU HETEROJONCȚIUNI

Diagrama energetică a unei heterojoncțiuni (cap. III) este reprezentată în figura 10.22; lărgimea benzii interzise a regiunii n, E_{g1}, este mai mare decît lărgimea benzii interzise a regiunii p, E_{g2}. O heterojoncțiune se ilumineză pe fața corespunzătoare materialului cu bandă interzisă mai mare, care joacă un rol de „fereastră" pentru materialul cu bandă interzisă mai mică. În acest fel este folosită o mare parte din spectrul solar. În regiunea 2 sînt absorbiți și generează perechi electron-gol, fotonii, cu $h\nu \geqslant E_{g2}$, iar în regiunea 1, fotonii cu $h\nu \geqslant E_{g1}$. Celula solară cu heterojoncțiuni are avantajul, ca și celula cu barieră Schottky, că are răspuns spectral la lungimi de undă mici, deci purtătorii generați prin iluminare sînt colectați de către heterojoncțiune în același mod ca în joncțiunea $p-n$. La curentul fotoelectric contribuie atît stratul de baraj

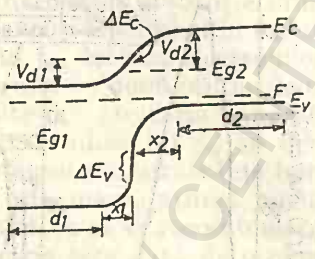


Fig. 10.22. — Diagrama energetică a unei heterojoncțiuni utilizată ca celulă solară.

cît și regiunile neutre. Densitatea de curent fotoelectric datorat absorbției în stratul de baraj are formă analogă cu ecuația (10.19)

$$\begin{aligned} j_g(\lambda) &= j_{g1}(\lambda) + j_{g2}(\lambda), \\ j_{g1}(\lambda) &= qNT\, e^{-\alpha_1 d_1}[1 - e^{-\alpha_1 x_1}], \\ j_{g2}(\lambda) &= qNT\, e^{-\alpha_1(d_1+x_1)}[1 - e^{-\alpha_2 x_2}]. \end{aligned} \tag{10.34}$$

Notînd cu α_1 coeficientul de absorbție în regiunea 1 și cu α_2 coeficientul de absorbție în regiunea 2 și neglijind reflexia luminii la interfață dato-

rată indicilor de refracție diferiți ai celor două regiuni, rezultă, analog cu ecuația (10.17)

$$j_p(\lambda) = \frac{qNT\alpha_1 L_{p1}}{\alpha_1^2 L_{p1}^2 - 1} \times$$

$$\times \left[\frac{\left(\frac{s_p L_{p1}}{D_{p1}} + \alpha_1 L_{p1} \right) - e^{-\alpha_1 d_1} \left(\frac{s_p L_{p1}}{D_{p1}} \cosh \frac{d_1}{L_{p1}} + \sinh \frac{d_1}{L_{p1}} \right)}{\frac{s_p L_1}{D_{p1}} - e^{-\alpha_1 d_1} \left(\frac{s_p L_{p1}}{D_{p1}} \cosh \frac{d_1}{L_{p1}} + \sinh \frac{d_1}{L_{p1}} \right)} - \alpha_1 L_{p1} e^{-\alpha_1 d_1} \right], \tag{10.35}$$

pentru regiunea 1 și, analog cu ecuația (10.18)

$$j_n(\lambda) = \frac{qN\alpha_2 L_{n2} T e^{-\alpha_1 (d_1 + x_1 + x_2)}}{\alpha_2^2 L_{n2}^2 - 1} \times$$

$$\times \left[\alpha_2 L_{n2} - \frac{\frac{s_n L_{n2}}{D_{n2}} \left(\cosh \frac{d_2}{L_{n2}} - e^{-\alpha_2 d_2} \right) + \sinh \frac{d_2}{L_{n2}} + \alpha_2 L_{n2} e^{-\alpha_2 d_2}}{\frac{s_n L_{n2}}{D_{n2}} \sinh \frac{d_2}{L_{n2}} + \cosh \frac{d_2}{L_{n2}}} \right] \tag{10.36}$$

pentru regiunea 2. Deci răspunsul spectral va fi

$$\mathcal{R}_i(\lambda) = \frac{j_{g1}(\lambda) + j_{g2}(\lambda) + j_p(\lambda) + j_n(\lambda)}{qN(\lambda)\, T(\lambda)}, \tag{10.37}$$

și curentul de scurtcircuit

$$j_L = q \int_0^\infty N(\lambda)\, \mathcal{R}_i(\lambda)\, T(\lambda) \mathrm{d}\lambda. \tag{10.38}$$

Densitatea de curent fotoelectric, dată de această expresie, este micșorată de către procesele de recombinare pe stările de interfață și de către discontinuitățile ΔE_c și ΔE_v la heterojoncțiune (care trebuie să fie neglijabile pentru ca celula să aibă performanțe cît mai bune). Caracteristica $I-V$ la întuneric a unei heterojoncțiuni este prezentată în capitolul III. Pentru celula solară la expresia curentului (ec. (3.83)) se adaugă I_L dat de expresia de mai sus ($I_L = A_a j_L$, A_a este aria activă a heterojoncțiunii) și pentru $I = 0$ se găsește tensiunea la circuit deschis. Eficiența se găsește în același mod ca pentru celelalte celule solare.

Unele rezultate limită, în condiții AMO, sînt prezentate în tabela 10.1.

Un caz deosebit îl prezintă heterojoncțiunile Cu_2S-CdS, unde caracteristica $I-V$ în prezența iluminării intersectează caracteristica $I-V$

Tabela 10.1

Tensiunea la circuit deschis și eficiența celulelor solare cu heterojoncțiuni

Heterojoncțiunea	V_0	η, %
$p-n$, GaP—Si	0,69	25
$p-n$ GaP—InP	0,94	30
$p-n$ GaP—GaAs	1,05	28
$p-n$ GaAs—InP	0,93	30
$n-p$ GaP—Si	0,67	24
$n-p$ GaP—InP	0,81	25
$n-p$ GaP—GaAs	0,82	21
$n-p$ GaAs—InP	0,87	27

la întuneric (fig. 10.23) [25], ceea ce vine în contradicție cu cele expuse de noi mai înainte și anume: curentul fotoelectric se scade din curentul de întuneric. Întretăierea se observă (pentru celulele cu performanțe bune-curba *3*) pe porțiunea exponențială a caracteristicii $I-V$ [26—28]. Întîi s-a presupus că întretăierea s-ar datora variației rezistenței serie în prezența iluminării (prin variația rezistenței regiunii neutre a CdS); rezistența serie scade și curentul crește mai rapid, cu tensiunea aplicată, față de cazul de întuneric. Aceasta, totuși, nu poate justifica întretăierea pe porțiunea exponențială a caracteristicii $I-V$, unde efectul rezistenței serie nu este esențial. O altă explicație a fost dată [27] pe baza variației lărgimii stratului de baraj în prezența iluminării. Diagrama benzilor de energie a heterojoncțiunii Cu_2S—CdS este reprezentată în figura 10.24 (Cu_2S este semiconductor de tip p aproape degenerat iar CdS semiconductor de tip n (pînă acum nu s-a putut obține CdS de tip p)). S-a presupus [27] că la interfață apare un vîrf în banda de conducție datorită diferenței în afinitățile electronice ale celor două materiale sau prezenței stărilor de interfață. Prin acest vîrf tunelează electronii dintr-o regiune în cealaltă.

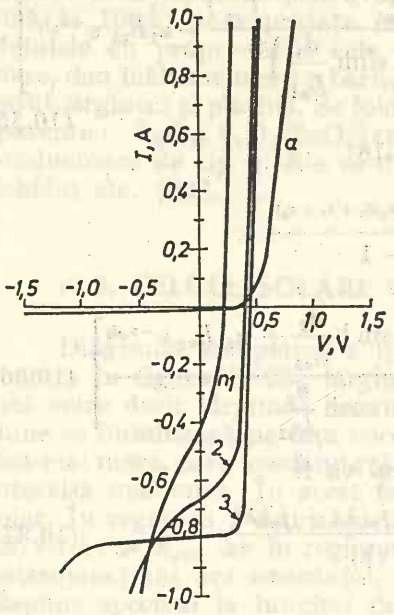


Fig. 10.23. — Caracteristica $I-V$ la întuneric (*a*) și la lumină (*b*), fără tratament termic (*1*), după tratament termic la 130° C timp de 6 ore (*2*) și timp de 12 ore (*3*).

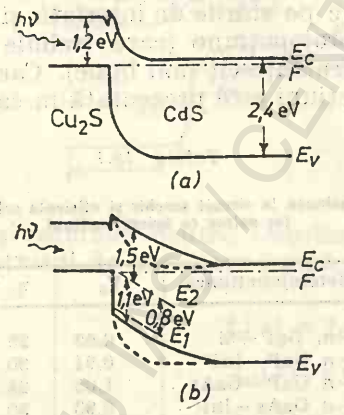


Fig. 10.24. — Diagrama de benzi de energie a heterojncțiunii Cu_2S—CdS înainte de tratament termic (*a*) și după tratament termic (*b*).

Valoarea curentului de tunelare este cu atît mai mare cu cît lărgimea barierei de potențial (vîrfului) este mai mică. Lărgimea vîrfului, ca de altfel a întregului strat de baraj din CdS, este controlată de către nivele adînci acceptoare (date de imperfecțiuni) a căror populare cu electroni este modulată de către lumină. Prin tratamentul termic la care sînt supuse celulele, impuritățile acceptoare difuzează în CdS într-un strat subțire de lîngă interfață; ele (fiind încărcate cu sarcină negativă) compensează stările donoare din CdS ceea ce duce la lărgirea stratului de baraj (reprezentat cu linie plină în fig. 10.24*b*). Iluminarea heterojoncțiunii cu fotoni care au suficientă energie pentru a trece electronii de pe nivelul E_2 în banda de conducție ($\sim$ 1,5eV) conduce la micșorarea stratului de baraj, reprezentat cu linie întreruptă pe figura 10.24*b* (Nivelul E_1 de pe figură reprezintă starea imperfecțiunii fără electron). Micșorarea stratului de baraj

duce la creşterea curentului direct de tunelare prin vîrf, ceea ce face ca în prezenţa iluminării curentul direct să fie mai mare decît la întuneric; aceasta este o explicaţie a întretăierii caracteristicii $I-V$ la întuneric de către caracteristica $I-V$ în prezenţa iluminării. O altă explicaţie ar fi că, în absenţa vîrfului în banda de conducţie a heterojoncţiunii (de fapt acest vîrf ori are înălţimea prea mică, ori nu există; linia întreruptă în fig. 10.24*a* arată această situaţie), prin micşorarea lărgimii stratului de baraj, în prezenţa iluminării, creşte cîmpul la interfaţă (şi antrenează mai rapid purtătorii de sarcină) ceea ce duce la micşorarea pierderilor prin captura purtătorilor pe, stările de interfaţă şi la creşterea curentului electric direct. Această idee a fost preluată de unii autori [28] care bazîndu-se pe asimetria puternică la contactul dintre Cu_2S şi CdS au aproximat heterojoncţiunea Cu_2S-CsS cu o barieră Schottky.

Concluzia este că indiferent de mecanismul de curgere a curentului electric şi de modelul de benzi propus efectul de întretăiere se datorează modulării lărgimii stratului de baraj de către lumină prin intermediul nivelelor acceptoare precum şi modulării rezistenţei serie de către lumină, hotărîtor fiind primul efect. Celula solară uzuală din $CdS-Cu_2S$ se formează prin depunerea unui strat subţire de cîţiva μm de CdS policristalin pe plastic sau sticlă peste care s-a depus iniţial un strat metalic (Ag şi Zn). Formarea heterojoncţiunii (depunerea stratului de Cu_2S) se realizează prin înmuierea structurii obţinute într-o soluţie de CuCl la temperatura de 80—100°C timp de zeci de secunde pînă la cîteva minute; grosimea optimă a stratului de Cu_2S este în jur de 0,2 μm. Peste Cu_2S se depune al doilea contact ohmic din Cu sau Au, sub formă de reţea, peste care cu ajutorul unui adeziv transparent se aplică o plăcuţă de sticlă sau plastic transparent. Îmbunătăţirea proprietăţilor de redresare şi sensibilităţii spectrale se face prin tratament termic la o temperatură cuprinsă între 130 şi 250°C timp de la cîteva minute pînă la mai multe ore (fig. 10.23).

10.6. REZULTATE EXPERIMENTALE. ALTE TIPURI DE CELULE SOLARE

În figurile 10.24 şi 10.25 sînt reprezentate tipuri de celule solare din siliciu iar în figura 10.26 sînt reprezentate tipuri de celule solare din CdS [28—34].

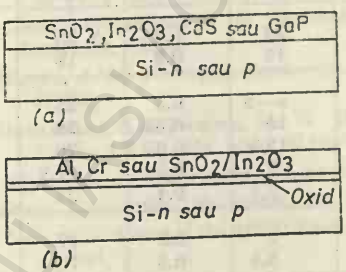


Fig. 10.25. — Celule solare din siliciu, cu heterojoncţiune (*a*) şi cu barieră Schottky (*b*).

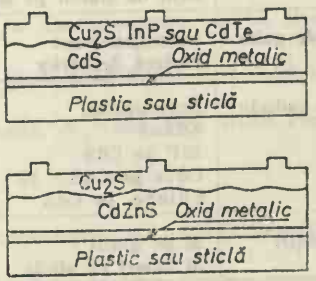


Fig. 10.26. — Celule solare din CdS.

S-au realizat tandem-uri de celule solare, de exemplu prin depunerea unei bariere Schottky peste o heterojoncțiune, ceea ce duce la creșterea eficienței de conversie (conversiile celor două joncțiuni se adună).

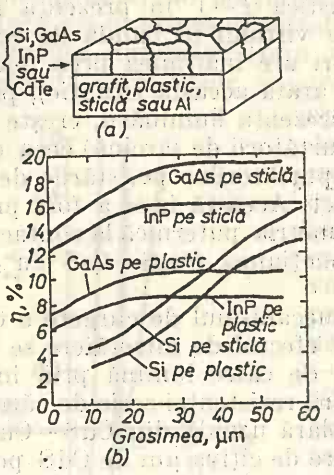


Fig. 10.27. — Celule solare cu straturi subțiri semiconductoare policristaline (*a*) și eficiența lor în funcție de grosimea stratului semiconductor (*b*).

S-au realizat, de asemenea, celule solare din straturi subțiri [35] semiconductoare policristaline depuse pe substrate din materiale ieftine (fig. 10.27*a*) ale căror performanțe teoretice în funcție de materialele folosite se prezintă în figura 10.27 *b*. În tabela 10.2 sînt redate rezultatele recente obținute cu celulele solare [28—34].

Tabela 10.2

Caracteristicile celulelor solare

Materialul de bază	Tipul de structură	Eficiența, %	V_0, V	I_{sl}, mA/cm²	Factorul de umplere, %
Siliciu	convențional	12—16	0,55	35	73—76
	nereflectant	18	0,60	36	75
	heterojoncțiune	6—10	0,50	15—25	50—70
	barieră Schottky	8—10	0,55	24	67
	oxid de indiu și de staniu pe siliciu	12	0,50	32	70
	oxid de staniu pe siliciu	10	0,54	28	63
Arseniură de galiu	heterojoncțiune	23	0,9	35	80
	barieră Schottky	15	0,9	16	70
Sulfură de cadmiu	convențional	5—8	0,5	25	65—75
	CdZnS	15	0,68	28	67
	InP pe CdS	12,5	0,65	20	67
	CdTe pe CdS	7	0,5	17,2	60
	$CuInSe_2$ pe CdS	5,7	0,4	27	50
Straturi subțiri	Si pe grafit	5	0,5	17	60
	Si amorf pe sticlă	5,5	0,8	10	58
Straturi subțiri	CdS pe plastic	5,2	0,4	20	50
	oxid de indiu și de staniu pe CdTe	7,4	0,6	16	60

S-au realizat celule solare cu multe joncțiuni depuse una peste alta în care iluminarea se face paralel cu joncțiunile. Avantajul este că răspunsul spectral se întinde pe un domeniu larg de lungimi de undă.

În încheiere ne referim la două probleme interesante :

1. Efectul fotovoltaic anomal. El constă în apariția în unele straturi subțiri semiconductoare (Si, Ge, GaAs, CdTe, PbS, CdS etc.) a unei tensiuni fotovoltaice de ordinul a 10^3V, care depășește cu multe ordine de mărime valoarea corespunzătoare a lărgimii benzii interzise a semiconductorului. Se pare că efectul se explică prin apariția unui număr mare (foarte mare) de microjoncțiuni legate în serie, a căror tensiuni fotovoltaice se adună. Însă curentul fotoelectric și puterea fotovoltaică au valori mici [36].

2. Apariția unei tensiuni fotovoltaice care se poate menține timp îndelungat. Aceasta se poate datora unui gradient al concentrației [37] unor impurități sau alte defecte care se încarcă cu sarcină electrică sub influența luminii și care au timp de descărcare mare. Studiul unor asemenea fenomene pe baza curenților fotostimulați [38] și termostimulați prezintă importanță pentru caracterizarea defectelor, însă datorită valorilor foarte mici ale curenților implicați se pare că nu prezintă utilitate practică.

BIBLIOGRAFIE

1. C. Constantinescu, A. Glodeanu, *Stări locale în semiconductori*, Edit. Academiei, București, 1967
2. D.M. Chapin, C.S. Fuller, G. L. Pearson, J. Appl. Phys., **25**, 676 (1954).
3. J. Tauc, Rev. Mod. Phys., **29**, 308 (1957).
4. V. Dolocan, Analele Univ. București, Ser. Științ. Nat., **17**, 45 (1968).
5. S.M. Ryvkin, *Fotoelektriceskie Iavlenlia v poluprovodnikax*, Moscova, 1965.
6. C. Verie, C.R. Acad. Sci., **258**, 533 (1964).
7. Y. Marfayng, J. Chevallier, IEEE Trans. on Electron Devices, **ED—18**, 465 (1971).
8. R.J. Handy, Solid State Electron., **10**, 765 (1967).
9. B. Ellis, T.S. Moss, Solid State Electron., **13**, 1 (1970).
10. H.J. Hovel, *Solar Cells*, în *Semiconductors and Semimetals*, vol. 11, Academic Press, New York, 1975; F.A. Lindholm, C.T. Sah, IEEE Trans. on Electron Divices, **ED—24**, 299 (1977).
11. P.T. Landsberg, Solid State Electron., **18**, 1043 (1975).
12. M. Wolf, Proc. IEEE, **51**, 674 (1963).
13. R. van Overstraeten, W. Nuyts, IEEE Trans. on Electron Devices, **ED—16**, 632 (1969).
14. H. J. Hovel, J. M. Woodall, W. E. Howard, *Symposium on GaAs*, Boulder, p. 205, Inst. of Phys. and Phys. Soc., London, 1972.
15. V. Dolocan, *Proceedings of the Twelth Seminar on Electrochemistry*, p. 415, March, 1972, Karaikudi, India.
16. H.J. Hovel, J. M. Woodall, Conf. Rec. IEEE Photo Spec. Conf., 10th, Palo Alto, p. 25 (1973).
17. M.P. Godlevski, C.R. Barona, H. W. Brandhorst, Jr., Conf. Rec. IEEE Photo Spec. Conf., 10th, Palo Alto, 40 (1973).
18. J. J. Wysocki, P. Rappaport, J. Appl. Phys., **31**, 571 (1960).
19. J. duBow, Electronics, November, **11**, 1976, 86.
20. Y. M. Yeh, R.J. Stirn, 11th IEEE Photovoltaic Specialists Conf., IEEE, New York, 1975, p. 391
21. R.F. McOuat, D. L. Pulfrey, J. Appl. Phys., **47**, 113 (1976); J. Shewchun, R.Singh, M.A. Green, J. Appl. Phys., **48**, 765 (1977).
22. D.L. Pulfrey, R.F. Mc Ouat, Appl., Phys. Lett., **24**, 167 (1974).

23. J.P. Fillard, J.C. Manifacier, Japan. J. Appl. Phys., 9, 1012 (1970), T. Nishino, Y. Hamakawa, Japan. J. Appl. Phys., 9, 1085 (1972).
24. A.K. Sreedhar, B.L. Sharma, R. K. Purohit, IEEE Trans. on Electron Devices, ED—16, 309 (1969).
25. K.W. Böer, Phys. Rev., B. 13, 5373 (1976).
26. A.E. van Aerschodt, J.J. Capart, K.H. David, M. Fabbricotti, K.H. Heffels, J.J. Loferski, K.K. Reinhartz, IEEE Trans. on Electron Devices, ED—18, 471 (1971).
27. M.D. Gill, R.H. Bube, J. Appl. Phys., 41, 3731 (1970).
28. D.L. Vasilevskii, V.V. Serdiuk, G.G. Cemeresiuk, Fizika i Tehnika Poluprovodnikov, 9, 2065 (1975); J. C. Danton, Energy Conversion, 16, 199 (1977).
29. A. Yoshikawa, Y. Sakai, Solid State Electron., 20, 133 (1976).
30. L.L. Kazmerski şi colab., Appl. Phys. Lett, 29, 268 (1976).
31. L.C. Burton, T.L. Hench, Appl. Phys. Lett., 29, 612 (1976).
32. W.A. Anderson şi colab., Solid State Electron., 19, 973 (1976).
33. A. de Vos, Energy Conversion, 16, 1/2, p. 67 (1976).
34. B. Tell şi colab., J. Appl. Phys, 47, 619 (1976).
35. I. Spînulescu, *Fizica straturilor subţiri şi aplicaţiile acestora*, Edit. ştiinţifică, Bucureşti, 1975.
36. H.W. Brandhorst, A.E. Potter, J. Appl. Phys., 35, 1997 (1964).
37. V. Dolocan, Teză de doctorat, Bucureşti, 1970.
38. T. Boţilă, Teză de doctorat, Bucureşti, 1974.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

STAREA SUPRACONDUCTOARE

În 1911, la trei ani după ce a lichefiat heliul pentru prima dată, Kammerling-Onnes a observat că rezistența electrică a mercurului pur scade brusc prin răcire sub temperatura de 4,2 K (fig. A.1.1) [1]. El a explicat aceasta pe baza faptului că mercurul trece din starea normală într-o altă stare care datorită proprietăților sale electrice neobișnuite a fost numită stare supraconductoare. Temperatura T_c la care apare starea supraconductoare se numește temperatură de tranziție sau temperatură critică.

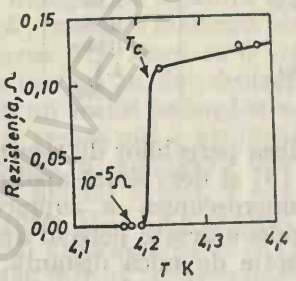


Fig. A.1.1. — Trecerea mercurului din starea normală în starea supraconductoare.

La o temperatură sub temperatura critică supraconductorul poate să treacă în stare normală dacă este pus într-un cîmp magnetic suficient de puternic. Cîmpul magnetic minim, H_c, la care dispare supraconductibilitatea se numește cîmp magnetic critic sau de prag. El variază cu temperatura după legea

$$H_c = H_0\left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right], \qquad \text{(A.1.1)}$$

unde $H_0 = H_c$ la $T = 0$ K. În tabela 1 sînt arătate toate elementele cunoscute pînă în prezent ca fiind supraconductoare și valorile corespunzătoare ale lui T_c și H_0. Mathias [2] a dat o serie de criterii pentru stabilirea proprietăților supraconductoare, dintre care amintim : *1* — supraconductibilitatea apare numai la metalele pentru care numărul electronilor de valență Z are valoarea cuprinsă între 2 și 8 (excepție face Cesiu sub presiune) ; *2* — variația lui T_c cu numărul electronilor de valență prezintă maxime ascuțite pentru Z egal cu 3,5,7 ; *3* — pentru fiecare Z dat constanta rețelei și T_c cresc rapid cu volumul atomului și scad cu creșterea masei atomice. Supraconductibilitatea apare de asemenea la unele semiconductoare [3], la unii compuși intermetalici și la unele aliaje. Domeniul temperaturilor critice cunoscut pînă în prezent se întinde

de la temperaturi foarte joase pînă la 20,05 K, această valoare maximă s-a obținut pentru soluții solide de Nb_3Al și Nb_3Ge [4].

Cînd metalul devine supraconductor, fenomen care are loc sub temperatura critică T_c, apar perechi de electroni numite perechi Cooper; se cuplează doi electroni cu spinul și impulsul contrar.

Tabela 1

Valorile critice ale temperaturii și cîmpului magnetic la elemente supraconductoare

Elementul	T_c, K	H_0, Gs	Elementul	T_c, K	H_0, Gs
Aluminiu	1,19	99	Rutheniu	0,49	66
Cadmiu	0,56	30	Tantal	4,482	830
Galiu	1,09	51	Tecneţiu	7,75	1 410
Indiu	3,404	293	Taliu	3,39	171
Iridiu	0,14	20	Thoriu	1,37	162
Lantan-α	5	—	Staniu	3,722	309
Lantan-β	6,0	1 600	Titan	0,39	100
Plumb	7,18	803	Wolfram	0,012	1 070
Hidrargir-α	4, 153	411	Uraniu-	0,68	2 000
Hidrargir-β	3,95	340	Uraniu-	1,80	—
Niobiu	9,46	1 944	Vanadiu	5,1414	1 370
Osmiu	0,66	65	Zinc	0,875	53
Protactiniu	1,4	—	Zirconiu	0,546	47
Reniu	1,698	198	Molibden	0,95	—

Ideea perechilor de electroni a fost pentru prima dată introdusă de Cooper [5] și dezvoltată apoi de Bardeen, Cooper și Schrieffer [6] într-o teorie microscopică a supraconductibilității. Atracția electron-electron care produce aceste perechi apare din interacția electron-fonon care este o interacție de mică distanță, de ordinul distanței atomice (~1Å). Cu toate acestea, întinderea spațială a unei perechi de electroni este de ordinul $\xi \sim 10^{-4}$ cm (ξ se numește lungime de coerență). Întinderea spațială mare a perechilor se datorează naturii întîrziate a interacției electronilor cu schimb de fononi. Pentru frecvența vibrațiilor rețelei de ordinul frecvenței Debye, ω_D, un electron cu viteza v_F (viteza electronului la suprafața sferei Fermi) poate simți perturbația rețelei produsă de alt electron venind de la distanța $v_F/\omega_D = 10^{-5}$ cm. O sferă de diametru ξ conține $10^6 - 10^7$ perechi. Pentru ca perechile din sferă să coexiste este necesar ca ele să aibă același impuls al centrului de masă. Cu alte cuvinte dacă atașăm un factor de fază funcției de undă care descrie o pereche, această fază trebuie să fie aceeași pentru toate perechile. Așa cum atomii într-un solid controlează ordinea spațială locală, în jurul lor tot așa perechile controlează ordinea locală în fază în interiorul lungimii de coerență. Această ordine în fază se extinde practic în întreg supraconductorul și așa cum într-un solid vorbim de ordine spațială la mare distanță, în supraconductor vorbim de ordine în fază la mare distanță. Pentru a înțelege aceasta în figura A.1.2 am reprezentat cu cercuri sfere de diametru ξ. Pornind de la sfera *1*, în regiunea unde aceasta se suprapune peste sfera *2* faza trebuie să fie aceeași; cum sfera *2* are și ea aceeași fază în interiorul ei, continuitatea fazei se extinde în acest fel în întregul supraconductor. Starea supraconductoare are o energie mai mică decît starea normală cu o cantitate numită energie de condensare. Această energie de condensare forțează continuitatea fazei în regiunile în care

sferele se suprapun. Perechile se află într-o stare condensată care poate fi descrisă printr-o singură funcție de undă macroscopică $\psi(r,t) = |\psi(r,t)| \exp[\theta(r,t)]$.

Densitatea perechilor într-un supraconductor este dată de $|\psi(r,t)|^2$ și faza stării condensate de $\theta(r,t)$. Întreaga stare condensată este descrisă de această funcție de undă $\psi(r,t)$; $\theta(r,t)$ nu este numai faza unei singure

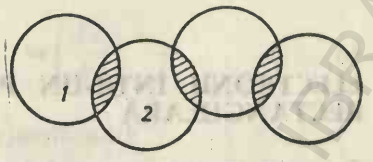


Fig. A.1.2. — Ilustrarea schematică a stabilirii ordinei în fază, de mare distanță în starea supraconductoare.

perechi, ci a tuturor perechilor, fiind prin urmare o observabilă fizică. La o temperatură $T > T_c$ nu există perechi de electroni și corpul se comportă ca un metal normal. Cînd temperatura devine mai mică decît T_c se formează perechi și metalul se comportă ca un supraconductor. Cu scăderea temperaturii crește concentrația de perechi și scade concentrația de electroni normali (uniparticule) pînă cînd la 0K nu mai există uniparticule, toți electronii fiind împerechiați. Energia de legătură a perechii se notează cu 2Δ. Ea depinde de temperatură; crește cu scăderea temperaturii (este vorba de o temperatură sub valoarea T_c). Dacă la o temperatură T o pereche absoarbe o energie 2Δ ea se desface în doi electroni normali. 2Δ se numește bandă interzisă. Dacă la un metal adăugăm un electron de energie egală cu nivelul Fermi, F, nu se crează nici o excitație în sistem (cap. I). Energia ε a particulei de impuls p, adăugată într-un metal normal se definește convențional față de nivelul Fermi, $\varepsilon = p^2/2m - F$. Într-un supraconductor, în acord cu teoria BCS [6] energia E a unei uniparticule măsurată de la nivelul Fermi are valoarea $E = (\varepsilon^2 + \Delta^2)^{1/2}$. Spectrul electronilor normali (uniparticule) într-un supraconductor funcție de vectorul de undă k are la suprafața Fermi o bandă interzisă egală cu Δ(fig. A.1.3*a*). Densitatea de stări a uniparticulelor este dată de expresia

$$N(E) = N(0)\{E/[E^2 - \Delta^2]^{1/2}\}, \qquad \text{(A.1.2)}$$

unde $N(0)$ este densitatea de stări la suprafața Fermi pentru metalul în stare normală. Se vede că densitatea de stări are o singularitate la $E = \Delta$ (fig. A.1.3*b*). Funcția de distribuție a uniparticulelor în supraconductor este funcția Fermi-Dirac, ca și pentru electronii din metalul normal.

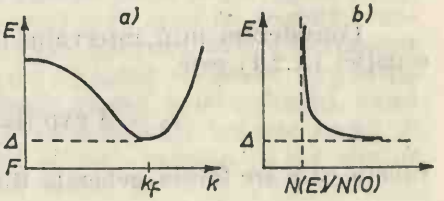


Fig. A.1.3. — Dependența de vectorul de undă k a energiei de excitare a electronilor normali (*a*) și densitatea de stări de energie a electronilor normali în supraconductor (*b*).

Adăugarea unei perechi de energie $2F$ într-un supraconductor nu crează nici o excitație în sistem, astfel că abscisa din figura A.1.3*a* coincide cu nivelul perechilor de electroni, care sînt particule Bose. Existența benzii interzise în spectrul de excitație și singularitatea în densitatea de stări a uniparticulelor sînt suficiente pentru a explica caracteristicile proceselor de tunelare în supraconductoare.

ELECTRONII ÎNTR-UN POTENȚIAL PERIODIC DE FORMĂ RECTANGULARĂ

În acest model potențialul periodic se ia de forma unor gropi de potențial rectangulare, așa cum este reprezentat pentru o rețea unidimensională în figura A.2.1 (distanța dintre atomi este $a+b$, energia potențială este diferită de zero în intervalul b și lărgimea gropii de energie potențială este a). Starea electronului de energie E mai mică decît înălțimea barierei V_0 este descrisă de ecuația Schrödinger pe care o scriem în cazul unidimensional

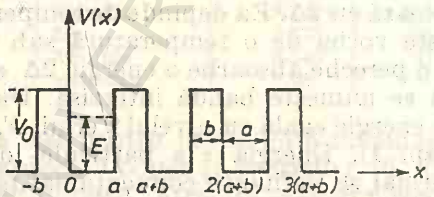


Fig. A.2.1. — Potențialul periodic de formă rectangulară.

$$\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2} + [E - V(x)]\psi = 0. \qquad \text{(A.2.1)}$$

Soluția acestei ecuații trebuie să aibă forma generală Bloch $\psi(\boldsymbol{r}) = u(\boldsymbol{r}) \exp(i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})$; $u(\boldsymbol{r})$ este dependentă de k și este periodică cu perioada rețelei cristaline. Notăm

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}; \quad \beta^2 = \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}. \qquad \text{(A.2.2)}$$

Considerăm întîi intervalul $0 < x < a$ în care $V(x) = 0$ și soluția ecuației (A.2.1) este

$$\psi_1 = A \exp(i\alpha x) + B \exp(-i\alpha x), \qquad \text{(A.2.3)}$$

funcție care are forma generală Bloch dacă luăm

$$u_1 = A \exp[ix(\alpha - k)] + B \exp[-ix(\alpha + k)]. \qquad \text{(A.2.4)}$$

În intervalul $a < x \leqslant a+b$, $V(x)=V_0$ și soluția ecuației Schrödinger este

$$\psi_2 = C \exp(\beta x) + D \exp(-\beta x), \qquad \text{(A.2.5)}$$

care se scrie sub forma Bloch dacă

$$u_2 = C \exp\,[x(\beta - \mathrm{i}\,k)] + D \exp\,[-x(\beta + \mathrm{i}k)]. \qquad \text{(A.2.6)}$$

Pentru a determina constantele A, B, C și D ne folosim de faptul că funcția periodică u și prima ei derivată sînt continue în punctele de graniță (de exemplu $x = 0$)

$$u_1(0) = u_2(0)\,; \left(\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = \left(\frac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0}, \qquad \text{(A.2.7)}$$

și de proprietatea de periodicitate cu perioada $a+b$

$$u_1(a) = u_2(-b)\,; \left(\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}x}\right)_{x=a} = \left(\frac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}x}\right)_{x=-b}. \qquad \text{(A.2.8)}$$

Din ecuațiile (A.2.3)—(A.2.8) obținem în acest caz

$$A + B - C - D = 0,$$

$$\mathrm{i}(\alpha - k)A - \mathrm{i}(\alpha + k)B - (\beta - \mathrm{i}k)C + (\beta + \mathrm{i}k)D = 0, \qquad \text{(A.2.9)}$$

$$A \exp[\mathrm{i}(\alpha - k)a] + B \exp\,[-\mathrm{i}(\alpha + k)b] - C \exp[-(\beta - \mathrm{i}k)b] - D \exp\,[(\beta + \mathrm{i}k)b] = 0,$$

$$\mathrm{i}(\alpha - k)A \exp\,[\mathrm{i}\,(\alpha - k)a] - \mathrm{i}(\alpha + k)B \exp\,[-\mathrm{i}(\alpha + k)a] - (\beta - \mathrm{i}k)\,C \exp[-(\beta - \mathrm{i}k)b] + (\beta + \mathrm{i}k)\,D \exp\,[(\beta + \mathrm{i}k)b] = 0.$$

Pentru ca acest sistem să aibă soluții diferite de zero pentru A, B, C, D trebuie ca determinantul sistemului să fie zero. Făcînd determinantul sistemului egal cu zero obținem

$$\frac{\beta^2 - \alpha^2}{2\alpha\beta} \operatorname{sh}(\beta b) \sin(\alpha a) + \operatorname{ch}(\beta\, b) \cos(\alpha a) = \cos k(a + b). \qquad \text{(A.2.10)}$$

Partea stîngă a acestei ecuații depinde de energia particulei E, (prin α și β) iar partea dreaptă depinde de vectorul de undă k. În acest fel această ecuație este analogă ecuației pentru particula liberă. Pentru a obține un rezultat mai apropiat de intuiția noastră, ecuația (A.2.10) se poate simplifica. Kronig și Penney au considerat barierele înalte foarte subțiri, adică $V_0 \to \infty$ și $b \to 0$ astfel că $\beta^2 b = 2P/a$ să-și mențină o valoare finită, P fiind o mărime adimensională. În această situație ecuația (2.10) devine

$$\frac{P \sin(\alpha a)}{(\alpha a)} + \cos(\alpha a) = \cos(ka). \qquad \text{(A.2.11)}$$

Partea stîngă a ecuației (A.2.11) este reprezentată funcție de $\alpha\, a$ (fig. A.2.2) pentru $P = 3\ \pi/2$. Deoarece $|\cos(ka)| \leqslant 1$ sînt permise numai acele valori ale lui $\alpha\ a$ pentru care partea stîngă a ecuației (A.2.11) variază

BIJLIOTHEEK UNIVERSITY LIBRARY

între valorile +1 și −1. În acest domeniu, care este marcat cu linii îngroșate pe figura A.2.2, pentru o valoare a lui $\alpha\, a$ există o valoare corespunzătoare a lui ka.

Deoarece $\alpha\, a$ este direct legat de energia E a electronului (ec. (A.2.2)), folosind datele din figura A.2.2, putem trasa E funcție de k (fig. A.2.3 a). Se observă că energia este funcție periodică de k, cu perioada $2\,\pi/a$, adică

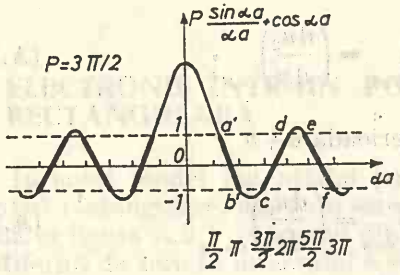


Fig. A.2.2. — Partea stîngă a ecuației (A.2.11) funcție de αa pentru $P=3\pi/2$.

cu vectorul rețelei reciproce. Se observă, de asemenea, că ori de cîte ori $k=n\,\pi/a$ apare o bandă interzisă în valorile energiei. Porțiunile $a'\,b'$, cd etc., sînt benzile de energie permise, deoarece electronii care au energie în aceste domenii se pot deplasa prin rețea aproape liber. Pe porțiunile $b'\,c, de$ etc., valoarea lui k pentru electronii care satisface ecuația (A.2.11) este imaginară și prin urmare mișcarea lor este puternic atenuată; acestea sînt benzile de energie interzise pentru electroni.

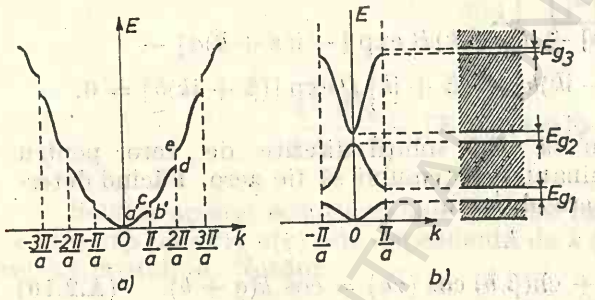


Fig. A.2.3. — Dependența energiei electronului de vectorul de undă k: a — schema extinsă; b — schema redusă.

Cu creșterea energiei electronului lărgimea benzilor permise crește și lărgimea benzilor interzise se micșorează.

Schema din figura A.2.3 a poartă numele de schema extinsă. Valorile lui k pot fi restrînse la intervalul $(-\pi/a,\ +\pi/a)$. Pentru aceasta fiecare punct al curbei din figura A.2.3a trebuie deplasat paralel cu axa absciselor cu un întreg de $2\,\pi/a$ pînă cînd valorile corespunzătoare ale lui k intră în intervalul $(-\pi/a,\ +\pi/a)$. Se obțin în acest fel curbele din figura A.2.3b care poartă numele de schema redusă a energiilor (redusă la intervalul $-\pi/a,\ +\pi/a)$. În schema neredusă din figura A.2.3a intervalul $-\pi/a < k < \pi/a$ se numește prima zonă Brillouin, intervalele $-2\pi/a < k < -\pi/a$ și $\pi/a < k < 2\,\pi/a$ se numesc la un loc a doua zonă Brillouin ș.a.m.d.

În încheiere notăm că expresia (A.2.10) a fost utilizată în capitolul II.

CURENTUL ELECTRIC ÎN SUPERREŢELE

Relaţia (2.8) este valabilă la concentraţii mici ale purtătorilor de sarcină. În cele ce urmează vom deduce o expresie mai generală pentru curentul electric care curge într-o superreţea în prezenţa unui cîmp electric aplicat în direcţia x a superreţelei.

Presupunem benzile de energie de forma

$$E = E(k_y, k_z) + E_x(k_x) = (h^2 k_\perp^2/2m) + E_x(k_x),$$

unde $k = (k_y^2 + k_z^2)^{1/2} = (k^2 - k_x^2)^{1/2}$ este componenta vectorului de undă perpendiculară pe direcţia superreţelei, iar $E_x(k_x)$ este perodică în k_x cu perioada $K = 2\pi/d$; d fiind perioada superreţelei. Prin urmare, presupunem că funcţia $E(k)$ este periodică numai de-a lungul direcţiei superreţelei şi este parabolică de-a lungul direcţiei transversale (Specificăm că ne referim la valori ale energiei şi vectorului de undă mai mici decît cele corespunzătoare marginii zonei Brillouin ale reţelei de bază). Pentru simplitate, considerăm

$$E_x = E_0 - E_1 \cos(2\pi k_x/K). \tag{A.3.1}$$

Densitatea medie de curent se obţine din relaţia

$$\boldsymbol{j} = \frac{1}{4\pi \cdot 3h} \int f(\boldsymbol{k}) \nabla_k E \, d\boldsymbol{k} \tag{A.3.2}$$

unde $f(\boldsymbol{k})$ este funcţia de distribuţie a electronilor în condiţii de neechilibru. Pentru un cîmp constant oarecare $\mathcal{E}$, funcţia de distribuţie se găseşte din rezolvarea ecuaţiei Boltzmann (independentă de timp şi de coordonatele spaţiale)

$$c \frac{\partial f(\boldsymbol{k})}{\partial k_x} + f(\boldsymbol{k}) = f_0(\boldsymbol{k}), \tag{A.3.3}$$

unde $f_0(\boldsymbol{k})$ este funcţia de distribuţie la echilibru, $c = q\mathcal{E}\tau/h$, q — sarcina electronului şi τ — timpul de relaxare, pe care-l considerăm independent de energie. Ecuaţia (A.3.3) are soluţia generală

$$f(k_\perp, k_x) = \int_{-K/2}^{K/2} G(k_x, k_x') \, f_0(k_\perp, k_x') \, dk_x', \tag{A.3.4}$$

unde $G(k_x, k_x')$ este funcţia Green şi este periodică cu perioada K.

După un calcul simplu rezultă

$$G(k_x, k'_x) = c^{-1} \exp\left[-(k_x - k'_x)/c\right] \begin{cases} [\exp(K/c) - 1]^{-1}, & k_x < k'_x, \\ [1 - \exp(-K/c)]^{-1}, & k_x > k'_x. \end{cases} \quad \text{(A.3.5)}$$

Considerăm că $f_0(k)$ este funcţia de distribuţie Fermi-Dirac pentru un gaz de electroni degenerat

$$f_0(k_\perp, k_x) = u(k_\perp - k_{\perp m})\{u[k_x + k_{xm}(k_\perp)] - u[k_x - k_{xm}(k_\perp)]\},$$

unde u sînt funcţii unitate în treaptă, k_{xm} este definit de relaţia

$$F = \hbar^2 k_\perp^2/2m + E_x(k_{xm}),$$

iar $k_{\perp m}$, de relaţia

$$F = \frac{\hbar^2 k_{\perp m}^2}{2m} + E_x(0)$$

(F este energia Fermi). Substituind f_0 şi G în ecuaţia (A.3.3) se obţine

$$\begin{aligned} f(k_x) &= \exp\left(\frac{-(k_x + K/2)}{c}\right) \frac{\sinh(k_{xm}/c)}{\sinh(K/2c)}, \quad k_x < -k_{xm}, \\ &= 1 + \exp\left(-\frac{k_x}{c}\right) \frac{\sinh[(k_{xm} - K/2)/c]}{\sin h\ (K/2c)}, \quad |k_x| < k_{xm}, \\ &= \exp\left(\frac{-(k_x - K/2)}{c}\right) \frac{\sinh(k_{xm}/c)}{\sinh(K/2c)}, \quad k_x > k_{xm}, \end{aligned} \quad \text{(A.3.6)}$$

şi $f(\boldsymbol{k}) = u(k_\perp - k_{\perp m}) f(\boldsymbol{k})$. În figura A.3.1 este reprezentată dependenţa lui $f(k_x)$ de k_x (normat în raport cu c). Notăm că $f(k_x)$ este periodic cu perioada K. Funcţia $f(\boldsymbol{k})$ are aceeaşi dependenţă de $k_\perp$ ca şi $f_0(\boldsymbol{k})$, astfel că din relaţia (A.3.2) este diferită de zero numai următoarea componentă a curentului

$$j_x = \frac{1}{4\pi^3} \int_0^{k_{\perp m}} \int_{-k_{xm}}^{k_{xm}} f(k) \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k_x} 2\pi k_\perp \, dk_\perp \, dk_x.$$

Prin integrare rezultă

$$J_x = n[q^2 \mathcal{E}/m(0)]\,[1 + (2\pi q \mathcal{E} \tau/\hbar k)^2]^{-1} \cdot H, \quad \text{(A.3.7)}$$

unde $m(0) = (\hbar k/2\pi)^2/E_1$ şi

$$H = \frac{1}{2}[(s - \sin s \cos s)/(\sin s - \cos s)], \quad E_0 - E_1 \leqslant F \leqslant E_0 + E_1,$$

$$H = \frac{1}{2}[E_1/(F - E_1)], \quad F > E_0 + E_1.$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

S-a notat $s = \cos^{-1}[(E_0 - F)/E_1]$. La concentrații mici ale purtătorilor de sarcină, adică la valori mici ale lui s, H se apropie de unitate și expresia (A.3.7) coincide cu ecuația (A.3.8). Cînd F se apropie ca valoare de $E_0 + E_1$, energia la marginea minizonei (Cap. II), H devine egal cu 1/2. În figura

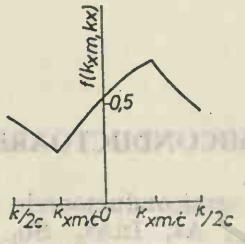


Fig. A.3.1. — Funcția de distribuție $f(k_{xm}, k_x)$ funcție de k_x pentru $k_{xm}/c = 0{,}5$ și $K/2c = 1$ (k_{xm} este valoarea maximă a lui k_x la $T = 0$ și cîmp electric egal cu zero).

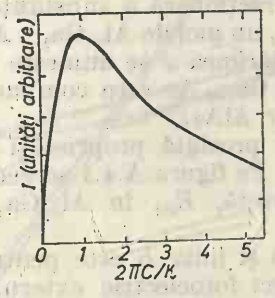


Fig. A.3.2. — Dependența curentului de cîmpul electric pentru E funcție sinusoidală de k.

A.3.2 este reprezentată dependența curentului electric de $2\pi c/K$, mărime care este proporțională cu cîmpul electric prin intermediul lui c. Se observă că apare conductanță negativă pentru $c > K/2\pi$.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

SEMICONDUCTOARELE CU BANDĂ INTERZISĂ VARIABILĂ

În semiconductoarele ternare, cum ar fi cele de tipul $A_{III}\,B_V$, $Al_x\,Ga_{1-x}\,As$, $InAs_x\,Sb_{1-x}$, $Ga_x\,In_{1-x}\,Sb$, $Ga_x\,In_{1-x}As$, $GaAs_{1-x}\,P_x$, $InAs_{1-x}\,P_x$ etc., banda interzisă, atît cea directă cît şi cea indirectă, depind de fracţiunea x care defineşte compoziţia fracţionară a substanţei cu cele două tipuri de compuşi binari. De exemplu, un mol de $Al_x\,Ga_{1-x}\,As$ conţine x moli de AlAs şi $(1-x)$ moli de GaAs. Mărimea x se numeşte fracţiune molară de compoziţie. Pentru $x=0$, $Al_x\,Ga_{1-x}\,As$ este compusul binar GaAs şi pentru $x=1$ este compusul binar AlAs.

Pentru $0 < x < 1$, compusul ternar prezintă proprietăţi deosebite de compuşii binari din care este constituit. Pe figura A.4.1 se vede dependenţa benzii interzise directă, E_{gd}, şi indirectă, E_{gi}, în $Al_x\,Ga_{1-x}\,As$ de fracţiunea molară x[1].

Linia A este pentru banda indirectă şi linia B este pentru banda directă, determinate din măsurători de efect fotoelectric extern. Linia C este banda interzisă directă, E_{gd}, calculată din relaţia empirică [2]

$$E_{gd}(x) = E_{gd}\,(\mathrm{GaAs}) + Bx + 0{,}3x^2 \Big/ \left\{\frac{1}{2}\,[E_{gd}\,(\mathrm{GaAs}) + E_{gd}\,(\mathrm{AlAs})]\right\}^{1/2},$$

cu B evaluat pentru $x=1$, $E_{gd}\,(\mathrm{GaAs})=1{,}395\mathrm{eV}$ şi $E_{gd}\,(\mathrm{AlAs}) = 2{,}86\mathrm{eV}$. Linia *1* este banda interzisă directă calculată din relaţia cuadratică de mai sus cu $E_{gd}\,(\mathrm{GaAs}) = 1{,}435$ eV şi $E_{gd}\,(\mathrm{AlAs})=2{,}90\mathrm{eV}$. Linia *2* este aproximaţia de forma unei drepte pentru banda interzisă indirectă cu $E_{gi}\,(\mathrm{GaAs})= = 1{,}855\mathrm{eV}$ şi $E_{gi}\,(\mathrm{AlAs}) = 2{,}13\mathrm{eV}$

Linia *3* este dată de relaţia cuadratică, de forma celei de mai sus, pentru banda interzisă indirectă (E_{gd} se înlocuieşte cu E_{gi}), cu $E_{gi}\,(\mathrm{GaAs})= = 1{,}855\mathrm{eV}$ şi $E_{gi}\,(\mathrm{AlAs}) = 2{,}13\mathrm{eV}$. În acord cu cele spuse în paragraful anterior, aşa cum rezultă din figura A.4.1 AlGaAs va prezenta banda interzisă direct pînă la o valoare E_{gc} cuprinsă în intervalul $1{,}87 < E_{gc} < < 1{,}97$ eV corespunzătoare unei fracţiuni molare x_c, cuprinsă în intervalul $0{,}35 < x_c < 0{,}40$. Valorile cele mai rezonabile sînt $E_{gc} = 1{,}92$ eV şi $x_c=0{,}37$ (Peste aceste valori compusul ternar AlGaAs prezintă bandă interzisă indirectă). Cunoaşterea acestor probleme este foarte utilă pentru aplicaţiile compuşilor ternari. Problema variaţiei benzii interzise a compuşilor ternari cu fracţiunea molară x a fost pusă de Parmenter în 1955 [3], care a presupus că pentru un cristal ideal această variaţie trebuie să fie liniară.

Abaterea de la forma liniară este proporţională cu $x(1-x)$, deoarece astfel variază şi componenta aperiodică a potenţialului cristalin. Banda interzisă directă a compusului ternar variază cu x după relaţia găsită empiric

$$E_{gd} = A + Bx + Cx^2,$$

unde $A=E_{gd}$ (1) este banda interzisă a compusului binar 1 care reprezintă fracțiunea x din compusul ternar și $D=A+B+C=E_{gd}$ (2) este banda interzisă a compusului binar 2 care reprezintă fracțiunea $(1-x)$ din compusul ternar. Valorile acestor constante sînt date în tabela [2].

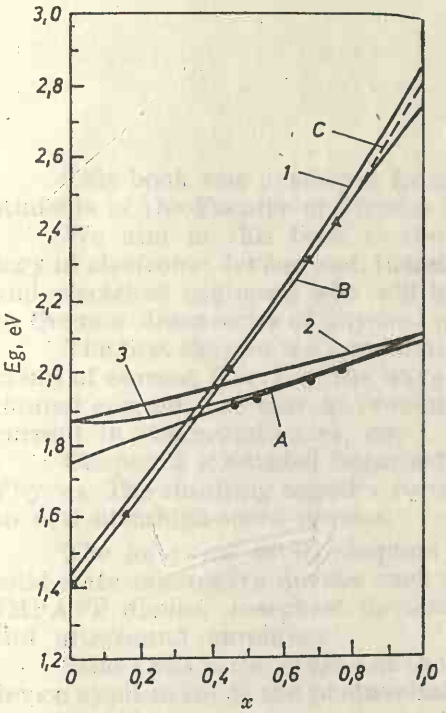


Fig. A.4.1. — Dependența benzii interzise directe și indirecte în $Al_x\ Ga_{1-x}\ As$ de fracțiunea molară x.

Tabelă

Valorile lui A, D și C pentru compușii ternari

Compusul ternar	A (eV)	D (eV)	C (eV)
$InAs_{1-x}Sb_x$	0,18	0,35	0,58
$Ga_{1-x}In_xSb$	0,18	0,72	0,43
$Ga_xIn_{1-x}As$	0,40	1,48	0,30—0,35
$InAs_{1-x}P_x$	0,39	1,37	0,25—0,30
$GaAs_{1-x}P_x$	1,44	2,74	0,21

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

SUMMARY

This book was developed from a course of lectures delivered to the students of the Faculty of Physics in the University of Bucharest.

We aim in this book to show the physical principles and technology of electronic devices and, therefore, it is written for applied physicists and electrical engineers who will have to transpose our basic knowledge to the new descoveries of physical phenomena, to technological advances.

The first chapter is a systematic and unified approach of the mechanisms of current flow, e. g. the wave-particle drag current, recombination-limited current, the current crossing a potential well, the electron pairs current in superconductors, etc.

Chapter 2 is entitled Superlattices, a recent descovery in Solid State Physics. The resulting negative conductance of the superlattice could lead to new ultrahigh-speed-devices.

The following seven chapters are devoted to the most important solid-state microwave devices such as varactors, thyristors, Gunn diodes, IMPATT diodes, Josephson devices, tunnel diodes, parametric amplifiers and ultrasound amplifiers.

Solar Cells is the subject of the last chapter. It is the most important device application of the photovoltaic effect for conversion of solar radiation into electric energy.

The technological ways and materials used for the improvement of the conversion efficiencies are discussed.

Physical principles described in this book are the foundation for the understanding of the operation of many devices, past present and future.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CONTENTS

Chapter I. **ELECTRIC CURRENT** 13

1.1. Drift Current 13
1.2. Electric Current and Fermi Level. Diffusion Current. 18
1.3. Optoelectric Current 21
1.4. Acoustoelectric Current 26
1.5. Thermoelectric Current 29
1.6. Termo-emission Current 31
1.7. Tunnel Current 35
1.8. Continuity Equation 37
1.9. Electric Current Limited by Recombination 39
1.10. Electric Current in Superconductors 42
1.11. Maxwell Equations 44
1.12. Alternative Current. Displacement Current 45
1.13. Space-Charge Limited Current 47
1.14. Hopping Conduction 49
References 52

Chapter II. **SUPERLATTICES** 54

2.1. Introduction 54
2.2. Band Structure of a Superlattice 54
2.3. Transport Phenomena in Superlattices 58
2.4. Conclusions 66
References 67

Chapter III. $p-n$ **JUNCTIONS** 68

3.1. Fabrication of $p-n$ Junctions 68
3.2. Space-Charge Layer and Space-Charge Layer Capacitance of an Abrupt $p-n$ Junction 71
3.3. Space-Charge Layer and Space-Charge Layer Capacitance of a Linearly Graded $p-n$ Junction 75
3.4. Current-Voltage Characteristics of an Ideal $p-n$ Junction 78
3.5. Current-Voltage Characteristics in the Case of Carrier Generation-Recombination in Space-Charge Layer 85
3.6. $p-n$ Junction at High Injection Level 86
3.7. Current-Voltage Characteristics in the Case of Spatial Dependence of the Carrier Lifetime 91
3.8. Diffusion Capacitance 92
3.9. Switching Times 95
3.10. Breakdown Phenomena in $p-n$ Junction 99
3.11. $p-n$ Junction Rectifier 108
3.12. $p-i-n$ Diode 109
3.13. Heterojunctions 112
References 115

Chapter IV. **TRANSISTORS** 117

4.1. Basic Principles of Transistor Operation 117
4.2. Static Characteristics of a Transistor in Common-Base and Common-Emitter Configurations 126
4.3. Switching Transistor 130
4.4. Transistor at high-frequency 134
4.4.1. Emitter-to-Collector Delay Time and maximum oscillation frequency 134

4.4.2. Drift Transistor 140
4.5. Amplification. Second Breakdown 145
4.6. $p-n-p-n$ Structures. Thyristor 151
4.7. Field-Effect Transistor 154
4.8. Unijunction Transistor 159
References 161

Chapter V. **TUNNEL DIODES** 162

5.1. Current-Voltage Characteristics of a Tunnel Diode 162
5.2. Tunneling. WKB Approximation 164
5.3. Tunnel Current 173
5.4. Indirect Tunneling Transitions 183
5.5. Excess Current 187
5.6. Equivalent Circuit of a Tunnel Diode. Some Applications 188
5.7. Backward Diodes 191
References 192

Chapter VI. **GUNN DIODES** 194

6.1. Bulk Differential Negative Resistance and Dielectric Relaxation Time 194
6.2. Ridley-Watkins-Hilsum Mechanism 199
6.3. Gunn Domain Formation 204
6.4. Velocity and Shapes of the Gunn Domain 208
6.5. Fabrication of Gunn Diodes 211
6.6. Impedance and Equivalent Circuit of Gunn Diodes. Amplification 212
6.7. Influence of External Circuit 218
6.8. Operation Modes of Gunn Oscillator 220
6.9. Experimental results 223
References 225

Chapter VII. **IMPACT-AVALANCHE TRANSIT-TIME DIODES** 226

7.1. Operation of IMPATT Diodes 226
7.2. Impedance and Equivalent Circuit of IMPATT Diodes. . . 231
7.3. Power and Frequency Limitation of IMPATT Diodes . . . 237
7.4. TRAPATT Operation Mode 242
7.5. Devices Fabrication 247
7.6. Experimental Results 249
References 250

Chapter VIII. **SUPERCONDUCTOR TUNNELING JUNCTIONS. JOSEPHSON DEVICES** 252

8.1. Single-Particle Tunneling 252
8.1.1. Tunneling between a Normal Metal and a Superconductor 252
8.1.2. Single-Particle Tunneling between two Superconductors . . 257
8.1.3. Fabrication of Tunneling Junctions 265
8.2. Electron Paris Tunneling Josephson Effect 268
8.3. Microscopic Theory of Josephson Tunneling 271
8.4. Experimental Devices 276
8.5. DC Josephson Effect 279
8.6. AC Josephson Effect 286
References 289

Chapter IX. **ULTRASONIC ATTENUATION AND AMPLIFICATION IN SOLID STATE. ULTRASONIC AMPLIFIERS** 292

9.1. General Principles 292
9.2. Deformation Potential Coupling between Acoustic Waves and Electrons 296
9.3. Piezoelectric Coupling between Acoustic Waves and Electrons 299
9.4. Experimental Determination of Acoustoelectric Field and Amplification Constant 303

BCU ALEXANDRU IOAN CUZA UNIVERSITY LIBRARY

9.5. Magnetic Field Effects. Amplification of Acoustic Waves in Semi-Metals. Resonances 308
9.6. Nonlinear Effects 313
9.7. Conclusions 316
References 317

Chapter X. **SOLAR CELLS.** 319

10.1. Solar Energy. 319
10.2. Photovoltaic Effects 319
10.3. $p-n$ Junction Solar Cell 320
10.3.1. Current-Voltage Characteristics and Equivalent Circuit . . 320
10.3.2. Maximum Power and Fill Factor 324
10.3.3. Short Circuit Current. Spectral Response of the Solar Cell 325
10.3.4. Open Circuit Voltage 329
10.3.5. Efficiency 330
10.4. Shottky-Barrier Solar Cells 334
10.5. Heterojunction Solar Cells 336
10.6. Experimental Results. Other Solar Cell Devices 339
References 341

Appendix I. **SUPERCONDUCTING STATE** 334

Appendix II. **ELECTRONS IN A PERIODIC SQUARE-WELL POTENTIAL** 346

Appendix III. **ELECTRIC CURRENT IN SUPERLATTICES** 349

Appendix IV. **SEMICONDUCTORS WITH VARIABLE ENERGY GAP** 352

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Redactor: EUGEN MARINEANU
Tehnoredactor: FELICIA BOLOCAN

Bun de tipar 27.V.1978. Tiraj 2750. Format 16/70 × 100.
Coli de tipar 22,50
C.Z. pentru biblioteci mari 537.3:621.315.51/56 + 621.31.592
C.Z. pentru biblioteci mici 537:621.315

cd. 1554 I.P. INFORMAȚIA
Str. Brezoianu nr. 23—25,
București
REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezultatele cercetărilor sale sînt publicate în reviste de prestigiu din țară și străinătate din care citățm : Revue Roumaine de Physique, Physica Status Solidi (R.D.G.), Journal of Applied Physics (S.U.A.), Solid-state Electronics (S.U.A.), International Journal of Electronics (Anglia), Fizica i Tehnica Poluprovodnikov (U.R.S.S.), Applied Physics (R.F.G.) etc. Ministerul Educației și Învățămîntului i-a acordat premiul „Dragomir Hurmuzescu" pe anul 1968 pentru cercetări în domeniul fizicii semiconductorilor. De asemenea a primit premiul „Dragomir Hurmuzescu" pe anul 1975 pentru cercetări în domeniul fizicii corpului solid din partea Academiei Republicii Socialiste România.

Lei 28

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Cartea oferă o tratare cuprinzătoare și profundă a principalelor dispozitive cu corp solid care stau la baza electronicii de microunde: dioda tunel, dioda IMPATT (cu ionizare în avalanșă și timp de tranzit), dioda Gunn, joncțiunea Josephson etc. Sînt prezentate de asemenea superrețelele — cea mai nouă realizare a fizicienilor din domeniul corpului solid — care fundamentează unele concepte în fizică, atenuarea și amplificarea ultrasunetelor în corpul solid, celulele solare — dispozitive care convertesc energia solară în energie electrică — ce reprezintă o cale de rezolvare a problemei energeticii.

Scopul publicării lucrării este de a pune la îndemîna specialiștilor o prezentare la nivelul cerințelor actuale a principalelor dispozitive cu corp solid care să le fie utilă pentru activitatea lor productivă și de cercetare, deoarece se prezintă tehnologii de preparare, proiectare și aplicațiile lor în diversele montaje electronice.

Fiind o punte de legătură între fizician și inginer, a căror conlucrare va duce la o dezvoltare mai rapidă a fizicii și ingineriei tehnologice, această carte se adresează specialiștilor care lucrează în industrie, institute de cercetare și de învățămînt superior, tuturor celor care cu brațul și cu mintea își dăruiesc toată energia lor afirmării autohtone a revoluției tehnico-științifice, propășirii patriei noastre.

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII SOCIALISTE ROMANIA